УДК 532.135

Гоцький Ярослав Григорович

студент Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» Гоцкий Ярослав Григорьевич студент Национального технического университета Украины «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского» Gotskiy Yaroslav Student of the National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute» Двойнос Ярослав Григорович кандидат технічних наук, старший викладач, старший викладач кафедри машин і апаратів хімічних

та нафтопереробних виробництв Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» Двойнос Ярослав Григорьевич кандидат технических наук, старший преподаватель, старший преподаватель кафедры машин и аппаратов химических и нефтеперерабатывающих производств Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского» Dvoinos Yaroslav Candidate of Technical Science, Senior Lecturer, Senior Lecturer at the Department of Machinery and Apparatus of Chemical and Petroleum Processing Industries National Technical University of Ukraine

«Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ГОМОГЕНІЗАЦІЇ РОЗПЛАВУ КОМПОЗИЦІЇ ПОЛІЕТИЛЕН — КАУЧУК

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ГОМОГЕНИЗАЦИИ РАСПЛАВА КОМПОЗИЦИИ ПОЛИЭТИЛЕН — КАУЧУК

MATHEMATICAL MODELING PROCESS OF HOMOGENIZATION MELT COMPOSITION POLYETHYLENE – RUBBER

Анотація. Робота присвячена моделюванню процесу змішування та диспергування силіконового каучуку з розплавом поліетилену у змішувальному елементі одночерв'ячного екструдера. Приділено увагу технологічності змішувального елементу, формулювання фізичної моделі процесу, що дозволяє наблизити розрахунки до реальної конструкторської розробки. Проведено аналіз відомих гідродинамічних моделей та методів визначення якості змішування.

Відповідно до технології переробки композиції обґрунтовано вимоги до якості змішування та температури розплаву, що дозволило сформулювати критерій якості процесу та мету моделювання: встановлення залежностей якості процесу змішування від основних геометричних параметрів інструменту. В результаті математичного моделювання отримано емпіричні залежності, які можуть бути використані при проектуванні екструзійного обладнання.

Робота в першу чергу зацікавить інженерів-конструкторів екструзійного та нестандартного обладнання для переробки полімерних матеріалів.

Ключові слова: каучук з силікону, індекс перемішування, розплав поліетилену, екструдер, черв'як екструдера.

Аннотация. Работа посвящена моделированию процесса смешивания и диспергирования силиконового каучука с расплавом полиэтилена в смесительном элементе одночерв'ячного экструдера. Уделено внимание технологичности смесительного элемента, формулировка физической модели процесса, что позволяет приблизить расчеты к реальной конструкторской разработки. Проведен анализ известных гидродинамических моделей и методов определения качества смешивания.

Согласно технологии переработки композиции обоснованно требования к качеству смешивания и температуры расплава, что позволило сформулировать критерий качества процесса и цели моделирования: установление зависимостей качества процесса смешивания от основных геометрических параметров инструмента.

В результате математического моделирования получены эмпирические зависимости, которые могут быть использованы при проектировании экструзионного оборудования.

Работа в первую очередь заинтересует инженеров-конструкторов экструзионного и нестандартного оборудования для переработки полимерных материалов.

Ключевые слова: каучук из силикона, индекс перемешивания, расплав полиэтилену, экструдер, червяк экструдера.

Summary. The work is devoted to modeling the process of mixing and dispersing silicone rubber with the melt polyethylene in the mixing element of a single screw extruder. Attention is paid to the technological of the mixing element and integration methods of forming geometrical conditions to the physical model, allowing calculations to approximate the real design project. The analysis of known hydrodynamic models and methods for determining the quality of mixing.

According to the technology of processing compositions justified demands for quality mixing and temperature of the melt, which allowed formulating quality criteria and objective process modeling: establishing dependences of the quality of the mixing process from the main geometric parameters of the tool.

As a result of mathematical modeling obtained empirical dependencies which can be used in the design of extrusion equipment. Working primarily interested in design engineers and non-standard extrusion equipment processing of polymeric materials. **Key words:** rubber silicone, mixing index, melt plastic, extruder, extruder screw.

Переробка та створення нових композицій на основі полімерів є актуальною, оскільки ці матеріали отримують кращі експлуатаційні характеристики, а саме, при незначному додаванні каучуку до полімеру покращуються механічні характеристики отриманої композиції, такі як еластичність, міцність до удару та морозостійкість. Світова компанія DuPont використовує концентрати з первинними амідами жирних кислот на основі рослинної сировини для отримання композиції з низьким коефіцієнтом тертя.

Каучук з силікону марки СКТН [1] Запоріжського державного підприємства «Кремнійполімер» разом з МФСН-В (затверджувач і стабілізатор) та поліетиленом утворюють композицію з антифрикційними властивостями, які дозволяють використати новий матеріал як антифрикційне покриття внутрішньої поверхні захисних труб з поліетилену для монтажу оптоволоконних кабелів зв'язку. Перевага силіконових добавок у стабільності властивостей, — полімеризований високомолекулярний силіконовий каучук не розчиняється у поліетилені, і відповідно, не мігрує в середину стінки труби. Крім того, температура менше впливає на коефіцієнт тертя. Традиційно, технологія екструзії таких композицій передбачає створення гранульованого концентрату, який у екструдері внутрішнього шару перемішується з основним матеріалом.

Композиція поліетилену, каучуку та інших наповнювачів є неоднорідною і всі компоненти є нерозчинними один в одному, тому процес змішування та диспергування компонентів суміші є важливим, а розробка нової математичної моделі для проведення чисельних експериментів з різними конструкціями змішуючих елементів та технологічних параметрів екструзії є важливим та актуальним.

Змішувальні можливості більшості конструкції черв'яків є обмеженими, і для інтенсифікації процесів змішування та диспергування застосовують різноманітні конструкції змішувальних елементів [2, с. 65].

Найбільш відомими конструкціями змішувальних елементів є конструкція Меддока (Union Carbide), Дрея, CRDзмішувач та багатьох інших [3, с. 489].

Конструкцію спірального змішувального елементу Меддока наведено на рисунку рис. 1, 2.

Перевагою спіральної форми елементу Меддока є більша довжина зазору, через який має переміститись полімерна композиція, що забезпечує зменшення тиску у напірних каналах черв'яка (позиція 1, рис. 2).

Принцип роботи змішувального елементу складається з таких стадій. У каналі черв'яка утворюється тиск, який є рушійною силою процесу течії у каналах змішуючого елементу, розплав потрапляє до впускного каналу змішувального елементу, розплав



Рис. 1. Спіральний змішувальний елемент Меддока Джерело: складено автором на основі [3, с. 490]



1 — канал напірний (перед робочим зазором); 2 — канал відводу (після робочого зазору)

Рис. 2. Креслення спірального змішувального елементу Меддока Джерело: складено автором на основі [3, с. 490]

витісняється з зазору між циліндром та зовнішнім діаметром змішувального елементу під дією тиску. Змішувальний елемент рухається зі швидкістю обертання черв'яка.

Профіль швидкостей в зазорі, буде відмінним від початкового профілю в впускному каналі. Згідно принципу роботи та уявлень про даний процес зазор між корпусом та виступом змішуючого елементу є робочим зазором змішувального елементу. Слід також зазначити, що чим складніше профіль швидкостей в робочих каналах та зазорах змішувального елементу тим вищою буде якість змішування [4, с. 120].

Окрім перемішування розплавів полімерів відбувається подрібнення їх локальних концентраційних неодонорідностей (локалізацій). Даний процес називається диспергуючим змішуванням.

При процесі диспергуючого змішування необхідною умовою подрібнення є величина напружень зсуву в розплаві порівняно до значення величини руйнування локалізацій, яка є різною для кожної речовини. Якщо напруження зсуву будуть менші від значення величини руйнування локалізацій, то розділення та подрібнення агломератів не відбудеться.

За основу математичного моделі процесу змішування та диспергування було обрано математичну модель модуля гомогенізації. Дослідженню процесу гомогенізації присвячено багато теоретичних і експериментальних робіт, оскільки даний процес найбільше впливає на якість отриманого розплаву композиції [4, с. 93].

Процес змішування неоднорідних розплавів полімерів досить складний, і важко описується математичними методами внаслідок багатовимірності процесу. Це обумовлено тим, що геометрія більшості змішувальних елементів досить складна. Також труднощі виникають з моделюванням середовища, яке змішується внаслідок неоднорідності компонентів розплаву, які є нерозчинними один в одному.

При змішуванні неоднорідних високов'язких сумішей, якими являються розплави полімерів основним механізмом змішування є переміщення компонентів матеріалу в робочих органах змішувального елементу. Таке переміщення у процесі змішування компонентів у розплаві полімерів здійснюється внаслідок молекулярної дифузії, конвекції та турбулентної дифузії. Висока в'язкість розплавів термопластів дозволяє використати ламінарну модель течії розплаву полімеру в каналах та зазорах змішувального елементу. Внаслідок високої молекулярної маси більшості полімерів молекулярна дифузія в їх розплавах повільна, тому нею в моделюванні процесу можна знехтувати. Отже вирішальне значення має змішування в випадку ламінарної течії, яку ще називають ламінарним або зсувним змішуванням [4, с. 119].

Моделювання проводилось для зони гомогенізації розплаву композиції полімеру в одночерв'ячних екструдерах. В даній зоні завантажений матеріал є повністю розплавленим, і змішування взаємно нерозчинних рідин з різними в'язкостями характеризується накопиченою деформацією зсуву, яка виникає в розплаві при його русі і робочих елементах.

Аналіз існуючих методів моделювання процесів в робочих зазорах змішуючих елементів, встановлених на черв'як екструдера дозволив сформулювати задачі моделювання:

1. Розробка математичної моделі для визначення епюр швидкостей розплаву полімеру в робочих зазорах;

2. Розробка математичної моделі для визначення енергії дисипації та значення перегріву розплаву.

Для моделювання процесів у робочих зазорах змішуючого елементу Меддока проведено аналіз літературних джерел та зроблено наступні спрощення та припущення [4, с. 119]:

- модель спірального елементу спрощено до елементу з змінною глибиною впускних та випускних каналів і у якого довжини зазорів однакові, рис. 3;
- стаціонарність процесу течії розплаву;
- змішування досягається фізичним переміщенням компонентів у рідині;
- молекулярна дифузія в розплаві дуже повільна, тому її при дослідженні процесу змішування та диспергування компонентів суміші не враховують;

- ламінарний режим течії розплаву в кільцевому перетині одночерв'ячного екструдера внаслідок високої в'язкості розплаву;
- низька теплопровідність полімеру призводить до реологічної неоднорідності (різної в'язкості розплаву в об'ємі полімеру);
- середовище є суцільним, в ньому відсутні порожнини;
- відсутнє проковзування розплаву на стінках робочих органів.

На рис. 4 зображено фізичну модель процесу змішування розплаву полімеру у в робочих каналах змішувального елементу екструдеру типу Меддока.

Для математичної моделі процесу обираємо плоскопаралельну модель. Елементарний об'єм рідини в впускному каналі та змішувальному елементі ∂x , ∂y , ∂z знаходиться в рівновазі під дією сил, викликаних градієнтом тиску у зазорі $\partial P/\partial z$, $\partial P/\partial x$ по осі z та x, та сил, викликаних силами в'язкого тертя при його течії у зазорі.

Внаслідок дії градієнту тиску на елементарний об'єм виникають відповідні сили опору, які в даній схемі виражені через напруження зсуву в матеріалі τ_{yx} . Рівняння збереження кількості руху для обраної моделі та з врахуванням припущень:

$$-\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} = 0.$$
 (1)

В'язкість розплаву експериментально, методом капілярної віскозиметрії було визначено за степеневим законом Освальда — де Валя [3, с. 179]:

$$\mu_{ef} = K \cdot \dot{\gamma}^{n-1} = 2695 \cdot \dot{\gamma}^{1,8-1}, \qquad (2)$$



1 — гвинтова лінія; 2 — впускний канал; 3 — випускний канал; 4 — робочий зазор

Рис. 3. Схема течії розплаву полімеру в каналі зони гомогенізації екструдера *Джерело:* розроблено автором де *n* — показник степені нен'ютонівської поведінки (індекс значення);

 $\dot{\gamma}$ — швидкість зсуву, c^{-1} ;

К — коефіцієнт консистентності, (Па·с)п;

Компонент тензора напружень зсуву дорівнює:

$$\partial \tau_{yx} = \mu_{ef} \cdot \frac{\partial W_x}{\partial y},\tag{3}$$

де μ_{ef} — в'язкість ньютонівської рідини; W_x — швидкість потоку по осі x, м/с; τ_{yx} — напруження зсуву, Па.

Підставивши значення компонентів тензора напружень до рівняння (1) та зробивши спрощення, щодо одномірного руху розплаву полімеру отримуємо рівняння збереження кількості руху в робочому зазорі змішувального елементу:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \mu_{ef} \cdot \frac{\partial^2 W_x}{\partial y^2}.$$
 (4)

Розв'яжемо рівняння (4) через складову швидкості W_x , для цього двічі проінтегруємо рівняння, отримуємо:

$$W_x = \frac{1}{\mu_{ef}} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \frac{y^2}{2} + C_1 \cdot y + C_2.$$
 (5)

Граничні умови для знаходження сталих інтерування C_1 та C_2 :

$$\begin{cases} W_{x}(y=0)=0; \\ W_{x}(y=h)=\frac{\pi Dn}{60}. \end{cases}$$
(6)

З використанням граничних умов знаходимо сталі інтегрування:

$$C_1 = \frac{\pi Dn}{60} \cdot \frac{1}{h} - \frac{1}{2\mu_{ef}} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \cdot h; C_2 = 0.$$
(7)

Підставляємо отримані значення сталих інтегрування та зробивши відповідні спрощення отримуємо наступне:

$$W_{x} = \frac{\pi \cdot D \cdot n}{60} \cdot \frac{y}{h} - \frac{1}{2\mu_{ef}} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \left(h \cdot y - y^{2}\right), \qquad (8)$$

де *h* — глибина зазору між корпусом та змішувальною секцією, м;

D — внутрішній діаметр корпусу, м;

n — швидкість обертання рухомого циліндру, об/хв;

 $\partial P/\partial x$ — градієнт тиску, Па/м.

Швидкість зсуву в робочому зазорі змішувального елементу:

$$\dot{\gamma}_{yx} \approx \frac{\Delta W_x}{h}.$$
 (9)

Градієнт тиску знаходимо з рівняння нерозривності:

$$G = \rho \cdot B \cdot h \frac{1}{h} \int_{0}^{h} W_{x} dy, \qquad (10)$$

де р — густина розплаву, кг/м³;

B — ширина зазору, м;

G — масова продуктивність екструдера, кг/с.



H— глибина каналу; h— глибина зазору між корпусом та змішувальною секцією; B— ширина робочого зазору; L— довжина каналу; ∂x , ∂y , ∂z — розміри елементарного об'єму; $\partial P/\partial x$ — градієнт тиску в поперечному напрямі; $\partial P/\partial z$ — градієнт тиску в повздовжньому напрямі

Рис. 4. Фізична модель процесу змішування полімеру в змішувальній секції екструдеру *Джерело:* розроблено автором



Рис. 5. Епюра швидкості у робочому зазорі змішувального елементу та потужності дисипації *Джерело:* розроблено автором

Після підстановки до виразу (10) значення швидкості W_x , інтегрування та вираження значення градієнту тиску отримуємо:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = 12 \cdot \mu_{ef} \cdot \left(\frac{\pi \cdot D \cdot n}{120 \cdot h^2} - \frac{G}{\rho \cdot B \cdot h^3} \right).$$
(11)

Критерієм якості змішування є величина накопиченої деформації зсуву:

$$\gamma = \int \dot{\gamma} dt = \dot{\gamma} \cdot t \quad . \tag{12}$$

Середній час перебування частинок розплаву, с:

$$t = \frac{V}{Q},\tag{13}$$

де V — об'єм апарату, м³; Q — витрати, м³/с.

Напруження, що виникають в розплаві, Па:

$$\tau = K \cdot \left| \dot{\gamma}_{yx} \right|^{n-1} \cdot \dot{\gamma}_{yx}. \tag{14}$$

Потужність дисипації в об'ємі елементу Вт:

$$\Delta Q_{\partial} = B \cdot L \int_{0}^{h} \mu_{ef} \left(\frac{\partial W_x}{\partial y} \right)^2 dy.$$
 (15)

Перегрів розплаву °С:

$$\Delta T = \frac{\Delta Q_{\partial}}{G \cdot C_p} - T_0, \qquad (16)$$

де C_p — питома теплоємність розплаву, Дж/(кг·с); G — масова продуктивність, кг/с;

 $T_{_0}$ — температура перед входом в змішувальний елемент, °С.

Локальне рішення (чисельний експеримент) математичної моделі чисельними методами було проведено з використанням програмного середовища MathCAD, результати наведено на рис. 5: профіль швидкості в робочому зазорі.

Вхідні параметри чисельного експерименту: глибина зазору h = 0,002 м; діаметр циліндру D = 0,063 м; швидкість обертання черв'яка n = 80 об/ хв; масова продуктивність розплаву G = 80 кг/год; ширина зазору B = 0.005 м; довжина зазору L = 0,12 м; кількість каналів 6 шт; кількість зазорів nz = 6 шт. Реологічні параметри:

коефіцієнт консистентності $K = 2,695 \cdot 103$ (Па·с) n; показник степені n = 1,8; теплоємність розплаву $C_p = 2720 \text{ Дж/(кг·с)};$ густина розплаву $\rho = 780 \text{ кг/}$ м³; температура перед входом $T_0 = 200 \text{ °C}.$

Висновок. Геометричні умови течії композиції розплаву у робочому зазорі змішувального елементу викликають нелінійниу залежність швидкості потоку від висоти зазору. Ефективність роботи змішувального елементу Меддока напряму залежить від напірної характеристики екструдеру та швидкості обертання черв'яка, однак має межу, обумовлену перегрівом розплаву та початком механодеструкції $\dot{\gamma} \ge 1000 \text{ c}^{-1}$ (температура композиції на вході в зазор 200 °C, після зазору 270 °C). Під час чисельного розрахунку в програмі MathCAD отримали наступні дані: температура розплаву після змішувального елементу 324 °C; величина накопиченої деформації зсуву $\gamma = 6,7$; час перебування розплаву у робочому зазорі t = 0,126 c.

Література

1. http://silic.com.ua/index.php? Lev=silicone-rubbers (дата звернення: 17.05.2017).

2. Ким В.С., Скачков В.В. Диспергирование и смешение в процессах производства и переработки пластмасс. — М.: Химия, 1988. — 240 с., ил.

3. Раувендааль К. Экструзия полимеров / Пер. с англ. под ред. А. Я. Малкина — СПб.: Профессия, 2008. — 768 стр., ил.

4. Радченко Л.Б. Сівецький В.І. Основи моделювання і конструювання черв'ячних екструдерів: Навч. посіб. — К.: ІВЦ «Видавництво «Політехніка»», 2002. — 152 с.