УДК 004.852

Севідов Павло Миколайович
студент
Національного технічного університету України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Севидов Павел Николаевич
студент
Национального технического университета Украины
«Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»
Sevidov Pavlo
Student of the
National Technical University of Ukraine
«Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»

ПРИЙНЯТТЯ КОЛЕКТИВНИХ РІШЕНЬ В МУЛЬТИАГЕНТНИХ СИСТЕМАХ

ПРИНЯТИЕ КОЛЛЕКТИВНЫХ РЕШЕНИЙ В МУЛЬТИАГЕНТНЫХ СИСТЕМАХ

COLLECTIVE DECISION MAKING IN MULTI-AGENT SYSTEMS

Анотація. *Запропоновано узагальнену схему, яка використовує інструменти нелінійної динаміки строго пов'язаних агентно-орієнтованих досліджень динаміки механізмів прийняття колективних рішень тваринами для систематизованого, біо-натхненного дизайну координованого управління мультиагентними системами. Зосереджено увагу на розробці мережевої динаміки мультиагентних систем, які наслідують дивовижні особливості значеннєвого прийняття рішень, які спостерігаються у медоносних домашніх бджіл. Ці особливості включають надійність та адаптивність у прийнятті рішень, що є критично важливими для продуктивності в складних, змінюваних середовищах.*

Ключові слова: *колективне прийняття рішень, дизайн, нелінійна динаміка, контроль біфуркації, мультиагентні системи.*

Аннотация. *Предложено обобщенную схему, использующую инструменты нелинейной динамики строго связанных агентно-ориентированных исследований динамики механизмов принятия групповых решений животными для систематизированного, био-вдохновенного дизайна координированного управления мультиагентными системами. Сосредоточено на разработке сетевой динамики мультиагентных систем, следуют удивительные особенности смыслового принятия решений, которые наблюдаются у медоносных домашних пчел. Эти особенности включают надежность и адаптивность в принятии решений, являются критически важными для производительности в сложных, изменяемых средах.*

Ключевые слова: *коллективное принятие решений, дизайн, нелинейная динамика, контроль бифуркации, мультиагентные системы.*

Summary. *A generalized scheme is proposed that uses the tools of the nonlinear dynamics of strictly related agent-oriented studies of the dynamics of the mechanisms of making group decisions by animals for a systematic, bio-inspired design of coordinated management of multi-agent systems. It is focused on the development of network dynamics of multi-agent systems, followed by surprising features of the semantic decision-making that are observed in honey-bee domestic bees. These features include reliability and adaptability in decision making, are critical to performance in complex, changing environments.*

Key words: *collective decision making, design, nonlinear dynamics, bifurcation control, multiagent systems.*

Вступ. Фундаментальним завданням багатьох системних мультиагентних мереж є успішне прийняття колективних рішень серед альтернатив за допомогою інформації, що поширюється по всій мережі. Групи окремих агентів, у програмах, включаючи транспортні та мобільні системи зондування, енерго та синтетичні біологічні мережі, часто вимагають єдиного вибору серед альтернатив, вибір істинного варіанта, як вчиняти та обрати необхідний керунок, або у випадку змін в середовищі та системі.

З метою розробки розподілених мультиагентних рішень ми прагнемо використовувати механізми, що використовуються групами тварин, виживання яких залежить від успішних колективних рішень серед наявних альтернатив. Домашні вуликові бджоли

[14], зграйна риба [1] та перелітні птахи [2] приймають ефективні рішення, незалежно від конфліктів чи значних змін у середовищі. Бджоли використовують децентралізований підхід та стикаються з обмеженням відчуттів, комунікації та обчислення [8, 16], проте вони все ще діюсь із сталою швидкістю, точністю, надійністю та адаптивністю [12].

Типові механізми вивчення колективної поведінки тварин залежать від соціальної взаємодії тварин та їх сприйняття зовнішнього середовища. Точне розуміння цих залежностей робить можливим переведення механізмів у систематичну методологію біопроектування для використання в інженерних мережах. Дане дослідження частково підтримано грантом NSF CMMI1635056, грантом ONR N00014–14–1–0635 та грантом UNAM-DGAPA PAPIIT RA105816. Однак, це залишається викликом, зокрема, тому, що більшість досліджень колективної поведінки тварин ґрунтуються на емпіричній основі або залежать від моделей середнього поля.

Для вирішення цього завдання ми розглядаємо загальну агентно-орієнтовану динамічну модель прийняття рішень розподіленого між двома альтернативами. У цьому типі прийняття рішень виборча біфуркація є повсюдною [9]; це виявляється, наприклад, у динаміці прийняття рішень домашніх медоносних бджіл та зграї золотого синця між джерелами поживи. Наш підхід полягає у введенні моделі агенту так, щоб вона також містила біфуркацію типу вилка. Це дозволяє тісно пов'язати динаміку групи тварин та мультиагентну динаміку шляхом відображення на звичайну форму біфуркації вилка.

Основний внесок цієї роботи полягає в наступному. По-перше, ми представляємо загальну агентну модель для біодинаміки колективного прийняття рішень, а також редукцію моделі та асимптотичне розширення, щоб показати, як модель фіксує адаптивні та стійкі ознаки динаміки у прийнятті рішень серед медоносних бджіл. Примітно, що медоносні бджоли надійно вибирають у користь найбільшого гнізда, а в разі альтернатив рівної цінності вони швидко роблять довільний вибір, якщо значення є досить високим. Дана динаміка медоносів була досліджена в роботах [11, 13, 14, 15].

По-друге, ми досліджуємо як значення альтернатив, індивідуальних переваг та топології взаємодії впливає на динаміку прийняття рішень. Ми мотивовані проблемою проектування колективної динаміки прийняття рішень, оскільки ці показники можуть служити контрольними параметрами в інженерно-технічних системах.

У другому розділі запропоновано агентно-орієнтовану динамічну модель прийняття рішень. Третій розділ описує динаміку медоносних бджіл, де більше висвітлена адаптованість бджіл за допомогою прийняття важливих рішень. У четвертому розділі представлений спосіб зменшення моделі до маловимірної придатної множини. Наведена модель використовується в п'ятому розділі, щоб показати, як модель відновлює значення динаміки важливих рішень медоносних бджіл, а висновки показують вплив інших параметрів системи.

Модель прийняття рішень на основі агентів

Представлена модель є спеціалізацією динаміки мережі Хопфілда [6, 7]. Модель забезпечує загальну динаміку прийняття рішень у мережі для набору N взаємопов'язаних агентів і за дизайном демонструє біфуркацію вил. Щоб описати прийняття рішень між двома альтернативами A і B, нехай $x_4 \in \mathbb{R}$ — це стан агента i, що виражає його думку, з $i \in \{1, ..., N\}$. Агент i має надати перевагу альтернативі A (B), якщо $x_4 > 0$ (<0), з силою думки агента i, яку дає $|x_4|$. Якщо $x_4 = 0$, агент i не визначено або не узгоджено.

Мережеві поєднання визначають, які агенти можуть вимірювати стан іншого агента, і це кодується за допомогою матриці мережевої суміжності $A \in \mathbb{R}^{N\times N}$. Кожен $a_{ij} \geq 0$ для $i, j \in (1, ..., N)$ та $i \neq j$ дає вагу, що агент i встановлює вимірювання агента j. Тоді $a_{ij} > 0$ випливає з того, що j є сусідом i. Ми дозволяємо $a_{ij} = 0$ для всіх i та $D \in \mathbb{R}^{N\times N}$. — діагональна матриця з діагональними вписами $d_i \sum_{J=1}^{N} = a_{ij}$. L = D – A — матриця графіка Лапласа, пов'язана з мережею взаємодії. Ми визначаємо зміну думки кожного агента з плином часу як функцію поточного стану агента, стан сусідів і можливий зовнішній стимул β_i:

$$\dot{x}_i = d_i x_i + \sum_{j=1}^{N} u a_{ij} S(x_i) + \beta_i \qquad (1)$$

Кожен $\beta_i \in (\beta_A, 0 - \beta_B)$, β_A, $\beta_B \in \mathbb{R}^+$ описує зовнішній стимул, отриманий кожним агентом i, також може розглядатися як перевага агента серед альтернатив. $\beta_i = \beta_A$ означає, що агент надає перевагу варіанту A, $\beta_i = \beta_B$ означає, що агент i надає перевагу варіанту B, а $\beta_i = 0$ означає, що агент не має ніяких уподобань. $u \geq 0$ — невід'ємний контрольний параметр, а S: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ — пряма сигмоподібна функція, яка задовольняє наступну умову: $S'(z) > 0\ \forall z \in R$ (монотонне); $S(z)$ належить сектору (0, 1), а sgn $S''(z) = -sgn(z)$, де $(\cdot)'$ позначає похідну по аргументу функції. Термін $uS(x_j)$ можна інтерпретувати як думку агента j, сприйнятого агентом i. $S(x)$ — це функція насичення, яка зменшує вплив більш вагомішої думки. Контрольний параметр визначає масштабування функції, тому можна розглядати його як зграєву роботу; більше уваги приділяється думці інших.

Нехай $x = (x_1, ..., x_N,)^T$, $\beta = (\beta_1, ..., \beta_N)^T$ та $S(x) \in \mathbb{R}^N$ — вектор з елементами $S(x_i)$. Тоді (1) можна записати у векторній формі:

$$\dot{x} = -Dx + uAS(x) + \beta \qquad (2)$$

Щоб прослідкувати динаміку біфуркації вилки, графік взаємозв'язку повинен перетинатись і бути зафіксований. Тоді rank(L) = N — 1 і $L\mathbf{1}_N = 0$, де

$\mathbf{1}_N$ — це вектор N-стовпця з унітарними даними графи. L має нульове власне значення з відповідним власним вектором $x = \zeta \mathbf{1}_N$, $\zeta \in R$, а кожне інше власне значення має позитивну дійсну частину. Зверніть увагу, що лінеаризація (2) при $x = 0$ для $u = 1$ і $\beta = 0$ — лінійна динаміка консенсусу $\dot{x} = -Lx$, яка сходиться до консенсусу $x = \zeta \mathbf{1}_N$. Це передбачає можливість біфуркації з центральним множинним тангенсом, до консенсусного множина [5]. За непарної симетрії (1) при $\beta = 0$ це буде загалом вилиць [3]. Це проілюстровано в теоремах 1 і рис. 1 для цілої мережі та $\beta = 0$:

$$\dot{x}_i = -(N-1)x_i + \sum_{j=1, j\neq i}^{N} uS(x_i) \qquad (3)$$

Теорема 1. Для постійності інваріантних множин динаміки (3) дотримуються наступні твердження:

(i) Результуюча множина є глобально експоненціально постійною для кожного $u \in \mathbb{R} \geq 0$;

(ii) $x = 0$ є глобально експоненціально постійним для $u \in [0, 1)$ і глобально асимптотично стійка для $u = u^* := 1$;

(iii) $x = 0$ непостійна і існує дві постійні точки рівноваги на результуючій множині при $u > 1$.

Доведення. Починаючи з (i); розглянемо функцію Ляпунова

$$V_{ij}(x) = \frac{(x_i - x_j)^2}{2}.$$

З цього випливає, що

$$\dot{V}_{ij}(x) = -(N-1)(x_i - x_j)\left(x_i - x_j + u\left(S(x_i) - S(x_j)\right)\right)$$

$$< -(N-1)(x_i - x_j)^2 = -2(N-1)V_{ij},$$

для кожного $x_i \neq x_j$. Тому, для

$$V(x) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} V_{ij}(x), \dot{V}(x) < -2(N-1)V(x),$$

для кожного $x \neq \zeta \mathbf{1}_N, \zeta \in \mathbb{R}. \dot{V}(x) = 0,$ для $x_i = x_j = \zeta$ тому за принципом інваріантності Ласалле результуюча множина глобально експоненціально постійна. Використовуючи (i), достатньо вивчити динаміку (3) на консенсусній множині, де при

$$y = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} = x_i,$$

вони зводяться до скалярної динаміки

$$\dot{y} = -(N-1)y + u(N-1)S(y).$$

(ii) та (iii) слідують шляхом перевірки цієї динаміки.

Вилка залишається для $\beta \neq 0$, коли симетрія системи зберігається, тобто коли $\beta_i = -\beta_A$ і кількість агентів з перевагою A дорівнюють кількості агентів з перевагою B. Доказом цього, є розширення до більш загальних випадків, а результати несиметричного випадку залежать від теорії сингулярності [3], і вони будуть представлені у роботі пізніше. Асиметрія в системі призводить до розгортання біфуркації вилки, і це розгортання впливає на динаміку прийняття рішень, організовану вилками, і надійність, що виявляється при прийнятті рішень у медоносних бджіл.

Бджолиний вулик та значення значеннєвого прийняття рішень

Коли колонія медоносів сягає надто великих розмірів для свого вулика, частина колонії повинна відправитись на пошуки нового гнізда.

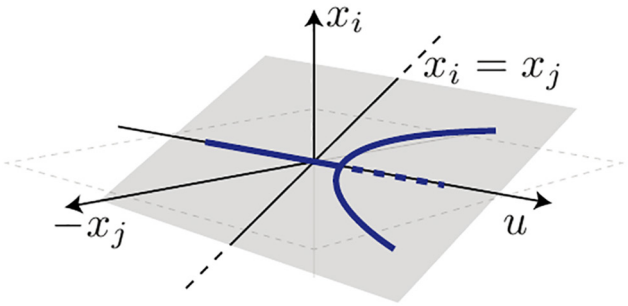

Рис. 1. Для $u = 1$ динаміка (3) виявляє біфуркацію вилки на $x = 0$. Постійні стани, що виникають при сингулярності, що лежить на результуючій множині $\{x_i = x_j | i, j \in \{1, .., N\}\}$, показано сірим кольором. Гілки постійних та нестійких рішень показані як тверді та пунктирні лінії, відповідно

Новий вулик повинен бути високоякісним, щоб колонія бджіл змогла пережити в ньому наступну зиму, і вибір має бути зроблений швидко через обмежене постачання їжі. 'Відбуваючі' бджоли чекають у рої, поки бджоли-розвідники шукають і оцінюють потенційні майданчики для вулика. Кожен розвідник повертається до рою кілька разів, щоб оповістити та залучити інших на свій обраний майданчик. Колективне рішення рою для одного з альтернативних майданчиків приймається за наявності кворуму.

Значення місця пов'язане з його об'ємом, висотою над землею та розміром і розташуванням вхідної порожнини. Було показано, що медоносні рої швидко та точно вибирають найбільш цінні майданчики серед альтернатив на основі цих критеріїв [14]. Пристосованість та надійність цього процесу є одними з функцій, які ми прагнемо зафіксувати із запропонованою агентно-орієнтованою моделлю. Помітно, що медоносні бджоли ефективно вибирають один з майданчиків, коли вони мають однакову або майже рівну цінність [15]. Рішення є чутливим до відносного та абсолютного значення доступних майданчиків [11], і таким чином цей процес відноситься до значеннєвого прийнятного рішення. Чутливість до абсолютної величини робить медоносів адаптованими до зміни навколишнього середовища: якщо два рівні або майже рівні майданчики мають високу цінність,

бджоли-медоноси будуть самовільно вибирати один з невеликими зусиллями групи. Однак, якщо вони мають низьку цінність, вони утримаються від вибору, і в кінцевому рахунку виберуть один з них опісля значних групових зусиль.

Механізми, що пояснюють важливість прийняття рішень, були широко вивчені в [11], використовуючи модель середнього поля, представлену в [15], яка є добре змішаною моделлю населення. Модель середнього поля демонструє біфуркацію виду у випадку рівнозначних альтернатив, що має надзвичайно важливе значення для чудової поведінки щодо прийняття рішень медоносних бджіл. Однак ми не можемо використовувати модель середнього поля для розробки розподілених стратегій управління або для вивчення впливу на динаміку топології мережі або розподілу переваг по всій групі. Наш підхід — зробити це з загальною агентно-орієнтованою моделлю (2). Оскільки агентно-орієнтована модель (2) демонструє біфуркацію вилки, вона може бути строго пов'язана з моделлю середнього поля та її результатами. Далі ми можемо розглянути ціннісно-прийнятну динаміку прийняття рішень агентно-орієнтованої моделі з точки зору розподілених властивостей системи, і ми можемо використовувати її для розробки адаптивного та надійного мультиагентного рішення мережі.

В процесі прийняття рішень медоноси, як відомо, використовують два механізми зв'язку: «танець бджіл» щоб сповістити інших про знайдений нектар та «стоп-сигнал» для попередження небезпеки. [15] показав, що стоп-сигнал використовується для зупинки танців та набору бджоли для конкуруючих майданчиків, що дозволяє бджолам розбити тупикові ситуації між нерівними альтернативами. Вони виводять модель середньої динаміки популяційного рівня, беручи до уваги велику загальну кількість популяції бджіл N. Модель описує еволюцію трьох видів популяцій:

$$y_A(t)=\frac{N_A(t)}{N}, y_B(t)=\frac{N_B(t)}{N}, y_U(t)=\frac{N_U(t)}{N},$$

де N_A, N_B та N_U є підгрупами бджол, придатних для майданчиків A, B та непридатних бджіл відповідно. Оскільки $N_A + N_B + N_U = N_i$, отже, $y_A + y_B + y_U = 1$, достатньо вивчити еволюцію лише двох віддалених популяцій:

$$\frac{dy_A}{dt}=\gamma_A y_U - y_A(\alpha_A - \rho_A y_U + \sigma_B y_B)$$
$$\frac{dy_B}{dt}=\gamma_B y_U - y_B(\alpha_B - \rho_B y_U + \sigma_A y_A). \quad (4)$$

Тут γ_i — швидкість відкриття та відданості розвідництву, α_i — швидкість спонтанного відмови, Тут ρ_i — швидкість вербування та σ_i — швидкість зупинки сигналізації. Передбачається, що

$$\gamma_i = \rho_i = v_i \text{ та } \alpha_i = \frac{1}{v_i},$$

де v_i — оцінена величина гнізда i.

Також, $\sigma_i = \sigma$, і тому рівно для всіх підгруп. Рішення про кворум досягається, коли y_A або y_B перетинає деяку порогову точку $\omega \in (0.5, 1]$.

У випадку з рівною альтернативою ($v_A = v_B = v$) існує критичне значення сили зупинки сигналу

$$\sigma^* = \frac{4v^3}{(v^2-1)^2}.$$

Якщо $\sigma < \sigma^*$, система має одну глобально-стійку рівновагу при $y_A = y_B$, тобто тупиковій ситуації або немає рішення. Для $\sigma > \sigma^*$ вирішення тупикової ситуації є нестійким і є дві постійні рівноваги, кожна з якої відповідає рішенням для однієї з двох варіантів. Це біфуркація вилки з параметром біфуркації σ та біфуркаційним значенням $\sigma = \sigma^*$. Критичне значення σ обернено залежить від значення ν двох альтернатив, що дозволяє бджолам адаптуватися до їх середовища. Припустимо, що бджоли використовують фіксовану швидкість стоп-сигналізації σ. Потім, вибираючи між двома малоцінними альтернативами, вони залишаться в тупиковій зоні, ймовірно, чекають іншого кандидата на гніздо. Але якщо дві рівноцінні альтернативи мають високу цінність, вони будуть швидко вибрати одну довільно. Існує також можливість того, що бджоли можуть збільшити швидкість стоп-сигналу з плином часу, коли стає очевидним, що не з'явиться кращих альтернатив.

На рисунку 2 показаний діапазон значень ν та швидкості зупинки сигналу σ, для яких існує одне рішення (тупик) та три рішення (два постійних рі-

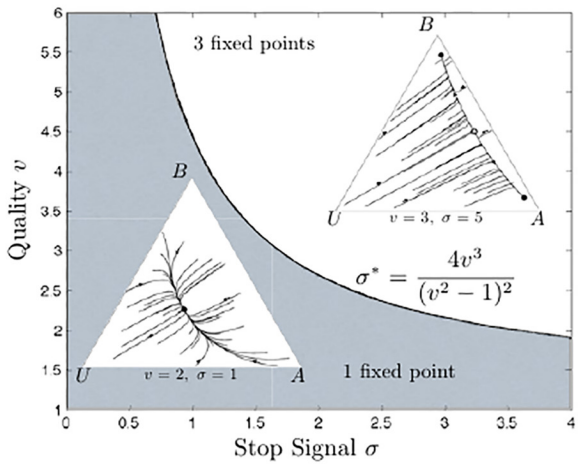

Рис. 2. З джерела [11]. Значеннєве прийняття рішень для альтернатив з рівною величиною ν у середній моделі (4). Симплекс ліворуч, представлений сірою зоною, показує збіг до єдиної стійкої рівноваги (чорного кола) в тупиковій зоні. Симплекс праворуч представника білої області, показує зближення двох постійних рівноваг при прийнятті рішення для A або B. Крива, що відокремлює область, описує зворотній зв'язок від σ^* до ν

шення та один нестійкий тупик), а також двовимірні симплекси, у яких розвивається динаміка. Крива між регіонами описує зворотну зв'язок між точками біфуркації σ * і значенням ν.

Для вивчення цієї динаміки для рівних альтернатив в агентній моделі визначимо рисунок (2) за допомогою зміни шкали часу $\tau = \nu t$, що дає

$$\frac{dx}{d\tau} = -\frac{1}{\upsilon} Dx + \mu A S(x) + \upsilon \qquad (5)$$

де $\upsilon = (\upsilon_1, \ldots, \upsilon_N,)^T$, $\nu_i \in (\nu, -\nu, 0)$ така, що $\nu = \sqrt{\beta}$, і $\mu = \frac{u}{\upsilon}$. Це відображення використовуватиметься у Розділі 5 для підключення результатів агенто-орієнтованої моделі до динаміки моделі середнього поля медоносів.

Зниження моделі до низького рівня, прийнятної множини

Повертаючись до агенто-орієнтованої моделі, для деяких класів мережевих графіків можна визначити загальноприйнятно низькорівневу множину, за допомогою яких можна зменшити динаміку (1), а також провести аналіз на зменшеній моделі. Розмірність N системи розглядається як дискретний параметр, що дозволяє вивчати чутливість динаміки до розмірів зафіксованих і незафіксованих популяцій.

Нехай n_1 та n_2 — кількість агентів з пріоритетом $\beta_i = \beta_A = \beta_1$ та $\beta_i = -\beta_B = \beta_2$ відповідно, а $n_3 = N - n_1 - n_2$ — це кількість агентів без будь-яких переваг $\beta_i = 0 = \beta_3$). З [10] розбиття вершин на клітини C_1, ..., C_r називається рівноправним, якщо кожен вузол C_i має однакову кількість сусідів в C_1 для всіх i, j. Нехай $\phi_k \subset \{1, \ldots, N\}$, $k \in \{1, 2, 3\}$ — індексний набір, пов'язаний з кожною з трьох груп n_1, n_2, n_3 такий, що $\phi_k \subset \{1, \ldots, N\}$, $k \in \{1, 2, 3\}$ визначає рівний розподіл. Тоді ми можемо визначити динаміку думки кожного агента $i \in \phi_k$, $k \in (1, 2, 3)$, як

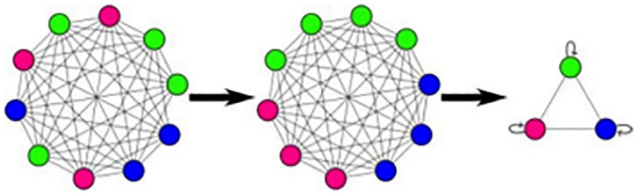

Рис. 3. Зменшення моделі для (2), визначеної на графічному алгоритмі з усіма різними графами з N = 10 вузлами (ліворуч), зменшується до 3-мірної системи, яка описується графіком справа. Агенти згруповані за інформаційною цінністю (середня), а думка в кожній групі сходяться до консенсусу відповідно до динаміки (7). Блакитні агенти мають $\beta_i = 1$, рожеві агенти $\beta_i = -1$ і зелені агенти $\beta_i = 0$. У зменшеній моделі агенти мають власну петельку, яка відображає вплив інших у тій самій групі

$$\dot{x}_i = -\bar{d}_k x_i + u \sum_{j \in \phi_k} S(x_j) + u \sum_{\substack{m \in \{1,2,3\} \\ m \neq k}} \sum_{j \in \phi_m} \bar{a}_{km} S(x_j) + \bar{\beta}_k, \qquad (6)$$

для $i \in \phi_k$, де $\bar{d}_k$ — в степені кожного агента в групі k, а $\bar{a}_{km}$ — число сусідів, що кожен вузол групи k має групу m (включаючи $m = k$).

Наступна теорема дозволяє аналізувати (6) обмеження на підпростір, де кожен агент у тій же групі має однакову думку. Центральна ідея теореми наведена на рисунку 3.

Теорема 2. Кожна траєкторія динаміки думки (6) експоненціально сходиться до тривимірної множини

$$\varepsilon = \left\{ x \in \mathbb{R}^N \mid x_i = x_j, \forall i, j \in \phi_k, k = 1,2,3 \right\}.$$

Динаміка на ε

$$\dot{y}_1 = -\bar{d}_1 y_1 + u(n_1 - 1) S(y_1) + u\left(n_2 \bar{a}_{12} S(y_2) + n_3 \bar{a}_{13} S(y_3)\right) - \beta_A$$

$$\dot{y}_2 = -\bar{d}_2 y_2 + u(n_2 - 1) S(y_2) + u\left(n_1 \bar{a}_{21} S(y_1) + n_3 \bar{a}_{23} S(y_3)\right) - \beta_B$$

$$\dot{y}_3 = -\bar{d}_3 y_3 + u(n_3 - 1) S(y_3) + u\left(n_2 \bar{a}_{31} S(y_1) + n_2 \bar{a}_{32} S(y_2)\right). \qquad (7)$$

Доведення. Розглянемо функцію Ляпунова

$$V(x) = \sum_{k=1}^{3} V_k(x),$$

де

$$V_k(x) = \frac{1}{2} \sum_{i \in \phi_k} \sum_{j \in \phi_k} (x_i - x_j)^2, \text{ для } k \in \{1,2,3\}.$$

З цього слідує, що

$$V_k(x) = \sum_{i \in \phi_k} \sum_{j \in \phi_k} (x_i - x_j)(\dot{x}_i - \dot{x}_j) =$$

$$= \sum_{i \in \phi_k} \sum_{j \in \phi_k} \left(-\bar{d}_k (x_i - x_j)^2 - u(x_i - x_j)\left(S(x_i) - S(x_j)\right)\right) \leq$$

$$\leq -\bar{d}_k V_k(x),$$

тому $\dot{V}(x) \leq -\bar{d}_k V(x)$. За принципом інваріантності Ласалле кожна траєкторія (6) експоненціально сходиться до найбільшої інваріантної множини в $\dot{V}(x) = 0$, що є різновидом ε. Нехай $y_k = x_1$, для будь-якого $i \in \phi_k$, $k \in \{1, 2, 3\}$. Тоді динаміка (6) скоротиться відразу до (7).

Отримування сумісності та вплив системних параметрів

Векторне поле F: $\mathbb{R}^N \to \mathbb{R}^N$ – Z_2-симетричне, коли воно переміщується з лінійним перетворенням

$$\gamma = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & -I_n & 0_{n \times (N-2n)} \\ -I_n & 0_{n \times n} & 0_{n \times (N-2n)} \\ 0_{(N-2n) \times n} & 0_{(N-2n) \times n} & -I_{n-2n} \end{bmatrix},$$

для деяких навіть $2_n < N$. Отже, динаміка реакції (2) Z_2-симетрична, якщо $\beta_A = -\beta_B = \beta$ і $n_1 = n_2 = n$. Тобто, зворотний знак β_A та β_B еквівалентний застосуванню перетворення $x \to -x$. Розглядаючи (7) за симетрією Z_2, можна знайти апроксимацію $\hat{x}^*$ до точки біфуркації u^*.

1. Наближення точки біфуркації для симетричної, всеосяжної мережі Z_2.

Згідно з вищесказаними припущеннями, а також з $n_3 = N - 2_n$ незадіяними агентами, динаміка (7) зменшується до

$$\dot{y}_1 = -(N-1)y_1 + u((n-1)S(y_1) + n(S(y_2) + n_3 S(y_3)) - \beta$$
$$\dot{y}_2 = -(N-1)y_2 + u(nS(y_1) + (n-1)S(y_2) + n_3 S(y_3)) - \beta$$
$$\dot{y}_3 = -(N-1)y_3 + u(nS(y_1) + nS(y_2) + (n_3 - 1)S(y_3)). \quad (8)$$

Тоді $y^* = (y^*, -y^*, 0)$ завжди в рівновазі, де y^* є рішенням

$$(N-1)y^* + uS(y^*) - \beta = 0. \quad (9)$$

Коли $\beta = 0$, то стан замкнутості $y = 0$ є рівновагою для (8) для всіх $u \in \mathbb{R}$. Якщо для $\beta \neq 0$, то під Z_2-симетрією неявна функціональна теорема випливає з того, що тупикова множина плавно змінюється і що точка рівноваги $y^* = (y^*, -y^*, 0)$ де $y^* = y^*(u, \beta)$, така, що $y^*(u, 0) \equiv 0$, рівно залежить від u і β. Тоді можна знайти наближення до y^*.

Для прикладу, нехай $S(\cdot) = tanh(\cdot)$ і починаємо з розкладу ряду Тейлора $y^*(u, \beta)$ по відношенню до β:

$$y^*(u,\beta) = \beta_{yI} + \beta^2_{yII} + \beta^3_{yIII} + \beta^4_{yIV} + \delta(\beta^5).$$

Тоді замінюємо $y^*(u, \beta)$ на (9) і диференціюємо по відношенню до β, щоб отримати

$$(N-1)y^{*'}(u,\beta) + usech^2(y^*(u,\beta))y^{*'}(u,\beta) - 1 = 0.$$

Підставляючи $\beta = 0$, отримуємо

$$y_I = \frac{1}{N-1+u}.$$

Аналогічно для вищих порядків, дає $y_{II} = y_{IV} = 0$ і

$$y_{III} = \frac{u}{3(N-1+u)^4}.$$

Тому

$$y^* = \frac{1}{N-1+u}\beta + \frac{u}{3(N-1+u)^4}\beta^3 + \delta(\beta^5).$$

На точці біфуркації u^*, Якобіан (8), обчислений при y^* спаді. Алгебраїчний вираз Якобіана, занадто довгий щоб відтворити тут, є функцією N, n_3 і y^*.

Нагадаємо, що y^* також є функцією u^*, тому, встановивши детермінант Якобіана, рівний нулю, отримаємо трансцендентне рівняння в u^*, яке можна вирішити обчислювально для u^*. Щоб наблизитись, почнемо з розкладу ряду Тейлора

$$u^*(\beta) = 1 + \beta_{u_1^*} + \beta^2_{u_2^*} + \beta^3_{u_3^*} + \delta(\beta^4).$$

Продовжуючи відносно y^* вище, призводить до наступного $\delta(\beta^4)$ наближення до u^*:

$$\bar{u}^* = 1 + \frac{(1+3N^3)^2(N-n_3)}{9N^9}\beta^2. \quad (10)$$

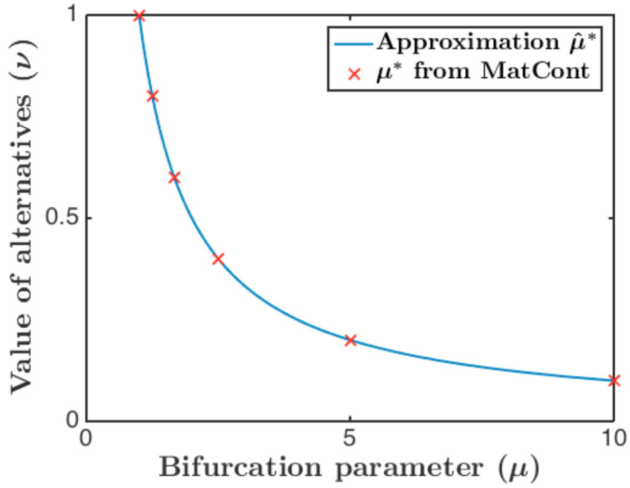

Рис. 4. Значеннєве прийняття рішень для альтернатив з рівним значенням ν в агенто-орієнтованій моделі (5). Крива показує, як μ^* знаходиться у зворотній залежності від ν, відновлюючи значення чутливості моделі середнього поля медоносів (4); порівнюємо з рисунком 2. Синя лінія показує апроксимацію μ^* (11), а на червоних хрестах фігурує μ^* що підраховано використовуючи програмне забезпечення для продовження діяльності. Розміри групи $n = n_3 = 30$

Апроксимація (10) точки біфуркації u^* є функцією значень β, загальної розмірності групи N та розміром незадіяної групи n_3; це явно описує чутливість біфуркації до розміру групи та переваги сили.

2. Відновлення значення динаміки медоносних бджіл.

Для відновлення значення моделі середнього поля бджіл-медососів в агентно-орієнтованій моделі динаміки ми розглядаємо динаміку у формі (5) для рівних альтернатив, де параметр біфуркації $\mu = \frac{u}{v}$ з $\nu = \sqrt{\beta}$. Застосування апроксимації (10) для u^* дає наближення до точки біфуркації μ^* для динаміки (5), оскільки

$$\mu^* = \frac{1}{v} + \frac{(1+3N^3)^2(N-n_3)}{9N^9}v^3 + \delta(v^7) \quad (11)$$

На рисунку 4 показано, наскільки $\hat{\mu}^*$ приблизно дорівнює μ^*, обчислено за допомогою програмного забезпечення Continental MatCont [4]. Як і у випадку моделі середнього майданчика медоносів (див. Рис. 2), точка біфуркації на основі агентно-орієнтованій моделі залежить від величини альтернатив ν (див. (11) та малюнок 4). Таким чином, наша агентно-орієнтована модель прийняття рішень відновлює прийнятну для себе цінність рішень моделі середнього поля медоносі. Ця цінність забезпечує ефективну та адаптовану динаміку прийняття рішень.

Залежність μ^* від ν продемонстрована на рис. 5а, де діаграми біфуркації для агентно-орієнтованої моделі задані для діапазону значень ν. Ми зауважи-

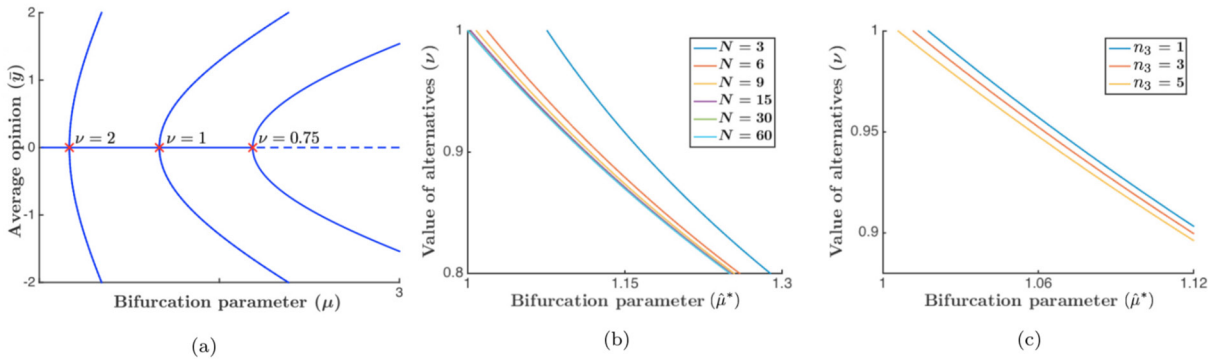

Рис. 5. (a) Діаграми біфуркації для агентно-орієнтованої моделі (5) з $n_3 = 20$, $N = 60$ та діапазоном ν, що показує залежність точки біфуркації та різкості на ν. (b)–(c) наближення до точки біфуркації $\hat{\mu}^*$ як функції ν для різних групових розмірів. (б) показує збільшення N з фіксованим $n_3 = \frac{N}{3}$, і (c) показує збільшення n_3 для фіксованого $N = 7$

мо, що точка біфуркації зменшується, оскільки ν збільшується. Існує також збільшення різкості гілок біфуркації, оскільки ν збільшується; це відповідає швидшому зростанню середньої думки.

3. Вплив параметрів системи.

Перевагою агентно-орієнтованої схеми є те, що вона дає змогу вивчати чутливість динаміки до системних параметрів, що варіюються у групі. Це буде розглянуто більш детально в наступній роботі, але деякі короткі результати представлені тут. На рис. 5б–рис. 5с показані ті ж відносини для $\hat{\mu}^*$ з точки зору ν, як показано на рис. 4, але з різним числом агентів та різними домовленостями підгрупи. Ефекти в цьому випадку невеликі, але існують певні тенденції.

На рисунку 5б показано, як $\hat{\mu}^*$ зменшується з збільшенням загальної розмірності групи N, що означає, що для прийняття рішення більшою групою потрібні менші спільні зусилля. Також існує граничне значення $\mu^* = \frac{1}{\upsilon}$, яке швидко наближається до $N > 30$. З точки зору конструкції це показує, що якщо метою є мінімізація необхідних соціальних зусиль для групи агентів, то зменшується повернення на збільшення розміру групи.

На рисунку 5с показано, що кількість соціальних зусиль також зменшується, коли кількість незадіяних агентів n_3 збільшується. В [1] показано, що кількість неінформованих агентів відіграє важливу роль у динаміці прийняття рішень зграї риб, тому цей результат дозволяє припустити, що агентно-орієнтована модель також зможе відобразити цю динаміку.

Висновок. Агентно-орієнтована модель прийняття рішень, про яку йдеться у даній роботі, пов'язує динаміку груп тварин та мультиагентних мереж. Вона утворює загальну структуру, що забезпечує досягнення характерних якостей прийняття рішень в колективі тварин (надійність, адаптивність) в інженерно-технічних мережевих системах. У найпростішому випадку «загальна комунікація» фіксує чутливість до прийняття рішень у перелітних птахів та медоносних бджіл. Попередні результати свідчать, що можливо зафіксувати демократичну динаміку консенсусу в зграях риб. Майбутня робота буде базуватись на теорії сингулярності для розробки принципового аналізу чутливості запропонованої моделі, як у загальних, так і в збалансованих випадках взаємозв'язку. Інші вітки включатимуть розробку відповідної еволюційної динаміки для різних контрольних параметрів.

Література

1. Couzin, I.D., Ioannou, C.C., Demirel, G., Gross, T., Torney, C.J., Hartnett, A., Conradt, L., Levin, S.A., and Leonard, N.E. (2011). Uninformed individuals promote democratic consensus in animal groups. Science, 334(6062), 1578–1580.

2. Eikenaar, C., Klinner, T., Szostek, L., and Bairlein, F. (2014). Migratory restlessness in captive individuals predicts actual departure in the wild. Biology Letters, 10(4).

3. Golubitsky, M. and Schaeffer, D.G. (1985). Singularities and Groups in Bifurcation Theory, volume 51 of Applied Mathematical Sciences. Springer-Verlag, New York, NY.

4. Govaerts, W. and Kuznetsov, Y.A. (2015). MATCONT and CL MATCONT: Continuation toolboxes in MATLAB. https://sourceforge.net/projects/matcont/.

5. Guckenheimer, J. and Holmes, P. (2002). Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields, volume 42 of Applied Mathematical Sciences. Springer, New-York, 7th edition.

6. Hopfield, J.J. (1982). Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities. Proceedings of the National Academy of Sciences, 79(8), 2554–2558.

7. Hopfield, J.J. (1984). Neurons with graded response have collective computational properties like those of twostate neurons. Proceedings of the National Academy of Sciences, 81(10), 3088–3092.

8. Krause, J. and Ruxton, G.D. (2002). Living in Groups. Oxford University Press.

9. Leonard, N.E. (2014). Multi-agent system dynamics: Bifurcation and behavior of animal groups. IFAC Annual Reviews in Control, 38(2), 171–183.

10. Mesbahi, M. and Egerstedt, M. (2010). Graph theoretic methods in multiagent networks. Princeton Series in Applied Mathematics. Princeton University Press.

11. Pais, D., Hogan, P.M., Schlegel, T., Franks, N.R., Leonard, N.E., and Marshall, J.A.R. (2013). A mechanism for value-sensitive decision-making. PloS ONE, 8(9), e73216.

12. Parrish, J.K. and Edelstein-Keshet, L. (1999). Complexity, pattern, and evolutionary trade-offs in animal aggregation. Science, 284(5411), 99–101.

13. Reina, A., Valentini, G., Fernández-Oto, C., Dorigo, M., and Trianni, V. (2015). A design pattern for decentralised decision making. PLoS ONE, 10(10), e0140950.

14. Seeley, T.D. and Buhrman, S.C. (2001). Nest-site selection in honey bees: how well do swarms implement the «best-of-N» decision rule? Behavioral Ecology and Sociobiology, 49, 416–427.

15. Seeley, T.D., Visscher, P.K., Schlegel, T., Hogan, P.M., Franks, N.R., and Marshall, J.A.R. (2012). Stop signals provide cross inhibition in collective decision-making by honeybee swarms. Science, 335(6064), 108–111.

16. Sumpter, D.J.T. (2010). Collective Animal Behavior. Princeton University Press.