

ДОСЛІДЖЕННЯ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ ПРИ ВЗАЄМОДІЇ ЗІ СФЕРИЧНОЮ ПОРОЖНИНОЮ НЕСТАЦІОНАРНОЮ АКУСТИЧНОЮ ХВИЛЕЮ ВІД ТОЧКОВОГО ДЖЕРЕЛА

Бабаєв О.А., Штефан Н.І., Гнатейко Н.В.

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»

В даній статті розглядається нестационарна взаємодія внутрішньої сферичної хвилі тиску з поверхнею жорсткої сферичної порожнини що містить акустичне середовище. Падаюча хвиля генерується точковим джерелом який розташований в довільному місці, в середині. Рівняння що описують збуджений рух акустичного середовища трансформуються за допомогою інтегрального перетворення Лапласа за часом. В області зображень зображень розв'язок представлено у вигляді ряду за відбиттям. Наведені основні формули для визначення фізичних характеристик досліджуваного перехідного процесу.

Ключові слова: перетворення Лапласа за часом, акустичне середовище, сферична хвиля, точкове джерело.

Математична постановка задачі. Розглянемо жорстку сферичну порожнину радіуса R , що заповнена стисливою рідиною властивості якої описуються густиною ρ та швидкістю розповсюдження звуку c . В середині порожнини розташовано точковий заряд який коли спрацьовує випромінює нестационарну сферичну ударну хвилю. Взаємодія з відбитою поверхнею падаючої хвилі створює гідродинамічний тиск.

Шуканий тиск p описується формулою

$$p = -\frac{\partial(\varphi^0 + \varphi^1)}{\partial t}, \quad (1)$$

де φ^0 та φ^1 – потенціали падаючої та відбитої хвилі; r – полярний радіус.

Потенціал відбитих хвиль φ^1 визначається при розв'язку хвильового рівняння

$$\frac{\partial^2 \varphi^1}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \varphi^1}{\partial r} = \frac{\partial^2 \varphi^1}{\partial t^2}, \quad (2)$$

при наступних початкових та граничних умовах:

$$\varphi^1 = \frac{\partial \varphi^1}{\partial t} = 0 \quad (t=0); \quad (3)$$

$$\frac{\partial \varphi^1}{\partial r} = -\frac{\partial \varphi^0}{\partial r} \quad (r=1); \quad \varphi^1 < \infty \quad (r=0). \quad (4)$$

За початок відліку ($t=0$) приймається момент взаємодії падаючої хвилі з відбитою поверхнею.

Співвідношення (1) – (4) наведено у безрозмірних позначеннях

$$r = \frac{\tilde{r}}{R}, \quad t = \frac{\tilde{t}}{R}, \quad p = \frac{\tilde{p}}{\rho c^2},$$

де тильдою позначені розмірні величини.

Розв'язок задачі. При рішенні поставленої задачі будемо використовувати інтегральне перетворення Лапласа за часом [1]. Трансформація відповідних функцій будемо позначати індексом L . В області зображень шукана величина гідродинамічного тиску p що виникає на поверхні порожнини приймає вигляд:

$$p^L(s) = \frac{\partial \varphi^{0L}}{\partial r} \Big|_{r=1} - \frac{I_{1/2}(s)}{I_{3/2}(s)} - s \varphi^{0L} \Big|_{r=1}. \quad (5)$$

Тут s – параметр перетворення Лапласа та $I_k(s)$ – модифікована функція Бесселя I роду.

Розглянемо випадок коли точковий заряд випромінює сферичну хвилю ступінчатим законом зміни тиску

$$\varphi^0(t, r) = -\frac{r}{(t-r+1)H(t-r+1)}$$

(H – одинична функція Хевісайда).

В області зображень будемо мати, що

$$\varphi^{0L}(s) = -\frac{1}{rs^2} e^{-(r-1)s}, \quad (6)$$

причому для такого потенціалу формула (5) перетворюється до вигляду

$$p^L(s) = \frac{2}{s-1} \frac{1}{1 + \frac{s+1}{s-1} e^{-2s}}. \quad (7)$$

Представимо вираз (7) у вигляді ряду

$$p^L(s) = \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j f_j^L(s) e^{-2js}, \quad (8)$$

де

$$f_j^L(s) = \frac{2}{s-1} \left(\frac{s+1}{s-1} \right)^j.$$

Таким чином задача зводиться до обернення співвідношення (8). З використанням табличних перетворень [2] та терми про згортку оригіналів отримаємо вираз для шуканого тиску

$$p(t) = \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j f_j(t-2j)H(t-2j), \quad (9)$$

де

$$f_0(t) = 2e^t; \quad f_{j+1}(t) = f_j(t) + 2e^t \int_0^t f_j(x) e^{-x} dx;$$

складові $f_j(t-2j)$ характеризує вплив повторних відбитих хвиль на величину гідродинамічного навантаження $p(t)$.

Отримане рішення дозволяє порівняно легко визначити тиск на поверхні порожнини при дії сферичних хвиль з іншим законом зміни тиску.

Нехай падаюча хвиля має вид прямокутного імпульсу одиничної амплітуди і кінцевої тривалості T . Позначимо потенціал такої хвилі через $\varphi_1^0(s)$. Тоді

$$\varphi_1^{0L}(s) = (1 - e^{-sT}) \varphi^{0L}(s). \quad (10)$$

Схожа залежність має місце також для гідродинамічних навантажень $p_1^L(s), p^L(s)$.

Перехід у простір оригіналів призводить до наступного співвідношення:

$$p_1(t) = \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j [f_j(t-2j)H(t-2j) - f_j(t-2j-T)H(t-2j-T)]. \quad (11)$$

Якщо в якості діючого розглянути точкове джерело, генеруючу ударну хвилю, тиск в якій спадає за експоненціальним законом

$$\frac{H(t-r+1)}{r} e^{-\alpha(t-r+1)} \quad (12)$$

або мають вид трикутного імпульсу

$$\frac{H(t-r+1)[1 - (t-r+1)tg\beta]}{r} [1 - H(t-r+1-ctg\beta)], \quad (13)$$

то відповідні формули для потенціалів приймають вид:

$$\varphi_2^{0L}(s) = \frac{s}{s+\alpha} \varphi^{0L}(s); \quad (14)$$

$$\varphi_3^{0L}(s) = \left[1 - \frac{tg\beta}{s} (1 - e^{-sctg\beta}) \right] \varphi^{0L}(s). \quad (15)$$

Остаточний вираз для гідродинамічного навантаження у випадку дії експоненціально спадної хвилі та трикутного імпульсу запишемо наступним чином

$$p_2(t) = \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i [f_j(t-2j) - g_j(t-2j)] H(t-2j), \quad (16)$$

де

$$g_j(t) = \alpha e^{-\alpha t} \int_0^t f_j(x) e^{\alpha x} dx;$$

$$p_3(t) = \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i [f_j(t-2j) - tg\beta h_j(t-2j) + tg\beta h_j(t-2j - ctg\beta)] \times H(t-2j - ctg\beta) H(t-2j), \quad (17)$$

де

$$h_j(t) = tg\beta \int_0^t f_j(x) dx.$$

Мета статті. Головна мета цієї роботи полягає в наступному, це виконана постановка та розв'язок

нестационарної взаємодії внутрішньої сферичної хвилі тиску з поверхнею жорсткої сферичної порожнини що містить акустичне середовище. Рівняння що описують збуджений рух акустичного середовища трансформуються за допомогою інтегрального перетворення Лапласа за часом. В області зображень зображень розв'язок представлено у вигляді ряду за відбиттям. Наведені основні формули для визначення фізичних характеристик досліджуваного перехідного процесу.

Висновки. Отримані результати можуть бути використані в науково-дослідних організаціях при розробці акустичної техніки, а також в педагогічному процесі

Список літератури:

1. Бейтмен Г., Эрдеи А. Высшие трансцендентные функции / Г. Бейтмен, А. Эрдеи // - М., Издательство Наука, 1966.
2. Диткин В. А., Прудников А. П. Справочник по операционному исчислению / В. А. Диткин, А. П. Прудников // - М., Издательство Высшая школа, 1965.
3. Диткин В. А., Прудников А. П. Операционное исчисление / В. А. Диткин, А. П. Прудников // - М., Издательство Высшая школа, 1966.
4. Пьезокерамические преобразователи / Под ред. С. И. Пугачева. - Л.: Судостроение, 1984. - 256 с.

Бабаев А.А., Штефан Н.И., Гнатейко Н.В.

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ СО СФЕРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТЬЮ НЕСТАЦИОНАРНОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ ОТ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА

Аннотация

В данной статье рассматривается нестационарное взаимодействие внутренней сферической волны давления с поверхностью жесткой сферической полости, содержащей акустическую среду. Падающая волна генерируется точечным источником, расположенным произвольно внутри полости. Уравнения, описывающие возмущенное движение акустической среды, трансформируются с помощью интегрального преобразования Лапласа по времени. В области зображений решение представляется в виде ряда по отражениям. Представлены основные формулы для определения физических характеристик исследуемого переходного процесса.

Ключевые слова: преобразования Лапласа по времени, акустическая среда, сферическая волна, точечный источник.

Babaev A.A., Shtefan N.I., Gnatejko N.V.

National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute»

RESEARCH OF TRANSIENTS WHEN INTERACTING WITH A SPHERICAL CAVITY NONSTATIONARY ACOUSTIC WAVE FROM A POINT SOURCE

Summary

This article discusses the interaction of unsteady inner spherical pressure wave from the surface of the rigid spherical cavity containing the acoustic environment. The incident wave is generated by a point source placed arbitrarily within the cavity. The equations describing the perturbed motion of the acoustic environment, transformed by the integral Laplace transform in time. In the decision The image appears as a series of reflections. It introduces the basic formula to determine the physical characteristics of the test of transition.

Keywords: Laplace transform in time, acoustic area, spherical wave point source.