УДК 517.5

АПРОКСИМАТИВНІ ВЛАСТИВОСТІ ЛІНІЙНИХ МЕТОДІВ ПІДСУМОВУВАННЯ РЯДІВ ФУР'Є

Шаврова О.Б.
Дніпропетровський державний аграрно-економічний університет

Робота присвячена одержанню оцінок загальних інтегральних перетворень типу згортки функцій, які задані за допомогою їх найкращих наближень тригонометричними поліномами та цілими функціями скінченого ступеня в метриці простору S^p. Розглядаються апроксимаційні властивості лінійних методів підсумовування рядів Фур'є в просторах S^p. Для просторів L_p $(1 < p < \infty)$ встановлюються теореми, які показують, що в багатьох випадках оцінки величини $R_r(f;\lambda_\nu(r))$ в просторах S^p та підпросторах функцій з монотонними коефіцієнтами Фур'є з просторів L_p мають за порядком схожі значення.

Ключові слова: найкращі наближення, перетворення типу згортки, норма простору, апроксимація, ряди Фур'є, методи підсумовування.

ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ

Постановка проблеми. Розглянути конкретні лінійні оператори, які відносяться до методів підсумовування рядів Фур'є (Фейера, Зігмунда, Бернштейна – Рогозинського, Абеля – Пуассона). Знайти оцінки норм відхилень функцій від середніх їх рядів Фур'є в просторах S^p. Порівняти їх для вказаних лінійних операторів в просторах S^p з аналогічними відомими оцінками у просторах L_p.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Важливі результати для просторів S^p одержані О.І. Степанцем, М.П. Тіманом, А.С. Сердюком, С.Б. Вакарчуком. В роботах С.Н. Бернштейна, А. Зігмунда, С.М. Никольського, С.Б. Стечкіна, П.Л. Ульянова, В.В. Жука, О.П. і М.П. Тіманів для випадків просторів L_p одержані точні порядкові оцінки відхилень функції $f(x)\in L_p$ від операторів $U_r(f,x,\lambda)$ через найкращі наближення функцій в метриці цього простору.

Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми. Знаходження нових оцінок для випадків, коли міри множин характеризують апроксимаційні властивості лінійних методів підсумовування рядів Фур'є.

Мета статті. Одержання результатів, які характеризують загальні перетворення функцій в просторах S^p. Порівняння одержаних результатів для просторів S^p з аналогічними в просторі L_p.

Виклад основного матеріалу. Нехай періодична періоду 2π інтегрована по Лебегу функція $f(x)$ має ряд Фур'є

$$\frac{a_0}{2}+\sum_{\nu=1}^{\infty}a_\nu\cos\nu x+b_\nu\sin\nu x=\sum_{\nu=0}^{\infty}A_\nu(x).$$

Нехай крім того задана система чисел $\{\lambda_\nu(r)\}$ $(\nu=0,1,2,...,r)$, $\lambda_0(r)=1$, $\lambda_\nu(r)=0$, коли $\nu > r$. Для кожної інтегрованої функції $f(x)$ за допомогою вказаної системи чисел $\{\lambda_\nu(r)\}$ розглянемо лінійний оператор виду

$$U_r(f,x,\lambda)=\sum_{\nu=0}^{r}\lambda_\nu(r)A_\nu(x)$$

Розглянемо задачі, які стосуються апроксимативних властивостей операторів $U_r(f,x,\lambda)$ в просторах S^p. Під простором S^p $(1\le p\le\infty)$ розуміємо сукупність функцій $f(x)$, для яких

$$\sum_{\nu=0}^{\infty}\rho_\nu{}^p<\infty,\ \rho_\nu=\sqrt{a_\nu^2+b_\nu^2}\qquad(\nu=1,2,...),\ \rho_0=\frac{a_0}{2}.$$

За норму в просторі S^p приймається $\|f(x)\|_{S^p}=\left\{\sum_{\nu=0}^{\infty}|\rho_\nu|^p\right\}^{\frac{1}{p}}$ для $1\le p<\infty$, а при $p=\infty$ $\|f(x)\|_{S^\infty}=\sup_\nu|\rho_\nu|$. Тобто, вивчається поведінка величини

$$R_r(f,\lambda)_{S^p}=\left\|f(x)-U_r(f,x,\lambda)\right\|_{S^p}.$$

Для просторів S^p має місце наступне загальне твердження.

Твердження 1. *Якщо періодична періоду 2π функція $f(x)\in S^p$ $(1\le p<\infty)$ а система чисел $\{\lambda_\nu(r)\}$ $(\nu=0,1,2,...,r)$ задовольняє умовам $\lambda_0(r)=1$, $\lambda_\nu(r)=0$, коли $\nu>r$, то справедлива рівність*

$$R_r^p(f,\lambda)_{S^p} = \sum_{\nu=0}^{r}\left\{|1-\lambda_\nu(r)|^p - |1-\lambda_{\nu-1}(r)|^p\right\}E_\nu^p - |1-\lambda_r(r)|^p\, E_{r+1}^p + E_{r+1}^p,$$

де $E_r^p = E_r^{\,p}(f)_{S^p}$ *– найкращі наближення порядку r функції f(x) тригонометричними поліномами* $\le r$.

Твердження 2. *Якщо періодична періоду 2π функція f(x)∈S^p (1 ≤ p < ∞), у випадку, коли система чисел* $\{\lambda_\nu(r)\}$ $(\nu = 0,1,2,...)$ *є нескінченна послідовність та* $\lambda_0(r)=1$ *справедлива рівність*

$$R^p(f;\lambda_\nu(r))_{S^p} = \sum_{\nu=1}^{\infty}(|1-\lambda_\nu(r)|^p - |1-\lambda_{\nu-1}(r)|^p)E_\nu^p(f)_{S^p}.$$

За допомогою тверджень 1 та 2 можна одержати наступні теореми.

Теорема 1. *(Метод Фейера). Нехай f(x)∈S^p (1 ≤ p < ∞), а система чисел* $\lambda_\nu(r) = 1 - \dfrac{\nu}{r+1}$ *(ν = 0,1,2,...,r; r = 1,2,...; λ_ν(r) = 0, ν > r). Тоді*

$$R_r^p(f,\lambda_\nu(r))_{S^p} = \| f(x) - \sum_{\nu=0}^{r}\lambda_\nu(r)\cdot A_\nu(x)\|_{S^p} \le \frac{p}{(r+1)}\sum_{\nu=1}^{r+1}\nu^{p-1}E_\nu^p(f)_{S^p} \quad , (1)$$

Теорема 2. *(метод Зігмунда). Нехай f(x)∈S^p (1 ≤ p < ∞), а* $\lambda_\nu(r) = 1 - \dfrac{\nu^k}{(r+1)^k}$ *(ν = 0,1,2,...,r; r = 1,2,...) і λ_ν(r) = 0 для ν ≥ r + 1. Тоді справедливі оцінки*

$$R_r(f,\lambda_\nu(r))_{S^p} \le \frac{\sqrt[p]{pk}}{(r+1)^k}\left\{\sum_{\nu=1}^{r+1}\nu^{pk-1}E_\nu^p(f)_{S^p}\right\}^{\frac{1}{p}}, (2)$$

де $U(f;x;\lambda_\nu(r)) = \sum_{\nu=0}^{r}\lambda_\nu(r)A_\nu(x)$ *, – члени ряду Фур'є функції f(x).*

Теорема 3. *(Бернштейна – Рогозинського). Нехай f(x)∈S^p (1 ≤ p < ∞), а* $\lambda_\nu(r) = \cos\dfrac{\nu\pi}{2r+1}$ *(ν = 0,1,2,...,r; r = 1,2,...), λ_ν(r) = 0, ν > r. Тоді*

$$R_r^p(f,\lambda_\nu(r))_{S^p} \le \frac{p\cdot\pi^{2p}}{2^{p-1}\cdot(2r+1)^{2p}}\sum_{\nu=1}^{r+1}\nu^{2p-1}E_\nu^p(f)_{S^p}. (3)$$

Теорема 4. *(метод Абеля-Пуассона). Нехай f(x)∈S^p (1 ≤ p < ∞), а λ_ν(r) = r^ν (ν = 0,1,2,...; 0 < r < 1). Тоді*

$$R_r^p(f,\lambda_\nu(r))_{S^p} \le p(1-r)^p\sum_{\nu=0}^{\infty}(\nu+1)^{p-1}r^\nu E_\nu^p(f)_{S^p}. (4)$$

Розглянемо лінійний оператор

$$U(f;x;\lambda_\nu(r)) = \sum_{\nu=0}^{\infty}r^\nu[1+\frac{1-r^2}{2}\nu]A_\nu(x), \quad (0<r<1),$$

який задає так звану бігармонічну функцію, для якої *f(x)* – є для неї граничною функцією та нормальна похідна на границі від функції *U(f,λ_ν(r))* дорівнює нулю. Крім того

$$\Delta\{\Delta u(f;x;\lambda_\nu(r))\} = 0.$$

Для таких лінійних операторів *U(f,λ_ν(r))* справедливо наступне твердження.

Теорема 5. *Якщо f(x)∈S^p, а* $\lambda_\nu(r) = 1 - r^\nu(1+\dfrac{1-r^2}{2}\nu)$ *(0 < ν < ∞), то*

$$R^p(f,\lambda_\nu(r))_{S^p} = \| f(x) - U(f;x;\lambda_\nu(r))\|_{S^p}^p \le p(1-r)^{2p}\{\sum_{\nu=0}^{\infty}\nu^{2p-1}r^\nu E_\nu^p(f)\}_{S^p}. (5)$$

Доведення теореми 5. Розглянемо 0 < *r* < 1 для вираз

$$f(x) - \sum_{\nu=0}^{\infty}r^\nu[1+\frac{1-r^2}{2}\nu]A_\nu(x).$$

Рядом Фур'є для цього виразу є

$$\sum_{\nu=1}^{\infty}(1-r^\nu[1+\frac{1-r^2}{2}\nu])A_\nu(x).$$

Тоді

$$\| f(x) - U(f;x;\lambda_\nu(r))\|_{S^p} = \sum_{\nu=1}^{\infty}\{1-r^\nu[1+\frac{1-r^2}{2}\nu]\}^p(E_\nu^p(f)_{S^p} - E_{\nu+1}^p(f)_{S^p}).$$

Далі позначимо $\gamma_\nu = 1 - r^\nu(1+\dfrac{1-r^2}{2}\nu)$.

За допомогою перетворення Абеля одержуємо

$$R^p(f;\lambda_\nu(r))_{S^p} = \sum_{\nu=1}^{\infty}\gamma_\nu^p\{E_\nu^p - E_{\nu+1}^p\} = \sum_{\nu=1}^{\infty}(\gamma_\nu^p - \gamma_{\nu-1}^p)E_\nu^p(f)_{S^p}.$$

Так як

$$\gamma_\nu = 1 - r^\nu(1+\frac{1-r^2}{2}\nu) = (1-r^\nu) - r^\nu\frac{1-r^2}{2}\nu = = (1-r)(1+r+r^2+...+r^{\nu-1} - r^\nu\frac{1+r}{2}\nu),$$

то

$$\gamma_\nu^p = (1-r)^p(1+r+r^2+...+r^{\nu-1} - r^\nu\frac{1+r}{2}\nu)^p = (1-r)^p\beta_\nu^p,$$

де

$$\beta_\nu = 1+r+r^2+...+r^{\nu-1} - r^\nu\frac{1+r}{2}\nu =$$

$$= 1+r+r^2+...+r^{\nu-1} - \nu r^\nu + (\nu r^\nu - r^\nu\frac{1+r}{2}\nu) =$$

$$= 1+r+r^2+...+r^{\nu-1} - \nu r^\nu + \nu r^\nu\frac{1-r}{2}.$$

Далі обчислюємо різницю

$$\beta_\nu - \beta_{\nu-1} = (1+r+r^2+...+r^{\nu-1} - r^\nu\frac{1+r}{2}\nu) -$$

$$-(1+r+r+...+r^{\nu-2} - r^{\nu-1}\frac{1+r}{2}(\nu-1)) =$$

$$= r^{\nu-1} + r^{\nu-1}(\frac{1+r}{2}(\nu-1) - r\frac{1+r}{2}\nu) = r^{\nu-1}[1+\frac{1+r}{2}(\nu-1-r\nu)] =$$

$$= r^{\nu-1}[1+\frac{1+r}{2}(1-r)\nu - \frac{1+r}{2}].$$

З цього випливає, що

$$0 < \beta_\nu - \beta_{\nu-1} \le r^{\nu-1}(1-r)(\nu+1).$$

Нехай тепер

$$g(x) = x^p, \quad x_1 = \beta_{\nu-1}, \quad x_2 = \beta_\nu,$$

тоді

$$g(x_2) - g(x_1) = g'(x_1+\theta(x_2-x_1))\cdot(x_2-x_1) =$$

$$= p[x_1+\theta(x_2-x_1)]^{p-1}(x_2-x_1) = p[\beta_{\nu-1}+\theta(\beta_\nu-\beta_{\nu-1})]^{p-1}(\beta_\nu-\beta_{\nu-1}).$$

Так як $\beta_\nu > 0$, $\beta_\nu - \beta_{\nu-1} > 0$, функція x^{p-1} зростаюча, то завдяки тому, що $0 < \theta < 1$), одержуємо

$$\beta_\nu^p - \beta_{\nu-1}^p \le p\beta_\nu^{p-1}(\beta_\nu - \beta_{\nu-1}) \le p\beta_\nu^{p-1}r^{\nu-1}(1-r)(\nu+1).$$

З того, що

$$\beta_\nu = 1+r+r^2+...+r^{\nu-1} - \nu r^\nu + \nu r^\nu\frac{1-r}{2},$$

одержуємо

$$\beta_\nu = (1-r^\nu) + r(1-r^{\nu-1}) + r^2(1-r^{\nu-2}) + ... + r^{\nu-1}(1-r) + \nu r^\nu\frac{1-r}{2} =$$

$$= (1-r)\{(1+r+r^2+...+r^{\nu-1}) + r(1+r+r^2+...+r^{\nu-2}) +$$

$$+ r^2(1+r+r^2+...+r^{\nu-3}) + ... + r^{\nu-1} + \frac{\nu r^\nu}{2}).$$

Тому що 0 < *r* < 1, знаходимо

$$\beta_\nu \le (1-r)[\nu+(\nu-1)+(\nu-2)+...+2+1+\frac{\nu}{2}] =$$

$$= (1-r)[\frac{\nu+1}{2}\nu + \frac{\nu}{2}] = (1-r)\frac{\nu(\nu+2)}{2} \le (1-r)\frac{(\nu+1)^2}{2}.$$

Завдяки цьому

$$\beta_\nu^{p-1} \le (1-r)^{p-1}\frac{(\nu+1)^{2p-2}}{2^{p-1}}.$$

Тоді

$$\beta_\nu^p - \beta_{\nu-1}^p \le p r^{\nu-1}(1-r)^p\frac{(\nu+1)^{2p-1}}{2^{p-1}},$$

а

$$\gamma_\nu^p - \gamma_{\nu-1}^p = (1-r)^p(\beta_\nu^p - \beta_{\nu-1}^p) \le \frac{p}{2^{p-1}}(1-r)^{2p}(\nu+1)^{2p-1}r^{\nu-1}.$$

Завдяки цьому, одержуємо, що

$$R^p(f;\lambda_\nu(r))_{S^p} = \sum_{\nu=1}^{\infty}(\gamma_\nu^p - \gamma_{\nu-1}^p)E_\nu^p(f)_{S^p} \le$$

$$\le \frac{p}{2^{p-1}}(1-r)^{2p}\sum_{\nu=1}^{\infty} r^{\nu-1}(\nu+1)^{2p-1}E_\nu^p(f)_{S^p}.$$

Теорема 5 доведена.

Наведемо аналогічні теореми для просторів L_p у випадку, коли $0 < p < \infty$.

Теорема 1′. *(Метод Фейера). Нехай $f(x)\in L_p$ $(1 < p < \infty)$, а система чисел $\{\lambda_\nu(r)\}$ задовольняє умовам теореми 1. Тоді*

$$R_r(f,\lambda_\nu(r))_{L_p} \le \frac{M_p}{r+1}\{\sum_{\nu=0}^{r}(\nu+1)^{\gamma-1}E_\nu^\gamma(f)_{L_p}\}^{\frac{1}{\gamma}}, \quad (1')$$

де $\gamma = \min(2,p)$, M_p – константа, яка не залежить від r та f.

Теорема 2′. *(метод Зігмунда). Нехай $f(x)\in L_p$ $(1 < p < \infty)$, а $\lambda_\nu(r) = 1 - \frac{\nu^k}{(r+1)^k}$ $(\nu = 0,1,2,...,r;\ r = 1,2,...)$ і $\lambda_\nu(r) = 0$ для $\nu \ge r + 1$.*

Тоді справедливі оцінки

$$R_r(f,\lambda_\nu(r))_{L_p} \le \frac{M_{p,k}}{(r+1)^k}\left\{\sum_{\nu=1}^{r+1}\nu^{\gamma k-1}E_\nu^\gamma(f)_{L_p}\right\}^{\frac{1}{\gamma}}, \quad (2')$$

де $U(f;x;\lambda_\nu(r)) = \sum_{\nu=0}^{r}\lambda_\nu(r)A_\nu(x)$,

$A_\nu(x)$ – члени ряду Фур'є функції $f(x)$.

Теорема 3′. *(Бернштейна – Рогозинського). Нехай $f(x)\in L_p$ $(1 < p < \infty)$, а $\lambda_\nu(r) = \cos\frac{\nu\pi}{2r+1}$ $(\nu = 0,1,2,...,r;\ r = 1,2,...)$. Тоді*

$$R_r^p(f,\lambda_\nu(r))_{L_p} \le \frac{C_p}{(2r+1)^{2p}}\sum_{\nu=1}^{r+1}\nu^{2\gamma-1}E_\nu^\gamma(f)_{L_p}. \quad (3')$$

Теорема 4′. *(метод Абеля-Пуассона). Нехай $f(x)\in L_p$ $(1 < p < \infty)$, а $\lambda_\nu(r) = r^\nu$ $(\nu = 0,1,2,...;\ 0 < r < 1)$. Тоді*

$$R^\gamma(f,\lambda_\nu(r))_{L_p} \le p(1-r)^\gamma\sum_{\nu=0}^{\infty}(\nu+1)^{\gamma-1}r^\nu E_\nu^\gamma(f)_{L_p}, \quad (4')$$

де $\gamma = \min(2,p)$.

Розглянемо аналоги цих теорем не для всього простору L_p, а для підпростору в просторі L_p, який є сукупністю функцій $f(x)\in L_p$ з монотонними коефіцієнтами Фур'є.

Теорема 6. *Нехай періодична періоду 2π функція $f(x)\in L_p$ має монотонно спадаючі коефіцієнти Фур'є, а система чисел $\{\lambda_\nu(r)\}$ задовольняє умовам теореми 2. Тоді*

$$R_r(f,\lambda_\nu(r))_{L_p} \le \frac{M_{p,k}}{(r+1)^k}\left\{\sum_{\nu=0}^{r}(\nu+1)^{pk-1}E_\nu^p(f)_{L_p}\right\}^{\frac{1}{p}}, \quad (6)$$

Теорема 7. *Нехай $f(x)\in L_p$ $(1 < p < \infty)$, а $\lambda_\nu(r) = r^\nu$ $(\nu = 0,1,2,...;\ 0 < r < 1)$. Тоді*

$$R(f,\lambda_\nu(r))_{L_p} \le M_p(1-r)\{\sum_{\nu=0}^{\infty}(\nu+1)^{p-1}r^\nu E_\nu^p(f)_{L_p}\}^{\frac{1}{p}}. \quad (7)$$

Якщо порівняти теореми 2, 2′ та 6, можна одержати наступний наслідок.

Наслідок 1) *Нехай $f(x)\in S^p$ $(1 < p < \infty)$ та послідовність її найкращих наближень тригонометричними поліномами в метриці цього простору $E_r(f)_{S^p} = \frac{1}{r^k}$ $(r = 1,2,...)$. Тоді, коли $\lambda_\nu(r)$ задовольняє умовам теореми 2,*

$$R_r(f;\lambda_\nu(r))_{S^p} = O\left\{\frac{1}{(r+1)^k}\left(\ln\frac{1}{r+1}\right)^{\frac{1}{p}}\right\}.$$

2) *Якщо $f(x)\in L_p$ $(1 < p < \infty)$ та послідовність її найкращих наближень тригонометричними поліномами в метриці цього простору $E_r(f)_{L_p} = \frac{1}{r^k}$ $(r = 1,2,...)$. Тоді, коли $\lambda_\nu(r)$ задовольняє умовам теореми 2′,*

$$R_r(f;\lambda_\nu(r))_{L_p} = O\left\{\frac{1}{(r+1)^k}\left(\ln\frac{1}{r+1}\right)^{\frac{1}{\gamma}}\right\} \quad \gamma = \min(2,p).$$

3) *Якщо коефіцієнти Фур'є функції $f(x)\in L_p$ $(1 < p < \infty)$ монотонно спадають та послідовність її найкращих наближень тригонометричними поліномами в метриці цього простору $E_r(f)_{L_p} = \frac{1}{r^k}$ $(r = 1,2,...)$. Тоді, коли $\lambda_\nu(r)$ задовольняє умовам теореми 6,*

$$R_r(f;\lambda_\nu(r))_{L_p} = O\left\{\frac{1}{(r+1)^k}\left(\ln\frac{1}{r+1}\right)^{\frac{1}{p}}\right\}.$$

Ці порівняння показують, що в багатьох випадках оцінки величини $R(f,\lambda_\nu(r))$ в просторах S^p та просторах L_p – функцій з монотонними коефіцієнтами Фур'є мають за порядком схоже значення відмінно від порівняння цих величин в просторах S^p з усіма функціями з просторів L_p $(1 < p < \infty)$.

Висновки і пропозиції. Для конкретних лінійних операторів, які відносяться до методів підсумовування рядів Фур'є (Фейера, Зігмунда, Бернштейна – Рогозинського, Абеля – Пуассона) одержані нові оцінки норм відхилень функцій від середніх їх рядів Фур'є в просторах S^p. Порівняння оцінок для вказаних лінійних операторів в просторах S^p з аналогічними відомими оцінками у просторах L_p, показує, що в деяких випадках вони за порядком кращі. Крім того, одержано та доведено нову оцінку (т. 5) відхилення функції $f(x)\in S^p$ $(1 \le p < \infty)$ від бігармонічної функції $U(f,x,r)$, для якої функція $f(x)$ є граничною за допомогою найкращих наближень цих функцій $f(x)$ тригонометричними поліномами в метриці S^p.

Список літератури:

1. Степанец А.И. Аппроксимационные характеристики пространств S^p. – К., 2001. – 85 с. (Препр. / НАН Украины. Институт математики, 2001.2).
2. Тиман М.Ф. Аппроксимация и свойства периодических функций. – Днепропетровск, 2000. – «Полиграфист», 320 с.
3. Шаврова О.Б. О некоторых свойствах преобразований типа свертки в пространствах S^p // Вісник Дніпропетровського університету. – Математика, № 11. – Дніпропетровськ, 2006. – С. 128-134.
4. Шаврова О.Б. Об оценке кратных преобразований типа свертки в пространствах L^2_p. Труды ИПММ НАН Украины. – Т. 21. – Донецк, 2010. – С. 238-244.

Шаврова О.Б.
Днепропетровский государственный аграрно-экономический университет

АПРОКСИМАТИВНЫЕ СВОЙСТВА ЛИНЕЙНЫХ МЕТОДОВ СУММИРОВАНИЯ РЯДОВ ФУРЬЕ

Аннотация
Для пространств S^p найдены точные порядковые оценки общих преобразований функций типа свертки для периодических функций в зависимости от их наилучших приближений тригонометрическими полиномами. Для классических методов суммирования рядов Фурье (Фейера, Зигмунда, Бернштейна – Рогозинского, Абеля – Пуассона) получены новые оценки норм отклонения функций от средних их рядов Фурье в пространствах S^p. Приведено сравнение полученных оценок в пространстве S^p с аналогичными оценками из пространств L_p.
Ключевые слова: наилучшие приближения; преобразования типа свертки; нормы пространства; апроксимация; ряды Фурье; методы суммирования.

Shavrova O.B.
Dnepropetrovsk State Agrarian and Economic University

APPROXIMATION PROPERTIES OF THE LINEAR METHODS OF THE SUMMING UP OF FOURIER SERIES

Summary
In work estimations are set from above and from below for general transformations of type packages in spaces L_p ($1 < p < \infty$) for the periodic functions of one variable with the monotonous coefficients of Fourier depending on their best approaching by trigonometric polynomials in this space. The exact index estimations of general transformations of type are found packages for periodic functions depending on their best approaching by trigonometric polynomials.
Keywords: the best approximation; transforms of type is packages; space norm; approximation; rows of Fourier, the methods of the summing up.