ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ

УДК 512.547.25

МАТРИЧНІ ЗОБРАЖЕННЯ СКІНЧЕННИХ ГРУП НАД ЛОКАЛЬНИМИ ФАКТОРІАЛЬНИМИ КІЛЬЦЯМИ

Стойка М.В.
Ужгородський національний університет

В даній роботі розглядається питання дикості скінченної 2-групи над локальними факторіальними кільцями. Зокрема, розглядається дикість скінченної 2-групи G порядку $|G| > 1$ над нетеровим локальним факторіальним кільцем K характеристики нуль з полем лишків характеристики 2, коли $2 = t_1t_2$, де t_1, t_2 – різні прості елементи кільця K $(t_1 \neq \theta t_2, \theta\in K^*)$ і $K/t_1 K$ не є областю головних ідеалів, де K* – мультиплікативна група кільця K.
Ключові слова: матричні зображення, нетерове кільце, факторіальне кільце, локальне кільце, поле лишків, дикі групи.

Постановка проблеми. Як і у випадку матричних зображень скінченних груп над полем, будова матричних зображень груп над кільцями також залежить від характеристики кільця. Але, у випадку полів, можуть бути лише дві можливості: характеристика поля взаємно проста, чи не взаємно проста з порядком групи. Для кілець таких можливостей досить багато. Якщо говорити про матричні зображення над локальними кільцями, то найважливішими випадками є такі: 1) G – p-група, а K – кільце характеристики 0, $K/Rad\ K$ – кільце характеристики 0 (не модулярний випадок); 2) G – p-група, а K – кільце характеристики p^s $(s > 0)$ (модулярний випадок); 3) G – p-група, а K – кільце характеристики 0, $K/Rad\ K$ – кільце характеристики p^s $(s > 0)$ (модулярний випадок).

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Випадки 1) та 2) вивчені достатньо добре [1-6]. Приведемо деякі результати для $p = 2$.

Теорема 4.1 [1]. Нехай G – скінченна нециклічна 2-група, K – нетерова локальна область цілісності характеристики нуль з полем лишків характеристики 2 і W – максимальний ідеал кільця K. Група G не є дикою над кільцем K тоді і тільки тоді, коли G – група порядку 4 і $W = 2K$.

Теорема 4.2 [1]. Нехай G – циклічна 2-група порядку $|G| > 4$, K – нетерова локальна область цілісності характеристики нуль з полем лишків характеристики 2 і W – максимальний ідеал кільця K. Група G не є дикою над кільцем K тоді і тільки тоді, коли $|G| = 8$ і $W = 2K$.

Теорема 4.3 [2]. Нехай $H = \langle a\rangle$ – циклічна група порядку 4 і K – нетерова локальна область цілісності характеристики нуль з полем лишків характеристики 2 і K не є дискретно нормованим кільцем. Тоді група H є дикою над кільцем K, якщо виконується одна з умов:

1) 2 – не є простим елементом кільця K;

2) фактор-кільце $K/2K$ не є кільцем головних ідеалів.

Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми. Якщо говорити про випадок 3), то найскладнішою і найменше вивченою задачею є така, для якої група G має порядок 2 і $s = 1$. Зауважимо, що чим меншим є порядок групи чи число s, тим складніше, при однакових обмеженнях на кільце, довести дикість відповідної задачі (якщо вона є такою).

Мета статті. Головною метою статті є описання диких скінченних груп над локальними кільцями.

Виклад основного матеріалу. В роботі розглядаються матричні зображення циклічної групи порядку 2 над кільцем K характеристики 0, таким, що $K/Rad\ K$ – кільце характеристики 2.

Спочатку доведемо деякі леми.

Лема 1. *Нехай K – нетерове локальне факторіальне кільце характеристики нуль з полем лишків характеристики 2, $2 = t_1t_2$, де t_1, t_2 – різні прості елементи кільця K, $t_1 \neq \theta t_2$ $(\theta\in K^*)$, де K^* – мультиплікативна група кільця K. Нехай K/t_1K не є областю головних ідеалів. Тоді існують такі елементи $\overline{u}$, $\overline{v}$ із кільця $K_1 = K/t_1K$, що $\overline{V} = \langle \overline{u},\overline{v}\rangle$ не буде головним ідеалом кільця $\overline{K}1$. Нехай $\overline{u} = u + t_1K$, $\overline{v} = v + t_1K$, $(u,v\in K)$. Тоді $(u,t_1) = 1$, $(v,t_1) = 1$.*

Доведення. Розглянемо $u = u_1d$, $v = v_1d$, де $(u_1,v_1) = 1$ $(u_1,v_1,d\in K)$. Очевидно, ідеал $V_1 = \langle u_1,v_1\rangle$ не є головним в K, бо якщо $V_1 = Kt$ $(t\in K^*)$, то $u_1 = \alpha_1 t$, $v_1 = \beta_1 t$ $(\alpha_1,\beta_1\in K)$, тобто u_1 і v_1 не є взаємно простими. Покажемо, що ідеал V_1 не співпадає з усім кільцем. Нехай $V_1 = K$, $1 = \alpha_1u_1 + \beta_1v_1$ $(\alpha_1,\beta_1\in K)$. Тоді $d = \alpha_1du_1 + \beta_1dv_1 = \alpha_1u + \beta_1v\in V = Ku + Kv$, звідки $V = Kd$. Позначимо $u = \lambda_1d$, $v = \lambda_2d$ $(\lambda_1,\lambda_2\in K)$. Тоді маємо $\overline{u} = \lambda_1d + t_1K$, $\overline{v} = \lambda_2d + t_1K$, тобто $\overline{u} = (\lambda_1 + t_1K)(d + t_1K)$, $\overline{v} = (\lambda_2 + t_1K)(d + t_1K)$, де $\overline{d} = d + t_1K\in\overline{V}$. Значить, $\overline{V}$ – головний ідеал. Отримали протиріччя. Отже, $V_1 \neq K$ і $V_1 \neq Kt$, тобто V_1 не є головним ідеалом. Значить $(u,t_1) = 1$, $(v,t_1) = 1$. □

Лема 2. *Нехай K – локальне кільце, t_1 – простий елемент кільця K. Тоді K/t_1K – локальне кільце.*

Доведення. Розглянемо $\overline{v} = v + t_1K$ $(v\in K)$. Нехай $\overline{v}$ не є оборотним елементом і $\overline{1} - \overline{v}$ $(\overline{1} = 1 + t_1K)$ не є оборотним елементом $\overline{K}_1$.

Тоді $1 - v + t_1K = \overline{w} \notin (K/t_1K)^*$, і $v + t_1x \in K$, де $(K/t_1K)^*$ – мультиплікативна група фактор-кільця K/t_1K, $x \in K$. Якщо $v \in K^*$, то $v + t_1x \in K^*$. Отже, $\overline{v} \in (K/t_1K)^*$. Нехай $v \in RadK$, то $1 - v \in K^*$. Тоді $1 - v + t_1K \in (K/t_1K)^*$. Отримали протиріччя. Отже, K/t_1K – локальне кільце.

□

Твердження 1. *Нехай $H = \langle a | a_2 = e \rangle$, K – нетерове локальне факторіальне кільце характеристики нуль з полем лишків характеристики 2, $2 = t_1t_2$, де t_1, t_2 – різні прості елементи кільця K, ($t_1 \neq \theta t_2$, $\theta \in K^*$) і K/t_1K не є областю головних ідеалів. Тоді задача про опис матричних зображень групи H над кільцем K є дикою.*

Доведення. Нехай K/t_1K не є областю головних ідеалів. Тоді існують такі елементи $\overline{u}$, $\overline{v}$ із $\overline{K}_1 = K/t_1K$ (за лемою 2 $\overline{K}_1$ є локальним кільцем), що $\overline{V} = \langle \overline{u}, \overline{v} \rangle$ не буде головним ідеалом кільця $\overline{K}_1$. За лемою 1 можна підібрати такий ідеал $V = \langle t_2, v \rangle$ кільця K, що $(t_2, v) = 1$, тобто вважати, що $u = t_2$ (бо якби це було не так, то це означало би, що будь-який елемент із радикалу кільця K належить ідеалу, породженому елементами t_1 і t_2, а тоді $\overline{K}_1$ було би кільцем головних ідеалів). Розглянемо наступне відображення:

$$\Gamma(A,B): a \to \begin{pmatrix} -E & D(A,B) \\ 0 & E \end{pmatrix} = \Gamma_a(A,B),$$

з матрицею $D(A,B) = \begin{pmatrix} vt_2E & t_2^2A & 0 \\ v^2E & vt_2E & t_2^2B \\ 0 & v^2E & vt_2E \end{pmatrix}$, де A, B – довільні матриці розміру $n \times n$ над K, E – одинична матриця розміру $n \times n$. Очевидно,

$$\Gamma_a^2(A,B) = \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & E \end{pmatrix}.$$

Отже, Γ (A,B) є K-зображенням групи H.

Нехай зображення Γ (A,B) і Γ (A',B') є K-еквівалентні, тобто існує така матриця $C \in GL(6n,K)$, що

$$\Gamma_a(A,B)C = C\Gamma_a(A',B'), \quad (1)$$

де $C = \|C_{ij}\|$, C_{ij} – матриці розміру $n \times n$ над K $(1 \leq i,j \leq 6)$.

Запишемо (1) у вигляді

$$\begin{pmatrix} -E & D(A,B) \\ 0 & E \end{pmatrix}\begin{pmatrix} C_1 & C_2 \\ 0 & C_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 & C_2 \\ 0 & C_4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -E & D(A',B') \\ 0 & E \end{pmatrix},$$

де

$$C_1 = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{pmatrix},$$

$$C_2 = \begin{pmatrix} C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{34} & C_{35} & C_{36} \end{pmatrix},$$

$$C_4 = \begin{pmatrix} C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{pmatrix}.$$

Звідси отримаємо, що

$$\begin{pmatrix} -EC_1 & -EC_2 + D(A,B)C_4 \\ 0 & EC_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1(-E) & C_1D(A',B') + C_2E \\ 0 & C_4E \end{pmatrix}.$$

Прирівнюючи в останній матричній рівності елементи на місцях (1,2) (під місцем (i,j) матриці ми розуміємо елемент, що знаходиться на перетині i-го рядка та j-го стовпця), отримаємо, що $-EC_2 + D(A,B)C_4 = C_1D(A',B') + C_2E$, звідки $D(A,B)C_4 = C_1D(A',B') + 2C_2$. Зважаючи на останню матричну рівність, одержимо

$$\begin{pmatrix} vt_2E & t_2^2A & 0 \\ v^2E & vt_2E & t_2^2B \\ 0 & v^2E & vt_2E \end{pmatrix}\begin{pmatrix} C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} vt_2E & t_2^2A' & 0 \\ v^2E & vt_2E & t_2^2B' \\ 0 & v^2E & vt_2E \end{pmatrix} + 2C_2.$$

Звідси маємо

$$\begin{pmatrix} vt_2C_{44} + t_2^2AC_{54} & vt_2C_{45} + t_2^2AC_{55} & vt_2C_{46} + t_2^2AC_{56} \\ v^2C_{44} + vt_2C_{54} + t_2^2BC_{64} & v^2C_{45} + vt_2C_{55} + t_2^2BC_{65} & v^2C_{46} + vt_2C_{56} + t_2^2BC_{66} \\ v^2C_{54} + vt_2C_{64} & v^2C_{55} + vt_2C_{65} & v^2C_{56} + vt_2C_{66} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} vt_2C_{11} + v^2C_{12} & t_2^2C_{11}A' + vt_2C_{12} + v^2C_{13} & t_2^2C_{12}B' + vt_2C_{13} \\ vt_2C_{21} + v^2C_{22} & t_2^2C_{21}A' + vt_2C_{22} + v^2C_{23} & t_2^2C_{22}B' + vt_2C_{23} \\ vt_2C_{31} + v^2C_{32} & t_2^2C_{31}A' + vt_2C_{32} + v^2C_{33} & t_2^2C_{32}B' + vt_2C_{33} \end{pmatrix} + 2C_2.$$

В отриманій матричній рівності будемо прирівнювати елементи в лівій та правій частинах на відповідних місцях. Для цього введемо наступні позначення:

$$D_1 = C_{34},\ D_2 = -C_{24},$$
$$D_3 = -C_{14},\ D_4 = -C_{35},$$
$$D_5 = -C_{25},\ D_6 = -C_{15},$$
$$D_7 = -C_{36},\ D_8 = -C_{26},\ D_9 = -C_{16}.$$

Отже, прирівнюючи елементи на місці (3,1), отримаємо

$$vt_2C_{31} + v^2C_{32} + 2D_1 = v^2C_{54} + vt_2C_{64}. \quad (2)$$

Прирівнюючи елементи на місці (2,1), отримаємо

$$vt_2C_{21} + v^2C_{22} = v^2C_{44} + vt_2C_{54} + t_2^2BC_{64} + 2D_2. \quad (3)$$

Прирівнюючи елементи на місці (1,1), отримаємо

$$vt_2C_{11} + v^2C_{12} = vt_2C_{44} + t_2^2AC_{54} + 2D_3. \quad (4)$$

Прирівнюючи елементи на місці (3,2), отримаємо

$$t_2^2C_{31}A' + vt_2C_{32} + v^2C_{33} = v^2C_{55} + vt_2C_{65} + 2D_4. \quad (5)$$

Прирівнюючи елементи на місці (2,2), отримаємо

$$t_2^2C_{21}A' + vt_2C_{22} + v^2C_{23} = v^2C_{45} + vt_2C_{55} + t_2^2BC_{65} + 2D_5. \quad (6)$$

Прирівнюючи елементи на місці (1,2), отримаємо

$$t_2^2C_{11}A' + v_{t2}C_{12} + v^2C_{13} = vt_2C_{45} + t_2^2AC_{55} + 2D_6. \quad (7)$$

Прирівнюючи елементи на місці (3,3), отримаємо

$$t_2^2C_{32}B' + vt_2C_{33} = v^2C_{56} + vt_2C_{66} + 2D_7. \quad (8)$$

Прирівнюючи елементи на місці (2,3), отримаємо

$$t_2^2C_{22}B' + vt_2C_{23} = v^2C_{46} + vt_2C_{56} + t_2^2BC_{66} + 2D_8. \quad (9)$$

Прирівнюючи елементи на місці (1,3), отримаємо

$$t_2^2C_{12}B' + vt_2C_{13} = vt_2C_{46} + t_2^2AC_{56} + 2D_9. \quad (10)$$

Із (3) маємо

$$vt_2C_{21} + v^2C_{22} = v^2C_{44} + vt_2C_{54} + t_2^2BC_{64} + t_1t_2D_2,$$

або (в еквівалентній формі)

$$vt_2(C_{21} - C_{54}) + v^2(C_{22} - C_{44}) = t_2^2BC_{64} + t_1t_2D_2. \quad (11)$$

Оскільки всі доданки обох частин рівності (11) діляться на t_2, окрім другого доданку лівої рівності, то, враховуючи взаємну простоту v і t_2, маємо, що

$$C_{22} \equiv C_{44}\ (mod\ Rad\ K). \quad (12)$$

Із (4) отримаємо, що $vt_2C_{11} + v^2C_{12} = vt_2C_{44} + t_2^2AC_{54} + t_1t_2D_3$. Оскільки всі доданки обох частин останньої рівності діляться на t_2, окрім другого доданку лівої рівності, то, враховуючи взаємну простоту v і t_2, маємо, що C_{12} ділиться на t_2, тобто $C_{12} = t_2C_{12}'$, звідки, по-перше,

$$C_{12} \equiv 0\ (mod\ Rad\ K), \quad (13)$$

і, по-друге (після підстановки $C_{12} = t_2C_{12}'$ та скорочення на t_2),

$$v(C_{11} + vC_{12}' - C_{44}) = t_2AC_{54} + t_1D_3. \quad (14)$$

Нехай $C_{11} + vC_{12}' - C_{44} \not\equiv 0\ (mod\ Rad\ K)$. Зважаючи на (14) маємо

$$\overline{v}\overline{\theta} = \overline{t}_2\overline{x}_1\ (\overline{x}_1 \in \overline{K}_1).$$

Оскільки $\theta \in K^*$, то $\overline{\theta} \in (K/t_1K)^*$. Значить, $\overline{v} = \overline{\theta}^{-1}\overline{t}_2\overline{x}_1 = \overline{t}_2\overline{x}_2 = \overline{u}\overline{x}_2$.

Отримали протиріччя, бо $\overline{V} = \langle\overline{u},\overline{v}\rangle$ не є головним ідеалом.

Отже, $C_{11}+vC_{12}'-C_{44} \equiv 0$ *(mod Rad K)*. Звідси

$$C_{11}-C_{44} \equiv 0 \ (mod\ Rad\ K). \qquad (15)$$

Із (5) маємо, що $t_2^2C_{31}A'+vt_2C_{32}+v^2C_{33} = v^2C_{55}+vt_2C_{65}+t_1t_2D_4$, звідки $t_2^2C_{31}A'+vt_2C_{32}+v^2(C_{33}-C_{55}) = vt_2C_{65}+t_1t_2D_4$.

Оскільки всі доданки обох частин останньої рівності діляться на t_2, окрім третього доданку лівої рівності, то, враховуючи взаємну простоту v і t_2, маємо, що $C_{33}-C_{55}$ ділиться на t_2, тобто $C_{33}-C_{55} \equiv 0$ *(mod Rad K)*, звідки

$$C_{33} \equiv C_{55} \ (mod\ Rad\ K). \quad (16)$$

Із (6) маємо: $t_2^2C_{21}A'+vt_2C_{22}+v^2C_{23} = v^2C_{45}+vt_2C_{55}+t_2^2BC_{65}+t_1t_2D_5$, звідки дістанемо, що $t_2^2C_{21}A'+vt_2(C_{22}-C_{55}) = v^2(C_{45}-C_{23})+t_2^2BC_{65}+t_1t_2D_5$, $t_2C_{21}A'+v(C_{22}-C_{55}-vx) = t_2BC_{65}+t_1D_5$, $v(C_{22}-C_{55}-vx) = t_2x+t_1D_5$.

Аналогічними міркуваннями, як у випадку з (14) одержуємо, що

$$C_{22} \equiv C_{55} \ (mod\ Rad\ K). \qquad (17)$$

Із (7) дістанемо, що $t_2^2C_{11}A'+vt_2(C_{12}-C_{45})+v^2C_{13} = t_2^2AC_{55}+t_1t_2D_6$.

Оскільки всі доданки обох частин останньої рівності діляться на t_2, окрім третього доданку лівої рівності, то, враховуючи взаємну простоту v і t_2 маємо, що C_{13} ділиться на t_2, тобто $C_{13} = t_2C_{13}'$, звідки, по-перше,

$$C_{13} \equiv 0 \ (mod\ Rad\ K), \qquad (18)$$

і, по-друге (після підстановки $C_{13} = t_2C_{13}'$ та скорочення на t_2),

$$t_2(C_{11}A'-AC_{55})-v(C_{12}-C_{45}+vC_{13}') = t_1D_6,$$
$$t_2(C_{11}A'-AC_{55}) = vx+t_1D_6,$$

де $x = C_{12}-C_{45}+vC_{13}'$. Нехай $C_{11}A'-AC_{55} \not\equiv 0$ *(mod Rad K)*. Тоді маємо, що $\overline{t_2}\overline{\theta} = \overline{vx}$, де $\theta = C_{11}A'-AC_{55}$, звідки отримаємо, що $\overline{t_2} = \overline{vy}$ ($\overline{y} = \overline{x}\overline{\theta}^{-1}$), а це призводить до протиріччя з визначенням t_2, бо t_2 і v взаємно прості.

Отже, $C_{11}A'-AC_{55} \equiv 0$ *(mod Rad K)*, звідки

$$C_{11}A' \equiv AC_{55} \ (mod\ Rad\ K). \qquad (19)$$

Із (8) одержимо, що $t_2^2C_{32}B'+vt_2C_{33} = v^2C_{56}+vt_2C_{66}+t_1t_2D_7$, звідки $t_2^2C_{32}B'+vt_2(C_{33}-C_{66}) = v^2C_{56}+t_1t_2D_7$.

Аналогічними міркуваннями, як у випадку (14) одержуємо, що

$$C_{33} \equiv C_{66} \ (mod\ Rad\ K). \qquad (20)$$

З (9) отримаємо, що $t_2^2C_{22}B'+vt_2C_{23} = v^2C_{46}+vt_2C_{56}+t_2^2BC_{66}+t_1t_2D_8$, $t_2^2(C_{22}B'-BC_{66})+t_2v(C_{23}-C_{56}) = v^2C_{46}+t_1t_2D_8$. Оскільки всі доданки обох частин останньої рівності діляться на t_2, окрім першого доданку правої рівності, то, враховуючи взаємну простоту v і t_2, маємо, що C_{46} ділиться на $t2$, тобто $C46 = t2C46'$, звідки, по-перше, $C_{46} \equiv 0$ *(mod Rad K)*, і, по-друге (після підстановки $C_{46} = t_2C_{46}'$ та скорочення на t_2), $v(C_{23}-vC_{46}'-C_{56}) = -t_2(C_{22}B'-BC_{66})+t_1D_8$. Нехай $C_{22}B'-BC_{66} \not\equiv 0$ *(mod Rad K)*.

Звідси маємо

$$\overline{vx_1} = \overline{t_2}\overline{\theta}\overline{x_1} \ (\overline{x_1}\in\overline{K_1}).$$

Оскільки $\theta\in K^*$, то $\overline{\theta}\in (K/t_1K)^*$. Значить, $\overline{t_2} = \overline{vx_1}\overline{\theta}^{-1} = \overline{vx_2}$. Звідси $\overline{u} = \overline{vx_2}$. Отримали протиріччя, бо $\overline{V} = \langle\overline{u},\overline{v}\rangle$ не є головним ідеалом. Отже, $C_{22}B'-BC_{66} \equiv 0$ *(mod Rad K)*, звідки

$$C_{22}B' \equiv BC_{66} \ (mod\ Rad\ K). \quad (21)$$

Отже, з (12), (16), (17), (20) ми отримали, що

$$C_{22} \equiv C_{44} \equiv C_{11} \equiv C_{33} \equiv C_{55} \equiv C_{66} \ (mod\ Rad\ K), \quad (22)$$

та із (13) та (18) одержали $C_{12} \equiv C_{13} \equiv 0$ *(mod Rad K)*.

Отже, для матриці C справедлива наступна конгруенція:

$$C \equiv \begin{pmatrix} C_{11} & 0 & 0 & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{11} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{11} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C_{11} & C_{45} & C_{46} \\ 0 & 0 & 0 & C_{54} & C_{11} & C_{56} \\ 0 & 0 & 0 & C_{64} & C_{65} & C_{11} \end{pmatrix} (\mathrm{mod\ Rad}\, K).$$

З вигляду матриці C видно, що вона оборотна тоді і лише тоді, коли оборотна матриця C_{11}. Враховуючи (19), (21) та (22), маємо

$$C_{11}A' \equiv AC_{11} \ (mod\ Rad\ K),$$
$$C_{11}B' \equiv BC_{11} \ (mod\ Rad\ K).$$

Отже, задача про опис матричних K-зображень групи H є дикою.

□

Із доведеного твердження випливає наступна теорема.

Теорема 1. *Нехай G – скінченна 2-група порядку $|G| > 1$, K – нетерове локальне факторіальне кільце характеристики нуль з полем лишків харак-теристики 2, $2 = t_1t_2$, де t_1, t_2 – різні прості елементи кільця K ($t_1 \neq \theta t_2$, $\theta\in K^*$) і K/t_1K не є областю головних ідеалів. Тоді задача про опис матричних зображень групи G над кільцем K є дикою.*

Висновки і пропозиції. Таким чином було описано дикі скінченні 2-групи над нетеровим локальним факторіальним кільцем.

Список літератури:

1. Гудивок П. М. Про матричні зображення скінченних p-груп над областями цілісності характеристики нуль / П. М. Гудивок, С. П. Кіндюх // Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Сер. математика і інформатика. – 2005. – Вип. 10-11. – С. 49-56.
2. Гудивок П. М. Про матричні зображення скінченних 2-груп над локальними областями цілісності характеристики нуль / П. М. Гудивок, С. П. Кіндюх // Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Сер. математика і інформатика. – 2006. – Вип. 12-13. – С. 59-64.
3. Гудивок П. М. Про дикі скінченні 2-групи над локальними областями цілісності характеристики нуль / П. М. Гудивок, С. П. Кіндюх // Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Сер. математика і інформатика. – 2009. – Вип. 18. – С. 54-61.
4. Гудивок П. М. О неразложимых матричных представлениях конечных р-групп над коммутативными локальными кольцами характеристики p^s / П. М. Гудивок, В. И. Погориляк // Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Сер. математика і інформатика. -1999. – Вип. 4. – С. 43-46.
5. Кругляк С. А. О представлениях группы (p, p) над полем характеристики p / С. А. Кругляк // ДАН СССР. – 1963. – Т. 153, № 6. – С. 1253-1256.
6. Dieterich E. Group rings of wild representation type // Math. Ann. – 1983. – Vol. 266. – P. 1–22.

Стойка М.В.
Ужгородский национальный университет

МАТРИЧНЫЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ КОНЕЧНЫХ ГРУПП НАД ЛОКАЛЬНЫМИ ФАКТОРИАЛЬНЫМИ КОЛЬЦАМИ

Аннотация
В данной работе рассматривается вопрос дикости конечной 2-группы над локальными факториальными кольцами. В частности, рассматривается дикость конечной 2-группы G порядка $|G| > 1$ над нётеровым локальным факториальным кольцом K характеристики ноль с полем вычетов характеристики 2, когда $2 = t_1t_2$, где t_1, t_2 – разные простые элементы кольца K ($t_1 \neq \theta t_2$, $\theta \in K^*$) и K/t_1K не является областью главных идеалов, где K^* – мультипликативная группа кольца K.
Ключевые слова: матричные изображения, нётеровое кольцо, факториальное кольцо, локальное кольцо, поле вычетов, дикие группы.

Stoika M.V.
Uzhgorod National University

MATRIX REPRESENTATIONS OF FINITE GROUPS OVER LOCAL FACTORIAL RINGS

Summary
The present paper deals with the problem of the wildness of 2-groups over local factorial ring. In particular, the wildness of finite 2-group G of $|G| > 1$ order is considered over noetherian factorial local ring K of characteristic zero with residue field of characteristic 2, when $2 = t_1t_2$, where t_1, t_2 – different prime elements of the ring K ($t_1 \neq t_2$, $\theta \in K^*$) and K/t_1K is not the principal ideal domain, where K^* – multiplicative group of the ring K.
Keywords: matrix representation, noetherian ring, factorial ring, local ring, residue field, wild groups.