ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ

УДК 519.65

ДОСЛІДЖУВАННЯ ТА РОЗРОБКА ЕФЕКТИВНОГО АЛГОРИТМУ АПРОКСИМАЦІЇ СПЕЦІАЛЬНИМИ ТРИГОНОМЕТРИЧНИМИ ПОЛІНОМАМИ

Гришина В.О., Дарвінська А.С.
Одеський національний політехнічний університет

В роботі розглянуто проблема апроксимації неперіодичних функцій спеціальними тригонометричними поліномами. На основі дослідженого методу розроблено модифікований метод, який дозволяє отримати більш швидке і монотонне зменшення похибки апроксимації. Використовується попередня обробка даних для згладжування періодичного продовження функції, що апроксимується. Наведені середньоквадратичні похибки апроксимації неперіодичної функції для різних вхідних даних. Результати подані у вигляді таблиць.

Ключові слова: апроксимація, ряд Фур'є, спеціальний тригонометричний поліном, неперіодичні функції, похибка.

Постановка проблеми. Задача апроксимації функцій, як правило, є складовою частиною розв'язання прикладних задач, які потребують наближеного представлення досліджуваних залежностей. Останні десятиліття у зв'язку з розширенням області використання комп'ютерів вона набула особливої актуальності. Апроксимація функцій використовується у математичному моделюванні, різних обчислюваних методах, при аналізі та стисненні даних, проектуванні і реалізації комп'ютерних систем для звуковідтворюючого обладнання, медичного обладнання, при створенні програмного забезпечення для різних графічних об'єктів тощо. Відповідно, виникає потреба в програмній реалізації алгоритмів для розв'язання задач наближення функцій.

Особливої уваги заслуговує задача апроксимації функцій тригонометричними поліномами, джерелом виникнення якої послугували такі розділи фізики, як теорія коливань, теорія розповсюдження тепла.

Апроксимація періодичних функцій, як правило, успішно здійснюється за допомогою тригонометричного ряду Фур'є. Проте, якщо функція не є періодичною, необхідно спочатку виконати її періодичне продовження, а потім виконувати апроксимацію рядом Фур'є. При цьому періодичне продовження в загальному випадку є розривним, що приводить к значному погіршенню результатів наближення. Зокрема, на кінцях відрізка будуть з'являтися сильні осциляції (ефект Гіббса).

Таким чином, проблема апроксимації неперіодичних функцій тригонометричним рядом Фур'є так, щоб похибка наближення була малою на всій області апроксимації функції, є актуальною. Дослідженню зазначеної проблеми та розробці алгоритму апроксимації неперіодичної функції тригонометричним поліномом присвячена дана робота.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Середньоквадратична апроксимація дозволяє використовувати різні системи базисних функцій. Вдалий вибір системи базисних функцій істотно впливає на якість апроксимації.

Відомо, що використання степеневих функцій $\{x^i\}$, де $(i = \overline{1,n})$, в якості базисних при великих n призводить до погано обумовленої СЛАР для визначення коефіцієнтів апроксимуючого полінома. При цьому алгебраїчні поліноми досить чутливі до похибок у коефіцієнтах. Використання ортогональних многочленів в якості базисних призводить до громіздких виразів для обчислень.

Для апроксимації гладких періодичних функцій добрий результат дає апроксимація за допомогою тригонометричного ряду Фур'є. Система базисних функцій в такому методі є ортогональною, відповідно СЛАР для визначення коефіцієнтів – діагональна, а апроксимація обчислювальне стійка [1, с. 84]. Однак, якщо функція неперіодична, то результат такої апроксимації незадовільний.

В роботі [2] був запропонований метод, який використовує апроксимацію тригонометричним поліномом спеціального виду, який побудований з використанням двох систем тригонометричних функцій. Цей метод дозволяє апроксимувати неперіодичні функції, причому апроксимація навіть на границях інтервалу може бути отримана з доброю точністю, що допускає екстраполяцію.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Оскільки підсистеми тригонометричних функцій, які використовуються в методі [2, с. 65], взаємно не ортогональні, то метод передбачає пошук коефіцієнтів тригонометричного полінома, розв'язуючи систему лінійних алгебраїчних рівнянь з погано обумовленою матрицею. Це призводить до того, що на практиці для якісної апроксимації необхідно експериментально знаходити оптимальні значення для пари параметрів N і M. Тому актуальним є подальше вивчення апроксимації спеціальними тригонометричними поліномами для отримання ефективного алгоритму.

Метою дослідження є виявлення на практиці особливостей апроксимації неперіодичних функцій однієї змінної спеціальними тригонометричними поліномами, а також модифікувати даний метод, щоб отримати швидший та монотонний ріст точності апроксимації.

Виклад основного матеріалу дослідження. Одномірний випадок метода передбачає розкладання неперіодичної функції $f(x)$, значення аргументу якої належить відрізку $[-\pi/2;\pi/2]$, по базису, який складається з двох тригонометричних систем. Перша підсистема містить тільки парні гармоніки, що підключаються до розрахунку парами косинус-синус:

$$\{1, \sin 2x, \cos 2x, \sin 4x, \cos 4x, ..., \sin 2Nx, \cos 2Nx\}. \quad (1)$$

Друга підсистема містить тільки непарні гармоніки, що підключаються до розрахунку поодинці:

$$\{\sin x, \cos x, \sin 3x, \cos 3x, \sin 5x, ...\}. \quad (2)$$

Позначимо M кількість функцій у підсистемі (2).

У сукупності підсистеми (1) та (2) утворюють систему Фур'є на подвійному періоді 2π [2, с. 65]. Зазначимо, що будь-який відрізок апроксимації можна лінійно перетворити на $[-\pi/2;\pi/2]$.

Підсистеми (1) та (2) ортогональні на розглядуваному відрізку, але не взаємно ортогональні між собою. Таким чином, задача пошуку коефіцієнтів тригонометричного поліному ускладнюється, так як утворюється система лінійних алгебраїчних рівнянь з погано обумовленою матрицею Грама.

Позначимо тригонометричні функції системи (1)-(2) через ξ_i, де $1 \le i \le n$, $n = 2N + M + 1$. Тоді апроксимуюча функція буде мати вигляд лінійної комбінації функцій ξ_i та відповідних коефіцієнтів k_i:

$$F(x) = \sum_{i=1}^{n} \xi_i k_i. \quad (3)$$

Із умови мінімуму середньоквадратичної похибки отримуємо загальний вигляд СЛАР:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} k_j = (\xi_i, f(x)), \quad 1 \le i \le n,. \quad (4)$$

де $A = \{a_{ij}\}$ – матриця Грама.

Праву частину (4) становлять скалярні добутки тригонометричних елементів системи з вхідною функцією відповідно. Для обчислення невідомих коефіцієнтів системи, необхідно знайти значення правої частини, а потім розв'язати СЛАР.

Для програмної реалізації обчислення правої частини був застосований метод трапецій [1, с. 106]. Оскільки матриця Грама СЛАР (4) погано обумовлена, то отримувані СЛАР були розв'язані двома альтернативними способами: прямим методом квадратного кореня [3, с. 259] та ітераційним методом Зейделя [1, с. 160].

Апроксимуємо $f(x) = x^7 + x^4$, де $x \in [-\pi/2;\pi/2]$. Дана функція при періодичному продовженні має розриви, зокрема у похідних.

Наведемо середньоквадратичні похибки апроксимації для різних параметрів N і M при розв'язанні СЛАР методом квадратного кореня (табл. 1) і методом Зейделя (табл. 2).

При розв'язанні СЛАР методом Зейделя похибка ε була задана зі значенням 0.00001.

В результаті застосування методу Зейделя із зазначеною ε, маємо середньоквадратичні похибки апроксимації заданої функції менше, ніж із використанням методу квадратного кореня. Виключення становлять деякі випадки для $N < 20$.

Таблиця 1

Середньоквадратичні похибки апроксимації функції $x^7 + x^4$ при розв'язанні СЛАР методом квадратного кореня

N\M	1	2	3	4
5	0.2445767790064	0.1886727353483	0.0070059148398	0.0069670321953
10	0.0729023013359	0.0403077568184	0.0063201856260	0.0066633342385
15	0.0379066407823	0.0158221555521	0.0112944612016	0.0119325610647
20	0.0246305877930	0.0090662021564	0.0173021064980	0.0183087913992
25	0.0183308283337	0.0080003734234	0.0242934213240	0.0257419296885
30	0.0153374172019	0.0092510595877	0.0322452792654	0.0342093278477
35	0.0143525335605	0.0113578137885	0.0411471251438	0.0437057469032
40	0.0147114059324	0.0138539653953	0.0509964979234	0.0542247011901
45	0.0159661055618	0.0166080493291	0.0617961516674	0.0658082562892
50	0.0178151099871	0.0195800988143	0.0735522494942	0.0785061690282

Джерело: розроблено авторами

Таблиця 2

Середньоквадратичні похибки апроксимації функції $x^7 + x^4$ при розв'язанні СЛАР методом Зейделя

N\M	1	2	3	4
5	0.2445773070603	0.1886725218861	0.0066760275347	0.0074245698870
10	0.0729026248654	0.0402995089972	0.0045077328972	0.0045166913502
15	0.0379049128479	0.0157567724055	0.0167022753388	0.0167012962009
20	0.0246239129975	0.0088026483390	0.0101347622518	0.0103195685121
25	0.0183152085171	0.0074120009721	0.0079386286179	0.0079813285122
30	0.0153092997397	0.0083620132376	0.0085174119875	0.0084880087284
35	0.0143100104492	0.0101955474017	0.0102198830261	0.0101478646485
40	0.0146559793046	0.0124122484533	0.0123928178871	0.0122861089971
45	0.0159004634538	0.0148671717201	0.0148332777183	0.0146916385750
50	0.0177409641504	0.0175159361220	0.0174778793079	0.0172984223736

Джерело: розроблено авторами

Або метод Зейделя потребує додаткові обчислювальні ресурси.

Для даної функції найкраще наближення спостерігається для $N = 10$ при $M = 3$ та $M = 4$. При зменшенні параметру M необхідно збільшувати значення N, але, починаючи з $N = 30$ похибка апроксимації починає зростати.

Оскільки пошук коефіцієнтів тригонометричного полінома ускладнюється через погану обумовленість матриці Грама, дослідимо поведінку чисельного розв'язання СЛАР, розбиваючи її на дві незалежні підсистеми з парними та відповідно непарними невідомими, що становитимуть коефіцієнти тригонометричного поліному. Зазначимо, що СЛАР (4) допускає розбиття її на дві СЛАР з вдвічі меншою кількістю рівнянь в кожній. Наведемо результати розв'язання СЛАР таким способом для випадків $M = 3$ та $M = 4$ (табл. 3).

Таблиця 3

Середньоквадратичні похибки апроксимації функції $x^7 + x^4$ при розв'язанні СЛАР спеціальним алгоритмом з розбиттям

N\M	3	4
5	0.0070059148400	0.0069670321952
10	0.0063201856346	0.0066633344546
15	0.0112944612384	0.0119325628319
20	0.0173021068233	0.0183088466775
25	0.0242934223276	0.0257422969432
30	0.0322452811258	0.0342116669875
35	0.0411471286764	0.0437057558602
40	0.0509965042251	0.0542435614310
45	0.0617961673565	0.0658050884760
50	0.0735522715219	0.0784746468079

Джерело: розроблено авторами

При $N=5$ для $M=4$ похибка апроксимації менша, ніж для $M=3$, але для $N>5$ це твердження вже не є вірним. Починаючи з $N=15$ відповідні похибки зростають. Проте апроксимація зазначеним методом не дозволяє отримати бажане монотонне зменшення похибки наближення з ростом значень відповідних параметрів N і M.

Покращити точність можна, модифікуючи метод. Підсистема (2) фактично використовується для компенсації розриву неперіодичної функції при її періодичному продовженні. Використаємо другу систему функцій (2) для згладжування періодичного продовження функції, що апроксимується:

$$y(x) = f(x) - \sum_{i=1}^{M} k_i \zeta_i(x),\ M \ge 1, \tag{5}$$

де $f(x)$ – вхідна функція, $\zeta_i(x)$ – тригонометричні функції підсистеми (2), k_i – невідомі коефіцієнти.

Для того, щоб знайти коефіцієнти k_i, необхідно розв'язати систему рівнянь:

$$y(\pi / 2) - y(-\pi / 2) = 0, \tag{6}$$

$$y^{(m-1)}(\pi / 2) - y^{(m-1)}(-\pi / 2) = 0,\quad m = \overline{2, M},\ M \ge 2, \tag{7}$$

де $(m-1)$ – відповідна похідна.

Отримана СЛАР для визначення коефіцієнтів для функцій підсистеми (2) має невеликий порядок M, гарну обумовленість та легко розв'язується.

Далі функція (5) апроксимується тригонометричним поліномом з тригонометричними функціями системи (1). При цьому СЛАР (4) має діагональну матрицю і невідомі коефіцієнти є коефіцієнтами Фур'є.

Така модифікація методу дозволяє отримати наступні результати (табл. 4).

При фіксованому N для кожного M похибка апроксимації монотонно зменшується, і, навпаки, при фіксованому M для кожного N похибка також монотонно зменшується. Крім того, апроксимуючи модифікованим методом, середньоквадратична похибка значно зменшилася у порівнянні з тими, що наведені у попередніх таблицях.

Наведемо результат апроксимації функції $f(x) = 3x^5 - 2x^3,\ x \in [-\pi / 2; \pi / 2]$, яка при періодичному продовженні не має розривів на границях у першій та третій похідних. Розглянемо середньоквадратичні похибки апроксимації даної функції модифікованим методом (табл. 5).

Функція, як було зазначено, не має розривів при її періодичному продовженні у першій та третій похідній, тому відповідні коефіцієнти у поліномі у виразі (5) будуть дорівнювати нулеві. В результаті, середньоквадратичні похибки у другій та четвертій колонках таблиці будуть повторюватися. З ростом N маємо значне зменшення похибки наближення, яке не можемо досягти, апроксимуючи функції початковим методом.

Далі наведемо результат апроксимації функції початковим методом (табл. 6).

Похибки апроксимації значно перевищують ті, що отримані, застосовуючи модифікований метод, навіть для $M = 1$. Крім того, для всіх

Таблиця 4

Середньоквадратичні похибки апроксимації функції $x^7 + x^4$ модифікованим методом

N\розриви	функції	1-ої похідної	2-ої похідної	3-ої похідної
5	0.3229304269911	0.2829668385845	0.0318393602054	0.0317155531215
10	0.0845621273577	0.0588213222479	0.0017906188793	0.0017651522466
15	0.0411392611118	0.0224309545776	0.0003170940564	0.0003074247224
20	0.0256129606741	0.0111896052028	0.0000923208760	0.0000875225870
25	0.0180721360331	0.0064948155008	0.0000355706762	0.0000328060627
30	0.0137321633209	0.0041548815044	0.0000164152470	0.0000146636288
35	0.0109549093855	0.0028442575147	0.0000085928770	0.0000074077898
40	0.0090449153322	0.0020466553203	0.0000049362192	0.0000040949700
45	0.0076612287935	0.0015301720555	0.0000030450088	0.0000024255131
50	0.0066186326438	0.0011792000525	0.0000019869608	0.0000015173449

Джерело: розроблено авторами

M, починаючи з $N = 30$, похибки починають зростати.

Далі наведемо аналогічні результати апроксимації функції $f(x) = \sin(e^{2x})$, де $x \in [-\pi / 2; \pi / 2]$ (табл. 7). Дана функція має багато локальних екстремумів та розриви при її періодичному продовженні, зокрема у похідних.

Апроксимація модифікованим методом надає результати краще, ніж при використанні початкового методу (табл. 8), для $N > 30$ при компенсуванні розриву функції, $N > 25$ при компенсуванні розриву у першій похідній та $N > 20$ при компенсуванні розриву у другій похідній.

Для всіх наведених значень параметру M в таблиці 8 найкраще наближення маємо при $N = 45$. При $N > 45$ та $M = 4$ похибка апроксимації буде зростати.

Наступною апроксимуємо функцію $f(x) = e^{\sin(5x)}$, де $x \in [-\pi / 2; \pi / 2]$. Дана функція також має багато локальних екстремумів та не має розривів у першій і третій похідних. Результат апроксимації модифікованим методом наведений у таблиці 9.

Для $N > 25$ маємо похибки менше, ніж використовуючи початковий метод (табл. 10), та для $N > 5$ при компенсуванні розриву другої похідної маємо значне зменшення похибки.

Проведене дослідження методу апроксимації [2] неперіодичних функцій однієї змінної спеціальними тригонометричними поліномами (табл. 1, 2, 3, 6, 8, 10) продемонструвало необхідність вміти підбирати відповідні значення параметрів N і M в залежності від особливостей функції (кількості екстремумів та харак-

Таблиця 5

Середньоквадратичні похибки апроксимації функції $3x^5 - 2x^3$ модифікованим методом

N\розриви	функції	1-ої похідної	2-ої похідної	3-ої похідної
5	0.1609194333371	0.1609194333371	0.0125108838611	0.0125108838611
10	0.0327313254916	0.0327313254916	0.0006858771400	0.0006858771400
15	0.0124249569008	0.0124249569008	0.0001190713172	0.0001190713172
20	0.0061878186263	0.0061878186263	0.0000338591210	0.0000338591210
25	0.0035887799521	0.0035887799521	0.0000126842662	0.0000126842662
30	0.0022948267138	0.0022948267138	0.0000056678213	0.0000056678213
35	0.0015705266453	0.0015705266453	0.0000028627101	0.0000028627101
40	0.0011299157575	0.0011299157575	0.0000015822654	0.0000015822654
45	0.0008446755526	0.0008446755526	0.0000009370994	0.0000009370994
50	0.0006508786547	0.0006508786547	0.0000005861736	0.0000005861736

Джерело: розроблено авторами

Таблиця 6

Середньоквадратичні похибки апроксимації функції $3x^5 - 2x^3$

N\M	1	2	3	4
5	0.1079033192608	0.1079033192608	0.0026768346162	0.0026768346162
10	0.0224591994937	0.0224591994937	0.0050053154148	0.0050053154148
15	0.0088669292302	0.0088669292302	0.0118968592349	0.0118968592349
20	0.0055144318887	0.0055144318887	0.0067563277332	0.0067563277332
25	0.0055280306886	0.0055280306886	0.0059259015134	0.0059259015134
30	0.0067598627858	0.0067598627858	0.0068521773591	0.0068521773591
35	0.0084211249671	0.0084211249671	0.0084211596057	0.0084211596057
40	0.0103034621027	0.0103034621027	0.0102773504206	0.0102773504206
45	0.0123520409804	0.0123520409804	0.0123191646625	0.0123191646625
50	0.0145496897035	0.0145496897035	0.0145159701236	0.0145159701236

Джерело: розроблено авторами

Таблиця 7

Середньоквадратичні похибки апроксимації функції $\sin(e^{2x})$ модифікованим методом

N\розриви	функції	1-ої похідної	2-ої похідної	3-ої похідної
5	0.3601026693027	0.3747722058375	0.9290589326814	1.8365554658233
10	0.2664347665071	0.2729232962713	0.3544548306598	0.4303504535067
15	0.1657804837172	0.1511522916867	0.1826021296538	0.1650998193655
20	0.0769502791522	0.0652750816088	0.0636616841103	0.0501483613213
25	0.0368839590527	0.0296594078638	0.0226035757408	0.0163035201387
30	0.0204787679757	0.0155296735967	0.0092618408049	0.0061893919542
35	0.0130925765311	0.0092687647256	0.0044293634739	0.0027433858331
40	0.0092760802163	0.0060902180713	0.0024038967719	0.0013789313956
45	0.0070516707462	0.0042816038850	0.0014351642351	0.0007629710263
50	0.0056305305752	0.0031601505659	0.0009202304820	0.0004542481256

Джерело: розроблено авторами

Таблиця 8

Середньоквадратичні похибки апроксимації функції sin(e^{2x})

N\M	1	2	3	4
5	0.3335393531238	0.3334757854772	0.3219467788938	0.3160521480237
10	0.2497706547126	0.2482222466878	0.2366134187037	0.2363166233369
15	0.1630078910510	0.1103392934095	0.0800332227960	0.0799693461000
20	0.0753773616912	0.0368218991606	0.0367886868952	0.0368167382650
25	0.0343201367273	0.0195988202504	0.0195184290851	0.0192310593514
30	0.0186711118457	0.0125167557535	0.0124896167996	0.0110292689066
35	0.0119654910705	0.0106621803303	0.0106545179316	0.0071509337142
40	0.0085778476344	0.0085756881621	0.0085735561970	0.0054588143323
45	0.0066159294914	0.0066145301342	0.0066132875627	0.0049515468078
50	0.0053609651018	0.0053599877774	0.0053594870742	0.0051000777286

Джерело: розроблено авторами

Таблиця 9

Середньоквадратичні похибки апроксимації функції $e^{\sin(5x)}$ модифікованим методом

N\розриви	функції	1-ої похідної	2-ої похідної	3-ої похідної
5	0.0314628752449	0.0314628752449	0.0328234948312	0.0328234948312
10	0.0061573003338	0.0061573003338	0.0009064175809	0.0009064175809
15	0.0021378946943	0.0021378946943	0.0001463993165	0.0001463993165
20	0.0010269256578	0.0010269256578	0.0000370922358	0.0000370922358
25	0.0005866569503	0.0005866569503	0.0000132373336	0.0000132373336
30	0.0003721922041	0.0003721922041	0.0000057716298	0.0000057716298
35	0.0002535362358	0.0002535362358	0.0000028737049	0.0000028737049
40	0.0001818618301	0.0001818618301	0.0000015739110	0.0000015739110
45	0.0001356750608	0.0001356750608	0.0000009264031	0.0000009264031
50	0.0001043948713	0.0001043948713	0.0000005769474	0.0000005769474

Джерело: розроблено авторами

Таблиця 10

Середньоквадратичні похибки апроксимації функції $e^{\sin(5x)}$

N\M	1	2	3	4
5	0.0285422546461	0.0285319232809	0.0283187679998	0.0283172702303
10	0.0043433644837	0.0043433621161	0.0038722485492	0.0038722425859
15	0.0015230443333	0.0015230451248	0.0013461095765	0.0013461246265
20	0.0007623472585	0.0007623486838	0.0006762301570	0.0006762547214
25	0.0005000558713	0.0005000578587	0.0004562527974	0.0004562843394
30	0.0004331614545	0.0004331636108	0.0004126275742	0.0004126588202
35	0.0004599237216	0.0004599256602	0.0004517753404	0.0004518015702
40	0.0005317570994	0.0005317587187	0.0005300993890	0.0005301203502
45	0.0006266629063	0.0006266642436	0.0006267183538	0.0006267351337
50	0.0007353681710	0.0007353692857	0.0007371298586	0.0007371435122

Джерело: розроблено авторами

теру розривів на границях), що потребує проведення чисельного експерименту у кожному випадку.

Важливо також розуміти, що робота цього алгоритму безпосередньо залежить від методів, які використовуються для розв'язання складових задач, тобто для розв'язання погано обумовленої системи лінійних алгебраїчних рівнянь. В модифікованому методі цих проблем вдається уникнути.

Висновки. Модифікований метод, який використовує попереднє згладжування періодичного продовження функції та її похідних за допомогою додаткової тригонометричної системи, дозволив досягти монотонного зменшення похибки при збільшенні параметрів *N* і *M*, а також більш швидкого зменшення похибки апроксимації з ростом параметрів. Таким чином, він дає змогу скоротити кількість членів тригонометричного полінома, яку необхідно буде зберігати на комп'ютері.

Список літератури:

1. Волков Е.А. Численные методы: Учебное пособие для вузов. – 2-е изд., испр. – М.: Наука, 1987. – 248 с.
2. Калиткин Н.Н., Луцкий К.И. Аппроксимация гладких поверхностей методом двойного периода // Математическое моделирование. – 2010. – Т. 22, № 2. – С. 64–68.
3. Бахвалов Н.С. Численные методы: Учебное пособие для вузов / Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. – 6-е изд. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний – 2008. – 636 с.

Гришина В.А., Дарвинская А.С.
Одесский национальный политехнический университет

ИССЛЕДОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА ЭФФЕКТИВНОГО АЛГОРИТМА АППРОКСИМАЦИИ СПЕЦИАЛЬНЫМИ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМИ ПОЛИНОМАМИ

Аннотация
В работе рассмотрена проблема аппроксимации непериодических функций специальными тригонометрическими полиномами. На основе исследуемого метода разработан модифицированный метод, который позволяет получить более быстрое и монотонное уменьшение погрешности аппроксимации. Используется предварительная обработка данных для сглаживания периодического продолжения аппроксимируемой функции. Приведены среднеквадратические погрешности аппроксимации непериодической функции для разных исходных данных. Результаты представлены в виде таблиц.
Ключевые слова: аппроксимация, ряд Фурье, специальный тригонометрический полином, непериодические функции, погрешность.

Gryshyna V.A., Darvinska A.S.
Odessa National Polytechnic University

INVESTIGATION AND DEVELOPMENT OF AN EFFECTIVE ALGORITHM FOR APPROXIMATION BY SPECIAL TRIGONOMETRIC POLYNOMIALS

Summary
The problem of approximation of non-periodic functions by special trigonometric polynomials is considered. On the basis of the investigated method, a modified method has been developed that allows for a faster and monotonic decrease in the approximation error. Pre-processing is used to smooth out the periodic continuation of the approximated function. The root-mean-square errors of the approximation of a non-periodic function for different initial data are given. The results are presented in the form of tables.
Keywords: approximation, Fourier series, special trigonometric polynomial, non-periodic functions, error.