

ДИНАМІКА СПІВВІСНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК, ЗАПОВНЕНИХ БУЛЬБАШКОВОЮ РІДИНОЮ

Штефан Н.І., Телестакова В.В.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Досліджена динаміка гідропружних систем з використанням трьох моделей: ідеально пружної, кавітуючої та насиченої бульбашками газу. Показано, що для аналізу деформованого стану таких систем необхідне розв'язання рівнянь, які описують рух рідкого та твердого деформованих середовищ, оскільки гідродинамічне навантаження залежить від величини деформації, яка, в свою чергу, залежить від гідродинамічного тиску. Побудовано математичну модель, а також розроблені алгоритми чисельного моделювання динамічного впливу оболонок обертання з рідиною, що містить бульбашки газу. Наведено алгоритми для чисельного моделювання динамічної взаємодії оболонок обертання з рідиною, насиченою бульбашками газу.
Ключові слова: динаміка, гідропружні системи, ідеальна рідина, руйнівна рідина, бульбашкова рідина.

Постановка проблеми. Робота присвячена дослідженню поширення акустичних збурень між співвісними циліндрами корпусу чутливого елемента приладу в середовищі демпфуючої рідини з урахуванням появи в ній кавітації, а також динаміки присутніх в ній бульбашок газу. При розв'язанні цієї задачі необхідно враховувати появу кавітації, а також її вплив на режим коливань циліндричної оболонки чутливого елемента.

Аналіз останніх досліджень та результатів. Принципово важливими є останні дослідження та результати. Так, в роботах [1, 2] показано, що врахування нелінійності властивостей бульбашкового середовища, зміна (на порядок і більше) швидкості звуку принципово змінює механічні властивості конструкції. Загальне формулювання задачі нестационарної взаємодії бульбашкової рідини з конструкцією наведена в роботах [3, 4]. Вплив бульбашок газу на динамічну міцність гідропружних систем розглянуто лише в деяких окремих випадках [5, 6].

Постановка задачі. Дослідження пружних коливань циліндричної оболонки чутливого елемента поплавкового приладу пов'язано не стільки з міцністю конструкції, скільки з похибкою приладу через некомпенсований момент навколо осі підвісу, що викликається несиметричним обтіканням в'язкої рідини [7]. Розвиток кавітаційних явищ в рідині можна проаналізувати з двох точок зору. Перша передбачає порушення суцільності рідини в тих областях, де тиск досягає критичного значення; друга – спирається на виникнення та розвитку в рідині окремих бульбашок газу. Грунтуючись на цьому, розглянемо кожен з підходів з метою порівняння результатів моделювання.

На прикладі конструкції з двох співвісних циліндричних оболонок, що взаємодіють за допомогою бульбашкової рідини (рис. 1), досліджуємо вплив руйнування рідини і динаміки бульбашок газу на деформування конструкції.

Виклад основного матеріалу. Математичне формулювання даної задачі гідропружності полягає в використанні рівнянь руху конструкції і рідини; контактної взаємодії рідини і конструкції (граничних умов). Для опису руху коаксіальних пружних циліндрів використані лінійні рівняння моментної теорії оболонок, записані

в переміщеннях. Контактні умови на поверхні рідина-конструкція відповідають умовам непротікання і рівності тиску ідеальної рідини навантаженню, спрямованому по нормалі до конструкції.

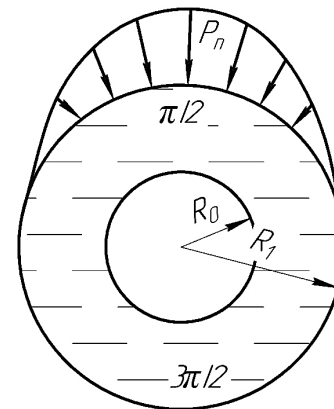


Рис. 1. Досліджувана конструкція

Вважаємо, що при $t = 0$ на бічну поверхню зовнішньої оболонки починає діяти імпульсне навантаження:

$$P_n = \begin{cases} 2A \frac{t}{\tau_1} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right); & 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq t \leq \frac{\tau_1}{2}; \\ 2A \left(1 - \frac{t}{\tau_1}\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right); & 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}; \frac{\tau_1}{2}; \frac{\tau_1}{2} \leq t \leq \tau_1; \\ 0; & -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq 0; t > 0. \end{cases}$$

Рівняння руху нескінченної циліндричної оболонки (кільця) відповідно до [8] мають вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 v_i}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial w_i}{\partial \varphi} &= \frac{(1 - \nu^2) R_i^2 \rho_i}{E_i} \frac{\partial^2 v_i}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial^2 v_i}{\partial \varphi} + \frac{h_i^2}{12 R_i} \left(\frac{\partial^4 w_i}{\partial \varphi^4} + 2 \frac{\partial^2 w_i}{\partial \varphi^2} + w_i \right) + w_i &= \\ &= B_i R_i^2 \left(P + \rho_i h_i \frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2} \right) \quad (i = 1, 2) \end{aligned} \quad (1)$$

де v і w – вектори переміщення серединної поверхні оболонки в декартовій системі координат.

Поведінку рідкого середовища розглянемо в рамках трьох моделей: ідеально пружної, руйнівної (кавітуючої) та бульбашкової рідини. При

описі моделі ідеально пружної рідини прийняті допущення про неруйнівність рідкого середовища і відсутність в ній ушкоджень у вигляді бульбашок газу. При цьому рух рідини вважаємо потенційним, тобто

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varphi^2} = \frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}. \quad (2)$$

В основі опису руйнівної (кавітуючої) рідини лежить силова умова появи кавітації в точці рідини

$$\int_{t_k}^t p_0 dt \leq p_k \Delta t, \quad (3)$$

де p_0 – міцність рідини при статичному розтягуванні, t_k – час виникнення тиску $p_0 = t_k$, Δt – час, необхідний для розриву рідини зусиллям, рівним t_k .

При розв'язанні задач гідропружності час здійснення кавітації зазвичай велике і умову (3) можна записати в більш простому вигляді:

$$p \leq p_c.$$

Зазвичай зруйноване в зонах кавітації рідке середовище розглядається як суцільне. Тому для неї залишається справедливим рівняння (2), записане для кавітуючої рідини. У зонах кавітації згідно [4]

$$p^c = -p_0 \frac{\partial \Psi^c}{\partial t}.$$

У момент виникнення кавітації $\Psi = \Psi^c$.

Математичний опис моделі бульбашкового рідини істотно відрізняється від розглянутого тим, що вона містить рівняння коливальних бульбашок газу у вигляді рівняння Релея-Ламба [4]

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 = \frac{1}{\rho_g} (p_g - p(t)), \quad (5)$$

а в рівнянні руху рідкого середовища присутній член, що враховує наявність бульбашок газу радіуса R і концентрації n , тобто

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varphi^2} = \frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} + \frac{4}{3} \pi n \frac{\partial (R^3)}{\partial t}, \quad (6)$$

де Ψ – потенціал швидкості; n – кількість бульбашок газу в одиниці об'єму; R – поточний радіус бульбашки; $p(t)$ – тиск в середовищі, що оточує бульбашку; p_r – тиск газу в бульбашці;

$$p_c = p_0 \left(\frac{R}{R_0} \right)^{3\gamma};$$

$$p = -p_n - \rho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t}.$$

Рівняння (5) і (6) записані при наступних припущеннях: бульбашки не взаємодіють; число бульбашок не змінюється, тобто вони не зливаються і не розділяються; немає відносного руху бульбашок газу в рідині.

Тиск рідини на зовнішню оболонку має вигляд [4]:

$$p = p_n + \rho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t},$$

на внутрішню оболонку записується в такий спосіб:

$$p = -\rho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t}. \quad (7)$$

Сформулюємо крайові умови задачі. На поверхні оболонок виконується умова рівності нормальних швидкостей точок тіла і прилеглих частинок рідини

$$\frac{\partial w_i}{\partial t} = \frac{\partial \Psi}{\partial t} (r = R_i). \quad (8)$$

Якщо точка оболонки межує з кавітуючою рідиною, то в умові (8) потенціал Ψ заміниться потенціалом швидкості в зонах кавітації Ψ^c . На границях кавітації $\Psi = \Psi^c$.

У момент виникнення і зникнення кавітації виконуються умови [4]

$$\Psi^c = \Psi, \quad \frac{\partial \Psi^c}{\partial t} = \frac{\partial \Psi}{\partial t}. \quad (4)$$

Деформований стан і рух рідини має бути симетричним відносно площини, що проходить че-

рез $\varphi = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} = 0; \quad \frac{\partial w_i}{\partial \varphi} = 0; \quad \frac{\partial v_i}{\partial \varphi} = 0. \quad (10)$$

В якості апарату чисельного моделювання використаний метод кінцевих різниць. Кінцево-різницєва модель розглянутої області $(R_0 \leq r \leq R_1, -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2})$.

Чисельне моделювання базується на застосуванні рівнянь ідеально пружної рідини при визначенні границь нестационарних зон. На початку кожного кроку інтегрування середовища в зонах кавітації ставиться у відповідність ідеально пружна рідина з параметрами кавітуючої рідини. Після цього за рівнянням ідеально пружної рідини обчислюється тиск у всьому об'ємі рідини. Зони, в яких за розрахунком $p \leq p_c$, вважаємо зонами кавітації досліджуваної (реальної) рідини. Так визначається нове положення границь кавітаційних зон. У середині цих границь параметри визначаються за рівняннями кавітуючого середовища. Таким чином відшукуються границі кавітації на кожному кроці інтегрування задачі.

Окремо розглянемо вплив динаміки бульбашок газу, які перебувають в рідині, що полягає в спільному розв'язанні хвильового рівняння (5) і рівняння Релея (6), розв'язаного чисельно-аналітичним методом [5].

Алгоритм розв'язання задачі взаємодії пружної конструкції з бульбашковою рідиною полягає в наступному.

1. Відповідно до [5] по (5) знаходимо значення об'єму бульбашки.

2. Визначаємо потенціал швидкості з урахуванням об'єму бульбашки згідно [8].

3. Обчислюємо прогини оболонок, використовуючи (7) – (10).

4. Знаходимо потенціал швидкості на границях. Послідовність етапів 1-4 утворює обчислювальний цикл, в процесі виконання якого враховується динаміка бульбашок газу в рідині, яка взаємодіє з конструкцією.

Висновки з проведеного дослідження та перспективи подальшого розвитку в цьому напрямі. Подальше дослідження сформульованої математичної постановки задачі з динаміки нестационарної взаємодії конструкції, яка складається з двох коаксіальних циліндрів з ідеальною, кавітуючою та бульбашковою рідиною полягає

в програмній алгоритмічній реалізації підрахунків із залученням методу кінцевих різниць за допомогою математичного середовища програму-

вання MATLAB і в аналізі отриманих чисельних результатів, що знайде своє відображення в подальших публікаціях.

Список літератури:

1. Галиев Ш.У. Нелинейные волны различной физико-механической природы в ограниченной сплошной среде // Пробл. прочности. 1985, № 12, с. 3-14.
2. Галиев Ш.У. Кавитационные резонансные колебания жидкости в деформируемых трубопроводах и резервуарах. К., 1983, 83 с. (АН УССР. Ин-т пробл. прочности, 23-83).
3. Jones A.V. Cavitation effects in LMFBR containment loading-sensitivity study // Proc. 6 th SMIRT conf., Paris, 2015, p. 127-149.
4. Галиев Ш.У. Динамика гидроупругопластических систем. К., 1981, 276 с.
5. Галиев Ш.У. Динамика взаимодействия пузырьковой жидкости с дном цилиндрического бака // Ш.У. Галиев, Н.И. Зеленюк / Пробл. прочности. 1986, № 2, с. 75-78.
6. Галиев Ш.У. Эффекты, связанные с кавитацией, при нестационарном взаимодействии жидкости с конструкцией // Ш.У. Галиев, Н.И. Зеленюк, В.А. Ромащенко, А.В. Яковцов // Пробл. прочности. 1986, № 7, с. 64-69.
7. Радыш Ю.В. Использование гидродинамического момента, действующего на твердое тело в поплавокном подвесе // Механика гироскоп. систем. 2009, Вып. 1, с. 85-92.
8. Илгамов М.А. Колебания упругих оболочек, содержащих жидкость и газ. М., 1969, 182 с.

Штефан Н.И., Телестакова В.В.

Национальный технический университет Украины
«Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»

ДИНАМИКА СООСНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК, ЗАПОЛНЕННЫХ ГАЗСОДЕРЖАЩЕЙ ЖИДКОСТЬЮ

Аннотация

Исследована динамика гидроупругих систем с использованием трех моделей жидкости: идеально упругой, кавитирующей и насыщенной пузырьками газа. Показано, что для анализа деформированного состояния таких систем необходимо решение уравнений, описывающих движение жидкой и твердой деформируемых сред, поскольку гидродинамическая нагрузка зависит от величины деформации, которая, в свою очередь, зависит от гидродинамического давления. Построена математическая модель, а также разработаны алгоритмы численного моделирования динамического взаимодействия оболочек вращения с жидкостью, содержащей пузырьки газа. Приведены алгоритмы для численного моделирования динамического взаимодействия оболочек вращения с жидкостью, насыщенной пузырьками газа.
Ключевые слова: динамика, гидроупругие системы, идеальная жидкость, разрушаемая жидкость, пузырьковая жидкость.

Shtefan N.I., Telestakova V.V.

National Technical University of Ukraine
«Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»

DYNAMICS OF CYLINDRICAL SHELLS COMPLETED BY GAS-CONTAINING LIQUID

Summary

The dynamics of hydroelastic systems is studied using three liquid models: perfectly elastic, cavitating and gas-saturated bubbles. It is shown that for the analysis of the deformed state of such systems, it is necessary to solve the equations describing the motion of liquid and solid deformed media, since the hydrodynamic load depends on the magnitude of the deformation, which in turn depends on the hydrodynamic pressure. A mathematical model is constructed, and algorithms for numerical simulation of dynamic interaction of shells of revolution with a fluid containing gas bubbles are developed. Algorithms for numerical simulation of the dynamic interaction of shells of revolution with a liquid saturated with gas bubbles are presented.

Keywords: dynamics, hydroelastic systems, ideal liquid, destroyed liquid, bubble liquid.