

УДК 528.2

## ПОРІВНЯННЯ ВПЛИВУ ЕЛІПСОЇДАЛЬНОСТІ ФІГУРИ І ОБЕРТОВОЇ СКЛАДОВОЇ НА ПОТЕНЦІАЛ СИЛИ ТЯЖІННЯ ВСЕРЕДИНИ ПЛАНЕТИ

Фис М.М., Зазуляк П.М., Бридун А.М., Согор А.Р., Лозинський В.А.

Національний університет «Львівська політехніка»

У даній статті запропоновано алгоритм визначення потенціалу притягання небесного тіла, фігура якого апроксимується кулею або еліпсоїдом, розподіл мас тіла – стрибковою функцією. Числові експерименти, проведені на його основі, дають можливість зробити висновок про вклад еліптичності планети в значення її внутрішнього потенціалу та порівняти його з величиною відцентрової сили. Дослідження проведено для планет земної групи (Земля, Марс, Венера) та Місяця.

**Ключові слова:** еліпсоїд, потенціал, відцентрова сила, сила тяжіння, сила притягання.

**Постановка проблеми.** Потенціал сили тяжіння всередині планети не може бути визначений шляхом безпосередніх вимірювань хоча його поведінка відіграє важливу роль при дослідженні Землі як небесного тіла, оскільки формує його структуру. Важливим фактором постає питання формування потенціалу сили тяжіння, котрий включає дві компоненти: потенціал сили притягання та потенціалу сили обертання, та аналізу вкладу цих величин в сумарну величину. Визначаючим чинником у вирішенні цього питання є встановлення формул для обчислення потенціалу еліпсоїдальної планети.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Поведінка потенціалу сили тяжіння всередині небесного тіла на сьогодні є мало вивчена. Разом з тим представляє собою як теоретичний, так і практичний інтерес. Наприклад, в роботі [7] виконані обчислення потенціалу для однієї з відомих радіальних моделей густини РЕМ. Встановлення формул для визначення потенціалів сферичної планети розглянуто в роботі [9]. На їх основі в статті [2] знайдені потенціали для окремих і важливих для геофізики розподілів мас всередині планети. Запропонований підхід з іншого боку доповнює класичні дослідження та може бути використаний як в геодезичних, так і в геофізичних та астрономічних дослідженнях [17].

**Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми.** Потенціал всередині еліпсоїдальної планети визначений для постійного розподілу мас. Тому виникає питання встановлення виразів потенціалу для випадку кускового неперервного радіального розподілу мас надр планети, коли її фігура – еліпсоїд. На відміну від сферично-симетричного небесного тіла, для якого існують класичні формули, для еліпсоїдальних тіл необхідно застосувати результати класичної теорії потенціалу. На цій основі в даних дослідженнях потрібно обчислити потенціал сили тяжіння для планет земних групи та провести аналіз вкладу кожної з компонент в цю величину.

**Мета статті.** Встановити формули для обчислення потенціалу еліпсоїдальної планети та застосувати до порівняння потенціалу відцентрової сили та вкладу в потенціал сили тяжіння еліпсоїдальної форми планет земної групи.

**Виклад основного матеріалу.** Значення потенціалу сили притягання кульової та еліпсоїдальної планети, рівновеликих за об'ємом, одно-вмірного розподілу мас відрізняються між собою.

Наприклад, в центрі мас вони подаються різними формулами:

$$V = \frac{GM}{R}, \quad (1)$$

$$V = \frac{GM}{a} \left( 1 + \frac{1}{6}e^2 + \dots + \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!(2n+1)}(e^2)^n + \dots \right), \quad (2)$$

де  $e^2 = 1 - \left(\frac{c}{a}\right)^2$ ,  $a, c$  – півосі еліпсоїда  $\tau$ , відповідно для кулі та двохосового еліпсоїда.

Потенціал сили тяжіння планет  $U$  формується з двох складових: потенціалу сили притягання  $V$  та потенціалу відцентрової сили  $W$ . Для довільного тіла ці компоненти по різному впливають на величину  $U$ , а саме вклад першої зменшується зі збільшенням радіуса  $r$  точки притягання (зменшення глибини), другої, навпаки, – зростає. Дослідження їхнього взаємовпливу на величину  $U$  здійснимо на моделі густини мас надр небесного тіла, представленій функцією трьох стрибків (ядро, мантія та кора). За фігуру планети беремо трьохосовий еліпсоїд  $\tau \left\{ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1 \right\}$ . Така модель густини притаманна всім планетам та описує основний вклад у величину потенціалу притягання, і для еліпсоїдальної планети змінюється по глибині, широті й довготі, що підтверджується проведеними дослідженнями для Землі [13].

Наведемо основні робочі формули, взяті з [12], які необхідні для подальших досліджень. Потенціал притягання однорідного трьохосового еліпсоїда  $\tau$  визначається так [10]:

$$V = \frac{3}{4} GV_i \delta \int_{0, \xi}^{\infty} \left( 1 - \frac{x^2}{a^2 + u} - \frac{y^2}{b^2 + u} - \frac{z^2}{c^2 + u} \right) \frac{du}{Q(u)} \quad (3)$$

де  $V_i$  – об'єм еліпсоїда  $\tau$ ,  $\delta$  – густина розподілу мас ( $\delta = const$ ),  $Q(u) = \sqrt{(a^2 + u)(b^2 + u)(c^2 + u)}$ ,  $\xi$  – еліпсоїдальна координата (найбільший корінь кубічного рівняння [10]):

$$\frac{x^2}{a^2 + \xi} + \frac{y^2}{b^2 + \xi} + \frac{z^2}{c^2 + \xi} = 1, \quad (4)$$

розв'язок якого в замкнутому вигляді громіздкий [12; 8].

Оскільки фігура небесних тіл апроксимується в основному двохосовим еліпсоїдом:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, \quad (5)$$

то еліпсоїдальна координата  $\xi$  визначається так:

$$\frac{\xi}{a^2} = \frac{\rho^2 (\sin^2 \theta + \gamma^2 \cos^2 \theta) - (1 + \gamma^2) + \sqrt{\left(\rho^2 (\sin^2 \theta + \gamma^2 \cos^2 \theta) - (1 + \gamma^2)\right)^2 - 4\gamma^2 (1 - \rho^2)}}{2} \quad (6)$$

Потенціал постійної густини в такому випадку визначається:

$$V = \frac{3}{4} GV_i \delta \int_{0, \xi}^{\infty} \left(1 - \frac{x^2 + y^2}{a^2 + u} - \frac{z^2}{c^2 + u}\right) \frac{du}{Q(u)} = \frac{3}{4} GV_i \delta [M_{00}(\xi) + \rho^2 (M_{10}(\xi) \sin^2 \theta + M_{01}(\xi) \cos^2 \theta)], \quad (7)$$

де  $M_{ki} = a^{2k} c^{2i} \int_{0, \xi}^{\infty} \frac{du}{(a^2 + u)^{k+1} (c^2 + u)^{i+\frac{1}{2}}}$  (8)

Значення (8) заходимо за алгоритмом, описаним у статті [14].

Відомо [12; 15], що кускова неперервна функція радіального розподілу мас планети (сферичної та еліпсоїдальної)

$$\delta = \begin{cases} \delta_1, & P \in \tau_0 \quad (0 = \rho_0 \leq \rho \leq \rho_1), \\ \delta_2, & P \in G_1 \quad (\rho_1 \leq \rho \leq \rho_2), \\ \delta_3, & P \in G_2 \quad (\rho_2 \leq \rho \leq \rho_3 = 1) \end{cases} \quad (9)$$

генерує потенціал:

$$V = \frac{3}{2} GV_i \left\{ \begin{aligned} & \frac{\delta_1}{2} [\rho_1^2 M_{00}(0) - \rho^2 [M_{10}(0) \sin^2 \theta + M_{01}(0) \cos^2 \theta]] + \sum_{i=2}^3 \delta_i (\rho_i^2 - \rho_{i-1}^2), \quad P \in \tau_0 \\ & \frac{(\delta_1 - \delta_2) \rho_1^3}{2} \left\{ M_{00} \left( \frac{\xi}{\rho_1^2} \right) - \rho^2 \left[ M_{10} \left( \frac{\xi}{\rho_1^2} \right) \sin^2 \theta + M_{01} \left( \frac{\xi}{\rho_1^2} \right) \cos^2 \theta \right] \right\} + \\ & + \frac{\delta_2}{2} [\rho_1^2 M_{00}(0) - \rho^2 [M_{10}(0) \sin^2 \theta + M_{01}(0) \cos^2 \theta]] + \delta_3 (\rho_3^2 - \rho_2^2), \quad P \in G_1 \\ & \sum_{i=1}^2 \frac{(\delta_i - \delta_{i+1}) \rho_i^3}{2} \left\{ M_{00} \left( \frac{\xi}{\rho_i^2} \right) - \rho^2 \left[ M_{10} \left( \frac{\xi}{\rho_i^2} \right) \sin^2 \theta + M_{01} \left( \frac{\xi}{\rho_i^2} \right) \cos^2 \theta \right] \right\} + \\ & + \frac{\delta_3}{2} [\rho_3^2 M_{00}(\xi) - \rho^2 [M_{10}(\xi) \sin^2 \theta + M_{01}(\xi) \cos^2 \theta]], \quad P \in G_2 \end{aligned} \right. \quad (10)$$

та його похідну по радіусу:

$$\frac{\partial V}{\partial \rho} = \frac{3}{2} GV_i \left\{ \begin{aligned} & -\delta_1 \rho [M_{00}(0) \sin^2 \theta + M_{01}(0) \cos^2 \theta], \quad P \in \tau_0 \\ & \left\{ \rho_1^3 (\delta_1 - \delta_2) \rho \left[ M_{10} \left( \frac{\xi}{\rho_1^2} \right) \sin^2 \theta + M_{01} \left( \frac{\xi}{\rho_1^2} \right) \cos^2 \theta \right] \right\} - \\ & -\rho \delta_2 [M_{00}(0) \sin^2 \theta + M_{01}(0) \cos^2 \theta], \quad P \in G_1, \\ & - \left\{ \sum_{i=1}^2 (\delta_i - \delta_{i+1}) \rho_i^3 \rho \left[ M_{10} \left( \frac{\xi}{\rho_i^2} \right) \sin^2 \theta + M_{01} \left( \frac{\xi}{\rho_i^2} \right) \cos^2 \theta \right] \right\} - \delta_3 \rho [M_{10}(\xi) \sin^2 \theta + M_{01}(\xi) \cos^2 \theta], \quad P \in G_2 \end{aligned} \right. \quad (11)$$

Визначимо величину  $\frac{\partial \xi}{\partial \rho}$ :

$$\frac{1}{a^2} \frac{\partial \xi}{\partial \rho} = \frac{\rho}{a^2} \left( \sin^2 \theta + \gamma^2 \cos^2 \theta + \frac{(\sin^2 \theta + \gamma^2 \cos^2 \theta) (\rho^2 (\sin^2 \theta + \gamma^2 \cos^2 \theta) - (1 + \gamma^2)) + 2\gamma^2}{\sqrt{\left(\rho^2 (\sin^2 \theta + \gamma^2 \cos^2 \theta) - (1 + \gamma^2)\right)^2 - 4\gamma^2 (1 - \rho^2)}} \right) \quad (12)$$

Тоді друга похідна потенціалу обчислюється:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial \rho^2} = \frac{3}{2} GV_i \left\{ \begin{aligned} & -\delta_1 [M_{00}(0) \sin^2 \theta + M_{01}(0) \cos^2 \theta], \quad P \in \tau_0 \\ & -(\delta_1 - \delta_2) \rho_1^3 \left[ M_{10} \left( \frac{\xi}{\rho_1^2} \right) \sin^2 \theta + M_{01} \left( \frac{\xi}{\rho_1^2} \right) \cos^2 \theta \right] - \frac{1}{\rho_1^2} \frac{\partial \xi}{\partial \rho} \frac{\rho}{\left(1 + \frac{\xi}{a^2}\right) \left(\gamma^2 + \frac{\xi}{a^2}\right)}, \quad P \in G_1 \\ & - \left\{ \rho_1^3 (\delta_1 - \delta_2) \rho \left[ M_{10} \left( \frac{\xi}{\rho_1^2} \right) \sin^2 \theta + M_{01} \left( \frac{\xi}{\rho_1^2} \right) \cos^2 \theta \right] \right\} - \\ & \rho \delta_2 [M_{00}(0) \sin^2 \theta + M_{01}(0) \cos^2 \theta] - \rho_1^3 (\delta_1 - \delta_2) \frac{\partial \xi}{\partial \rho} \frac{1}{\left(1 + \frac{\xi}{a^2}\right) \left(\gamma^2 + \frac{\xi}{a^2}\right)}, \quad P \in G_2 \end{aligned} \right. \quad (13)$$

Виписані формули дають можливість визначити потенціал та його похідні всередині кускової неперервної тришарової моделі густини як для сферичної, так і для еліпсоїдальної планети.

**Вибір та обговорення вихідної інформації.** Зведемо інформацію, взяту з різних джерел [1; 3; 4; 6; 11; 16], в таблиці 1 та в таблиці 2. Для отримання тришарової моделі густини пла-

Таблиця 1

Основні параметри густин тришарових планет

Планета	Середня густина, $\frac{g}{cm^3}$	$R \times 10^3 m$	$r_y \times 10^3 m$	$r_v \times 10^3 m$	В ядрі, $\frac{g}{cm^3}$	В мантії, $\frac{g}{cm^3}$	В корі, $\frac{g}{cm^3}$
Земля	5.514	6371	3480	6346.6	10.998	4.4754	2.52
Венера	5.25	6050	3250	5990.8	9.6	3.29	2.8
Марс	3.94	3390	1662	3340	8.28	3.29	3.0
Місяць	3.3464	1738	340	1678	5.22	3.38	2.92

Таблиця 2

Геодезичні та астрономічні характеристики планет

Планета	Гравітаційна стала, $GM \times 10^{14} \frac{m^2}{c^2}$	Екваторіальний радіус, $a_e \times 10^3 m$	Стиснення, $\alpha = \frac{a - c}{a}$	Швидкість обертання, $\omega \times 10^{-5} \frac{rad}{c}$
Земля	3.9860044 [14]	6378 [15]	1:298.256	7.29211515 [5]
Марс	0.4282837 [14]	3399.1 [15] 3398 [6]	1:191.19 0.0079 [6]	7.08270
Венера	0.32485859 [11]	6051.54 [10]	0.0001652 [10]	2.98e-7
Місяць	0.0490280 [11]	1738	0.00039	0.26611

нетарних тіл (Венера, Марс, Земля) функцію розподілу усереднюємо для кожного з шарів (ядро, мантія, кора). Для Місяця візьмемо параметри, приведені в [11].

**Отримання та інтерпретація результатів.** На основі наведених вище формул та відсортованої інформації виконані обчислення, які проілюстровані таблицями, графіками та схемами. На рис. 1 зобра-

жені графіки потенціалів притягання  $V_k$  всередині Землі, Марса, Венери, Місяця, що відповідають тришаровим розподілам мас надр сферичних тіл. При цьому поведінка  $U$  не змінюється, тобто зростання  $W$  не суттєво впливає на спадання  $U$ . Також зберігаються основні властивості потенціалу, зокрема, регулярність на нескінченості. Це ж стосується перших (рис. 2) та других похідних (рис. 3) величини  $V$ .

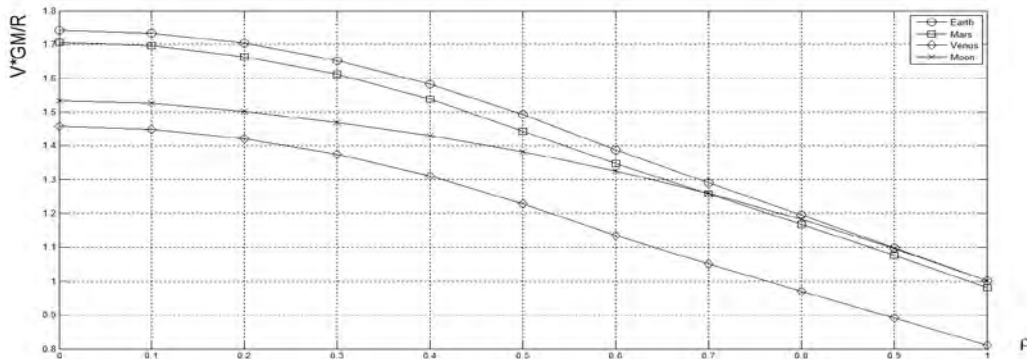


Рис. 1. Потенціали притягання Землі, Марса, Місяця, Венери, що відповідають тришаровим розподілам мас надр сферичних тіл ( $V_k \times \frac{GM}{R}$  - потенціал сили притягання,  $\rho$  - відносний радіус планети)

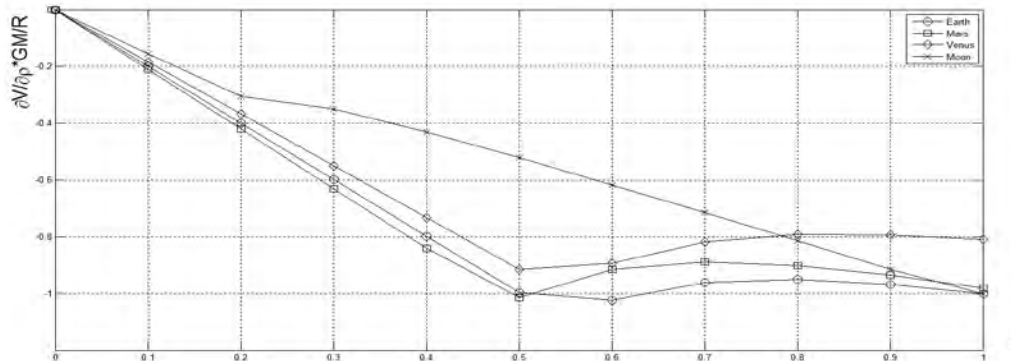


Рис. 2. Радіальні похідні потенціалів притягання Землі, Марса, Місяця, Венери, що відповідають тришаровим розподілам мас надр сферичних тіл ( $\frac{\partial V_k}{\partial \rho} \times \frac{GM}{R}$  - похідна потенціалу сили притягання,  $\rho$  - відносний радіус планети)

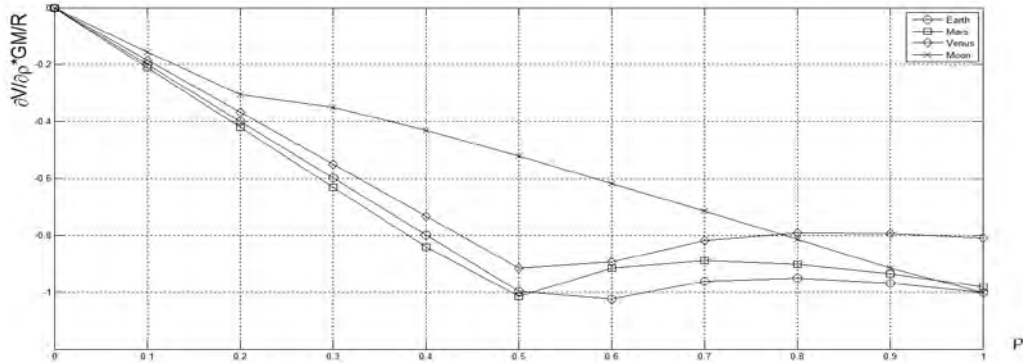


Рис. 3. Другі похідні по радіусу потенціалів притягання Землі, Марса, Місяця, Венери, що відповідають тришаровим розподілам мас надр сферичних тіл ( $\frac{\partial^2 V_k}{\partial \rho^2} \times \frac{GM}{R}$  – друга похідна потенціалу сили притягання,  $\rho$  – відносний радіус планети)

Представлення фігури планет у формі еліпсоїда визначає значення  $V_e$ , яке залежить від широти та довготи, що відображається у формулі (10). За цим виразом обчислена величина потенціалу еліпсоїдальних планет. Значення потенціалів сили притягання рівновеликих за об'ємом сферичної та еліпсоїдальної планети є різними. Також на значення  $U$  впливає обертання небесного тіла на-

вколо власної осі (потенціал відцентрової сили  $W$ ). Оцінимо вклад кожної з цих величин у  $U$ , для чого обчислимо різниці потенціалів  $\Delta V = V_k - V_e$  кульових та еліпсоїдальних планет і наведемо їх для Землі (таблиця 3). В таблиці 4 наведемо суму цих різниць та потенціалу відцентрової сили  $W$ . Для інших небесних тіл (Марса, Місяця, Венери) вони незначні, а тому не наводяться в роботі.

Різниці потенціалів кульової та еліпсоїдальної Землі для широт  $0^\circ \leq \varphi \leq 150^\circ$  на відносних радіусах  $0 \leq \rho \leq 1$  (різних глибинах) Таблиця 3

$\rho$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$
0.000	66515.25	66515.25	66515.25	66515.25	66515.25	66515.25
0.100	60884.96	60880.70	60872.18	60867.92	60872.18	60880.70
0.200	43994.09	43977.05	43942.96	43925.92	43942.96	43977.05
0.300	15842.65	15804.30	15727.61	15689.26	15727.61	15804.30
0.400	-23569.37	-23637.54	-23773.89	-23842.07	-23773.89	-23637.54
0.500	-74241.96	-74348.49	-74561.54	-74668.06	-74561.54	-74348.49
0.600	65041.50	64950.86	64766.23	64672.24	64766.23	64950.86
0.700	38463.60	38397.38	38248.57	38165.94	38248.57	38397.38
0.800	6512.18	6441.17	6271.99	6173.82	6271.99	6441.17
0.900	-30552.87	-30643.77	-30859.61	-30984.50	-30859.61	-30643.77
1.000	-70608.34	-70725.40	-70997.42	-71152.30	-70997.42	-70725.40

Сума обертової складової і різниці потенціалів кульової та еліпсоїдальної Землі для широт  $0^\circ \leq \varphi \leq 150^\circ$  на відносних радіусах  $0 \leq \rho \leq 1$  (різних глибинах) Таблиця 4

$\varphi$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$
0.000	66515.25	66515.25	66515.25	66515.25	66515.25	66515.25
0.100	60884.96	61151.09	61683.34	61949.46	61683.34	61151.09
0.200	43994.09	45058.60	47187.61	48252.11	47187.61	45058.60
0.300	15842.65	18237.79	23028.06	25423.19	23028.06	18237.79
0.400	-23569.37	-19311.35	-10795.31	-6537.29	-10795.31	-19311.35
0.500	-74241.96	-67588.81	-54282.50	-47629.35	-54282.50	-67588.81
0.600	65041.50	74684.80	93968.05	103607.99	93968.05	74684.80
0.700	38463.60	51646.35	77995.48	91161.82	77995.48	51646.35
0.800	6512.18	23745.95	58186.33	75392.93	58186.33	23745.95
0.900	-30552.87	-8742.41	34844.47	56620.94	34844.47	-8742.41
1.000	-70608.34	-43686.69	10118.73	37002.56	10118.73	-43686.69

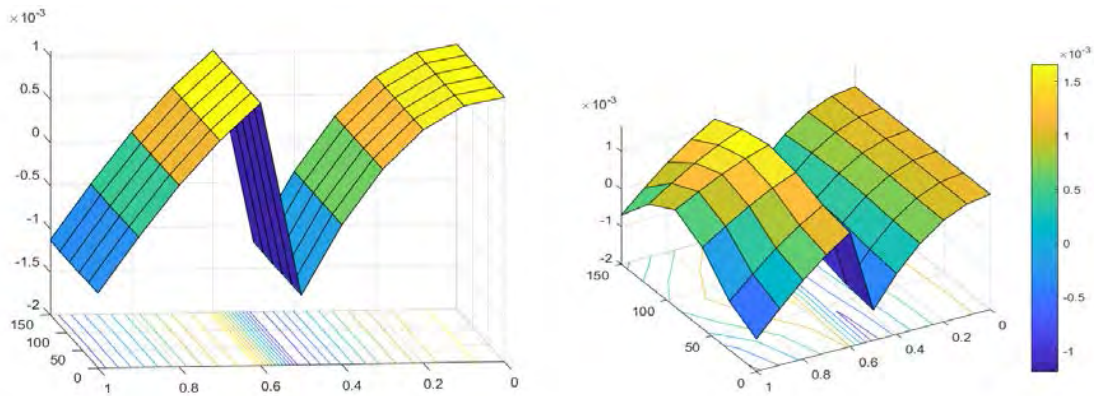


Рис. 4. Різниці потенціалів кульової та еліпсоїдальної Землі в для широт  $0^{\circ} \leq \varphi \leq 150^{\circ}$  на відносних радіусах  $0 \leq \rho \leq 1$  (різних глибинах)

В табл. 3 подані різниці потенціалів притягання сферичної  $V_k$  та еліпсоїдальної  $V_e$  Землі, що еліптичність в значній мірі впливає на потенціал всередині та на поверхні планети. Відповідно до цих даних приведемо одновимірні графіки (для широти  $\varphi = 60^{\circ}$ ) на рис. 5 та 6. Залежність цих значень від широти для досліджуваних небесних тіл, за винятком Землі, не проявляється, а тому не наводиться.

Аналіз приведених ілюстрацій дає можливість зробити висновок про існування екстремальних різниць значень потенціалу у внутрішніх точках Землі, при цьому для модельного розподілу мінімуми та максимуми породжуються різкими змінами значень густини (знаходяться в області стрибків). Для планет земної групи одне з максимальних відхилень знаходиться в центрі небесного тіла (виняток представляється супутником Місяць).

Для планети Земля та частково Марса обертова частина є визначаючим фактором для зовнішнього потенціалу, а для Місяця і Венери її вклад незначний навіть для великих значень віддалей.

**Висновки з даного дослідження та перспективи.**

- Еліптичність планет земної групи є визначаючим фактором відхилення їх потенціалу від сферичної симетрії.
- Екстремальні відхилення різниці потенціалів сферичних і еліпсоїдальних небесних тіл можливі при різкій зміні густини розподілу мас в середині планет (на глибинах залягання стрибків).
- Вплив сили обертання на потенціал Землі та Марса проявляється для точок простору, що розміщені поза планетами.
- На потенціал сили тяжіння для супутника Місяць і планети Венера практично не впливає їх обертання навколо власної осі.

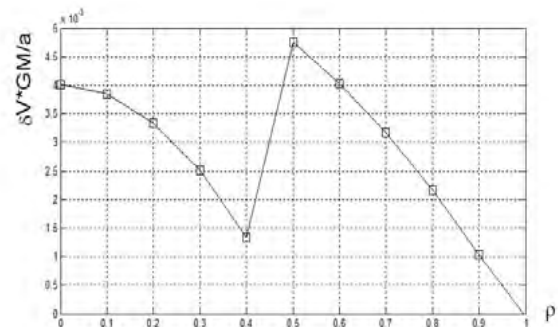
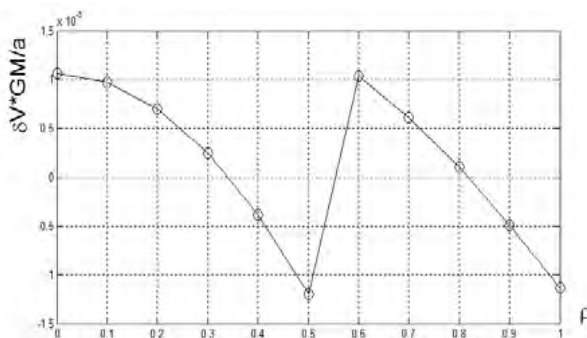


Рис. 5. Різниці потенціалів кульової та еліпсоїдальної Землі (5а) Марса (5б) для широти  $\varphi = 60^{\circ}$  для широт на відносних радіусах  $0 \leq \rho \leq 1$  (різних глибинах)

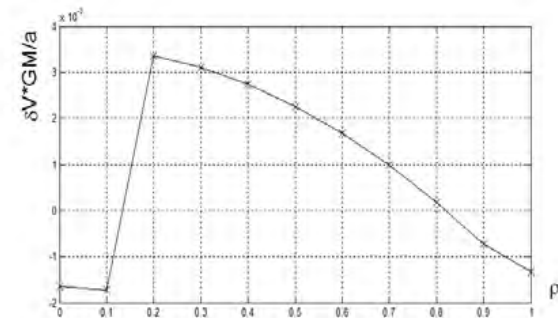
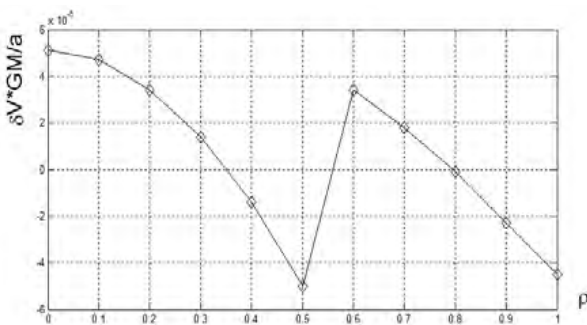


Рис. 6. Різниці потенціалів кульової та еліпсоїдальної Місяця (6а) та Венери (6б) для широти  $\varphi = 60^{\circ}$  на відносних радіусах  $0 \leq \rho \leq 1$  (різних глибинах)

**Список літератури:**

1. Dolifus A. New optical measurements of planetary diameters. – P. 4. planet Mars. – Icarus.– 1972. – 17. – № 3. – P. 525-539.
2. Marchenko A.N. Estimation of the potential gravitational energy of the Earth based on reference density models / A.N. Marchenko, A.S. Zayats // Геодинамика. – 2008. – P. 5-24.
3. Жарков В.Н. Внутреннее строение Земли и планет. – М.: Наука. Глав. Ред. Физ.-мат. Лит. – 1983. – 416 с.
4. Жарков В.Н., Трубицин В.П. Физика планетарних недр. – М.: Наука – М. Гл. ред. физ.-мат. лит. – 1980. – 448 с.
5. К.В. Куімов. Обертання Землі і тривалість доби – ГАІШ, Москва (6 лютого 2008). Режим доступу: <http://www.astronet.ru/db/msg/1225962>.
6. Каменский К.К. Исследование глобальных особенностей уровня и гипсометрической поверхностей Венеры / К.К. Каменский // Изучение Земли как планеты методами астрономии, геодезии и геофизики: Тр. II Орловской конференции / К.К. Каменский. – Киев: Наукова думка, 1982. – С. 80-83.
7. Картвелишвили К.М. Планетарная плотностная модель и нормальное гравитационное поле Земли / К.М. Картвелишвили. – М.: Наука, 1982. – 93 с.
8. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1973. – 831 с.
9. Мориц Г. Фигура Земли: Теоретическая геодезия и внутреннее строение Земли / Г. Мориц. – Киев, 1994. – 240 с.
10. Муратов Р.З. Потенциалы эллипсоида. Москва: Атомиздат, 1976. – 144 с.
11. Сагитов М.У. Лунная гравиметрия / М.У. Сагитов. – Москва: Наука, 1979. – 432 с.
12. Фис М.М., Голубінка Ю.І., Юрків М.І. Порівняльний аналіз формул для потенціалу та його радіальних похідних тришарових кульових та еліпсоїдальних планет. Збірник наукових праць Західного геодезичного товариства УТГК «Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва», вип. I(27). – Львів, 2014. – С. 46-52.
13. Фис М.М. Аналіз впливу еліпсоїдальності фігури Землі на її внутрішню структуру на прикладі моделі PREM / М.М. Фис, В.І. Нікулішин // «Геодинаміка». – Львів, 2011. – № 1(10). – С. 17-21.
14. Фис М.М. Про один метод визначення потенціалу неоднорідної еліпсоїдальної планети / М.М. Фис, О.С. Заяць, Р.С. Фоца, В.О. Волос // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. 2005. – С. 236-239.
15. Фис М.М., Согор А.Р., Нікулішин В.І. Потенціал та його радіальні похідні тришарових кульових планет. Збірник матеріалів Міжнародного науково-технічного симпозіуму «Геоінформаційний моніторинг навколишнього середовища: GNSS і GIS-технології». – 2013. – Алушта. – С. 229-233.
16. Церклевич А.Л., Заяць О.С., Фис М.М. Гравітаційні моделі тривимірного розподілу густини планет земної групи. – Геодинаміка. – № 1(12). – Львів, 2012. – С. 25-34.
17. Чандрасекхар С. Эллипсоидальные фигуры равновесия. – М.: Мир, 1973. – 288 с.

**Фыс М.М., Зазуляк П.М., Брыдун А.М., Согор А.Р., Лозинский В.А.**

Национальный университет «Львовская политехника»

## **СРАВНЕНИЕ ВЛИЯНИЯ ЭЛЛИпсоИДАЛЬНОСТИ ФИГУРЫ И ВРАЩАЮЩЕЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ НА ПОТЕНЦИАЛ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ ВНУТРИ ПЛАНЕТЫ**

### **Аннотация**

В данной статье предложен алгоритм определения потенциала притяжения небесного тела, фигура которого аппроксимируется сферой или эллипсоидом. Числовые эксперименты, проведенные на его основе, дают возможность сделать вывод о значительном вкладе эллиптичности планеты в значение ее внутреннего потенциала по сравнению с его вращающейся составляющей. Это подтверждается исследованиями, проведенными для планет земной группы и спутника Луны.

**Ключевые слова:** эллипсоид, потенциал, центробежная сила, сила тяжести, сила притяжения.

**Fys M.M., Zazulyak P.M., Brydun A.M., Sohor A.R., Lozinsky V.A.**

Lviv Polytechnic National University

## **COMPARISON OF INFLUENCE OF ELLIPSOIDITY OF THE FIGURE AND ROTATING COMPOSITION ON POTENTIAL GRAVITY INSIDE THE PLANET**

### **Summary**

An algorithm for determining the potential gravity of the celestial body, a figure which is approximated by a sphere or ellipsoid in this article. Numerical experiments carried out on this basis, make it possible to conclude that decisive contribution to the ellipticity value of internal capacity in comparison with its rotating component. This is supported by studies of terrestrial planets and the Moon.

**Keywords:** ellipsoid, potential, centrifugal force, gravity, attraction force.