

УДК 669.018.14: 669.15 – 194: 621.78: 620.197

**РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ РАСЧЁТА ОБОБЩЕННЫХ  
ПОКАЗАТЕЛЕЙ ОТДЕЛЬНЫХ СТАЛЕЙ**

**В. И. Большаков, д. т. н., проф., О. П. Юшкевич, к. т. н., доц.**

*ГВУЗ «Приднепровская государственная академия строительства  
и архитектуры»*

**Постановка проблемы и её связь с важнейшими научными и практическими задачами.** Помимо технологических и других параметров производства, процентные значения химических элементов в составе стали представляют собой одни из факторов, который определяет конечные физико-механические свойства. В процессе производства металлоизделий возникают технологические колебания компонентов химического состава стали относительно среднего уровня их значений и разброс между заданными марочными предельными величинами. Это ведёт к возникновению отличий в макро- и микроструктуре, которая формируется в металле изделий. При этом различия усиливаются за счёт разнообразия геометрических параметров и особенностей производства металлоизделий на разных предприятиях [1; 2]. Возникающее из-за этого рассеяние значений механических характеристик металла разных плавок затрудняет получение металлоизделий с гарантированными эксплуатационными свойствами.

Таким образом, оценка обобщенного вклада [3; 4] химических элементов в комплекс физико-механических свойств для множеств, подмножеств, кластеров сталей или групп их плавочных составов позволяет достаточно информативно определить меру воздействия при формировании качества металлоизделий.

Однако существующие методы компонентного анализа [5] или модели интегральных характеристик [6; 7] не могут использоваться для определения обобщенного вклада химических элементов в качество сталей, так как не учитывают воздействия каждого из этих компонентов на комплекс физико-механических свойств, и поэтому требуют совершенствования.

При этом методы расчёта комплексных (обобщённых) показателей [4; 8] сталей основаны на определении весовых коэффициентов, являющихся оценками вклада каждого признака в уровень качества и выступающих общими характеристиками для всего рассматриваемого множества сталей [6; 7]. Таким образом, весовые коэффициенты не являются характеристиками отдельных сталей и могут определяться только как параметры их множеств, подмножеств, кластеров или групп, в том числе сформированных на основе плавочных составов. Однако при анализе отдельных сталей необходимо использовать свойственные только им характеристики.

Поэтому проблема создания методов определения обобщённых показателей отдельных сталей является актуальной.

**Анализ последних исследований и публикаций, в которых начато решение поставленной проблемы.** В работе [3] установлено, что весовые коэффициенты элементов химического состава и механических свойств для заданной стали можно рассчитать из их парных корреляций, которые являются мерой связи между величинами любых её признаков.

Результаты приёмо-сдаточных промышленных испытаний сталей удобно представлять в виде таблиц данных (ТД) [6; 8], содержащих наименование

и обозначение стали  $S_{npt}$ , с указанием составных индексов объекта информационного моделирования  $n = mzx$  ( $n = 1, \dots, N$ ), состоящих из номеров марки –  $m$  ( $m = 1, \dots, M$ ), завода-изготовителя –  $z$  ( $z = 1, \dots, Z$ ), плавочного состава  $x$  ( $x = 1, \dots, X$ ) (соответствующего заданной плавке), индексов геометрической формы металлоизделия –  $p$  ( $p = 1, \dots, P$ ) и типоразмера –  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ ). ТД включает наименования и значения приёмо-сдаточных физико-механических свойств  $\sigma_{npt}^{(i)}$  ( $i$  – номер свойства,  $I = 1, \dots, \rho$ ) и компонентов плавочного химического состава  $\mathcal{X}_{npt}^{(j)}$  ( $j$  – номер химического элемента,  $j = 1, \dots, J$ ). При этом индексы свойств  $i$  могут иметь значения и соответствовать наименованиям:  $\sigma_{npt}^{(1)} = \sigma_B$ ;  $\sigma_{npt}^{(2)} = \sigma_T$ ;  $\sigma_{npt}^{(3)} = \delta_S$ ;  $\sigma_{npt}^{(4)} = \psi$ ;  $\sigma_{npt}^{(5)} = KCU$  и т. д., а номера химических компонентов  $j$ , соответственно, 1 = [C]; 2 = [Mn]; 3 = [Si]; 4 = [S]; 5 = [P] и т. д.

В ТД величины химических элементов выступают признаками стали, то есть они могут обозначаться также как и физико-механические свойства:

$$\mathcal{X}_{npt}^{(j)} = \sigma_{npt}^{(j)}(x), \quad (1)$$

где  $j = 1, \dots, J$  – индексы (номера) химических элементов в составе стали.

Таким образом, множество признаков стали  $\{\sigma_{npt}\}$  будет включать два подмножества  $\{\sigma_{npt}^{(i)}\}, \{\mathcal{X}_{npt}^{(j)}\}$ . При этом объект информационного моделирования  $S_{npt}$  может быть задан в многомерном пространстве признаков в виде точки [9] с координатами:

$$S_{npt} = \{\sigma_{npt}^{(1)}, \dots, \sigma_{npt}^{(i)}, \dots, \sigma_{npt}^{(\rho)}; \mathcal{X}_{npt}^{(1)}, \dots, \mathcal{X}_{npt}^{(j)}, \dots, \mathcal{X}_{npt}^{(J)}\}. \quad (2)$$

Уровень взаимосвязи между координатами объекта информационного моделирования  $S_{npt}$ , то есть признаками сталей, определяется коэффициентом парной корреляции  $r_{npt}^{(l)(b)}$ , где  $l$  и  $b$  – номера признаков стали [10].

Если признаки стали  $\sigma_{npt}^{(l)}$  и  $\sigma_{npt}^{(b)}$  статистически линейно независимы, то их коэффициенты корреляции равны 0 и, наоборот, при линейной статистической зависимости характеристик с индексами  $l$  и  $b$  коэффициенты парной корреляции по абсолютным значениям близки к 1.

После вычисления коэффициентов парной корреляции  $r_{npt}^{(l)(b)}$  получаем корреляционную матрицу  $R(\sigma_{npt}^{(i)}, \mathcal{X}_{npt}^{(j)})$  связей между физико-механическими свойствами  $\sigma_{npt}^{(i)}$  и химическими компонентами стали  $\mathcal{X}_{npt}^{(j)}$ , представленную в середине таблицы 1, для фиксированных индексов  $p$  и  $t$ , металлоизделия, изготовленного на заводе  $z$  из марки  $m$ .

Добавляя в матрицу  $R(\sigma_{npt}^{(i)}, \mathcal{X}_{npt}^{(j)})$ , отражающую связи между физико-механическими свойствами  $\sigma_{npt}^{(i)}$  и химическими компонентами  $\mathcal{X}_{npt}^{(j)}$ , обозначения признаков и вычисления сумм строк и столбцов, получаем дополненную корреляционную таблицу 1.

Подставляя в таблицу 1 коэффициенты корреляции  $r_{npt}^{(i)(j)}$  по модулю, получаем, что:  $|r_{npt}^{(i)(j)}|$  – абсолютные коэффициенты парной корреляции химических элементов и физико-механических свойств, которые представляют собой величины благоприятного исхода  $m_{ij}$  связи признаков сталей, то есть численные выражения связей между величинами  $x_{npt}^{(j)}$  и  $\sigma_{npt}^{(i)}$ ;  $\sum_{i=1}^{\rho} |r_{npt}^{(i)(j)}|$  – сумма коэффициентов парной корреляции между  $j$ -м химическим элементом и физико-механическими свойствами, которая представляет собой количество благоприятных исходов связей  $n_j$  заданного химического компонента с комплексом физико-механических свойств. Эта величина является суммой элементов  $j$ -го столбца, отвечающих механическим свойствам  $\sigma_{npt}^{(i)}$ , и соответствует заданному химическому компоненту  $x_{npt}^{(j)}$ .

При этом сумма элементов нижней строки:

$$n(x) = \sum_{j=1}^J n_j = \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{\rho} |r_{npt}^{(i)(j)}| \quad (3)$$

представляет собой величину возможных благоприятных исходов или общее число связей между всеми признаками стали, то есть всеми элементами химического состава и физико-механическими свойствами. Она вычисляется как сумма суммарных накоплений столбцов. Учитывая равенство:

$$\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{\rho} |r_{npt}^{(i)(j)}| = \sum_{i=1}^{\rho} \sum_{j=1}^J |r_{npt}^{(j)(i)}|, \quad (4)$$

получаем

$$n(x) = \sum_{j=1}^J n_j = \sum_{i=1}^{\rho} n_i = n(\sigma) = n, \quad (5)$$

что суммы накоплений элементов столбцов и строк корреляционной матрицы равны числу благоприятных событий, то есть общему количеству связей между всеми признаками  $n$ .

Определяя отношение значения благоприятного исхода  $m_{ij}$ , равного абсолютной величине коэффициента корреляции между химическим элементом и свойством, к количеству всех благоприятных событий в выборке  $n$ , равному сумме количественных характеристик уровней связей (без учёта знака), между всеми признаками стали:

$$P_{ij} = \frac{m_{ij}}{n} = \frac{|r_{npt}^{(i)(j)}|}{\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{\rho} |r_{npt}^{(i)(j)}|}, \quad (6)$$

получаем вероятность события связи  $P_{ij}$  двух признаков  $\sigma_{npt}^{(i)}$ ,  $x_{npt}^{(j)}$

Таблица 1

Дополненная корреляционная таблица  $R(\sigma_{npt}^{(i)}, x_{npt}^{(j)})$  связи

физико-механических свойств  $\sigma_{npt}^{(i)}$  с химическими компонентами  $x_{npt}^{(j)}$

Номера столбцов	$j$	1	...	$j$	...	$J$	$\Sigma$
Номера строк							
$i$	Компоненты	$x_{npt}^{(1)}$	...	$x_{npt}^{(j)}$	...	$x_{npt}^{(J)}$	Суммы элементов строк
	Свойства						
1	$\sigma_{npt}^{(1)}$	$r_{npt}^{(1)(1)}$	...	$r_{npt}^{(1)(j)}$	...	$r_{npt}^{(1)(J)}$	$\sum_{i=1}^{\rho} r_{npt}^{(1)(j)}$
...	...	...	...	...	...	...	...
$i$	$\sigma_{npt}^{(i)}$	$r_{npt}^{(i)(1)}$	...	$r_{npt}^{(i)(j)}$	...	$r_{npt}^{(i)(J)}$	$\sum_{i=1}^{\rho} r_{npt}^{(i)(j)}$
...	...	...	...	...	...	...	...
$\rho$	$\sigma_{npt}^{(\rho)}$	$r_{npt}^{(\rho)(1)}$	...	$r_{npt}^{(\rho)(j)}$	...	$r_{npt}^{(\rho)(J)}$	$\sum_{i=1}^{\rho} r_{npt}^{(\rho)(j)}$
$\Sigma$	Суммы элементов столбцов	$\sum_{i=1}^{\rho} r_{npt}^{(i)(1)}$	...	$\sum_{i=1}^{\rho} r_{npt}^{(i)(j)}$	...	$\sum_{i=1}^{\rho} r_{npt}^{(i)(J)}$	$\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{\rho} r_{npt}^{(i)(j)}$

Отсюда можно найти вероятность наступления события связи химического элемента с комплексом всех физико-механических свойств, которая определяется теоремой сложения вероятностей. Она представляет собой сумму вероятностей связи  $P_{ij}$  заданного компонента стали с отдельными физико-механическими свойствами:

$$P_j = \sum_{i=1}^{\rho} P_{ij} = \frac{\sum_{i=1}^{\rho} |r_{npt}^{(i)(j)}|}{\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{\rho} |r_{npt}^{(i)(j)}|}. \quad (7)$$

При этом суммарная вероятность связи химического состава стали с комплексом физико-механических свойств:

$$P = \sum_{j=1}^J P_j = \sum_{j=1}^J \frac{\sum_{i=1}^{\rho} |r_{npt}^{(i)(j)}|}{\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{\rho} |r_{npt}^{(i)(j)}|} = 1. \quad (8)$$

Аналогично можно получить величину вероятности наступления события связи между отдельным физико-механическим свойством и комплексом всех химических элементов, которая также определяется теоремой сложения:

$$P_i = \sum_{j=1}^J P_{ij} = \frac{\sum_{j=1}^J |r_{npt}^{(i)(j)}|}{\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^p |r_{npt}^{(i)(j)}|}. \quad (9)$$

При этом суммарная вероятность связи комплекса физико-механических свойств с химическим составом стали:

$$P = \sum_{i=1}^p P_i = \sum_{i=1}^p \frac{\sum_{j=1}^J |r_{npt}^{(i)(j)}|}{\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^p |r_{npt}^{(i)(j)}|} = 1. \quad (10)$$

Значения вероятности связи  $P_{ij}$  заданного химического компонента или отдельного приемосдаточного физико-механического свойства со всеми признаками стали образуют элементы матрицы, представленной в таблице 2. При этом каждый такой элемент является вероятностью связи компонента стали и заданного свойства или наоборот.

Таким образом, значения величин вероятности связи признаков  $P_i$  и  $P_j$  могут изменяться от 0 до 1. При этом абсолютную долю от значения суммы всех величин характеристик связей между представленными признаками для зависимости заданного химического компонента от комплекса физико-механических свойств определяет  $P_j$ , а для связи указанного физико-механического свойства с химическим составом –  $P_i$ . То есть эти величины выражают статистический вес показателя стали в множестве признаков. Поэтому величины  $P_i$  и  $P_j$  являются показательными весовыми характеристиками отдельных признаков сталей.

Подставляя в формулу (6) величины коэффициентов корреляции с учётом их знака, получаем выражение для определения доли общей связи между всеми показателями, приходящейся на один признак стали. При этом доля общей связи между химическим элементом и всеми признаками определяется следующим математическим выражением:

$$\Delta_{ji}^{npt} = \frac{r_{npt}^{(i)(j)}}{\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^p |r_{npt}^{(i)(j)}|}. \quad (11)$$

Суммируя эти величины, то есть элементы столбцов матрицы аналогичной таблице 2, получаем коэффициенты общей связи между химическим элементом и всеми физико-механическими свойствами:

$$\Delta_j^{npt} = \sum_{i=1}^J \Delta_{ij}^{npt} = \frac{\sum_{i=1}^{\rho} r_{npt}^{(i)(j)}}{\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{\rho} r_{npt}^{(i)(j)}}. \quad (12)$$

Таблица 2

Матрица вероятности связи заданного химического элемента или отдельного прямо-сдаточного физико-механического свойства со всеми признаками

	$x_{npt}^{(1)}$	...	$x_{npt}^{(j)}$	...	$x_{npt}^{(J)}$	$\Sigma$
$\sigma_{npt}^{(1)}$	$\frac{ r_{npt}^{(1)(1)} }{\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{\rho}  r_{npt}^{(i)(j)} }$	...	$\frac{ r_{npt}^{(1)(j)} }{\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{\rho}  r_{npt}^{(i)(j)} }$	...	$\frac{ r_{npt}^{(1)(J)} }{\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{\rho}  r_{npt}^{(i)(j)} }$	$\frac{\sum_{j=1}^J  r_{npt}^{(1)(j)} }{\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{\rho}  r_{npt}^{(i)(j)} }$
...	...	...	...	...	...	...
$\sigma_{npt}^{(i)}$	$\frac{ r_{npt}^{(i)(1)} }{\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{\rho}  r_{npt}^{(i)(j)} }$	...	$\frac{ r_{npt}^{(i)(j)} }{\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{\rho}  r_{npt}^{(i)(j)} }$	...	$\frac{ r_{npt}^{(i)(J)} }{\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{\rho}  r_{npt}^{(i)(j)} }$	$\frac{\sum_{j=1}^J  r_{npt}^{(i)(j)} }{\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{\rho}  r_{npt}^{(i)(j)} }$
...	...	...	...	...	...	...
$\sigma_{npt}^{(\rho)}$	$\frac{ r_{npt}^{(\rho)(1)} }{\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{\rho}  r_{npt}^{(i)(j)} }$	...	$\frac{ r_{npt}^{(\rho)(j)} }{\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{\rho}  r_{npt}^{(i)(j)} }$	...	$\frac{ r_{npt}^{(\rho)(J)} }{\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{\rho}  r_{npt}^{(i)(j)} }$	$\frac{\sum_{j=1}^J  r_{npt}^{(\rho)(j)} }{\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{\rho}  r_{npt}^{(i)(j)} }$
$\Sigma$	$\frac{\sum_{i=1}^{\rho}  r_{npt}^{(i)(1)} }{\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{\rho}  r_{npt}^{(i)(j)} }$	...	$\frac{\sum_{i=1}^{\rho}  r_{npt}^{(i)(j)} }{\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{\rho}  r_{npt}^{(i)(j)} }$	...	$\frac{\sum_{i=1}^{\rho}  r_{npt}^{(i)(J)} }{\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{\rho}  r_{npt}^{(i)(j)} }$	$\frac{\sum_{i=1}^{\rho} \sum_{j=1}^J  r_{npt}^{(i)(j)} }{\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{\rho}  r_{npt}^{(i)(j)} } = 1$

Идентичные формулы получаем для определения доли общей связи между рассматриваемым физико-механическим свойством и всеми признаками:

$$\varphi_{ij}^{npt} = \frac{r_{npt}^{(i)(j)}}{\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{\rho} r_{npt}^{(i)(j)}} \quad (13)$$

и для расчёта долевого коэффициента связи физико-механического свойства стали с химическим составом:

$$\varphi_i^{npt} = \sum_{j=1}^J \frac{r_{npt}^{(i)(j)}}{\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{\rho} r_{npt}^{(i)(j)}}, \quad (14)$$

который выполняют суммированием элементов строк матрицы аналогичной таблицы 2. Применяя к этим математическим выражениям (11), (12), (13) и

(14) преобразования, идентичные (8) и (10), получаем, что значения величин  $\Delta_{ji}^{npi}$ ,  $\Delta_j^{npi}$ ,  $\varphi_{ij}^{npi}$  и  $\varphi_i^{npi}$  могут изменяться от -1 до 1.

**Постановка задачи.** Для анализа закономерностей, определяющих эксплуатационные характеристики готовых металлоизделий, необходима разработка методов количественной оценки обобщённого вклада химических элементов, физико-механических свойств и других характеристик в качество отдельных сталей, основанных на выявлении связей между их признаками.

**Цель работы.** Разработать методы расчёта обобщённых показателей качества отдельной стали.

**Методика исследования.** В работе использованы аналитические методы исследования сталей, основанные на математическом описании, формализованном и геометрическом их представлении в многомерном пространстве компонентов химического состава и физико-механических свойств в виде точек, информационно наделённых всеми характеристиками и признаками металлоизделия [6–10; 12].

При разработке метода расчёта весовых коэффициентов отдельных и обобщённых показателей заданной стали использованы представления о корреляции как величине события наличия связи между рассматриваемыми признаками.

Разработка формул обобщённых признаков сталей базируется на представлении об интегральном показателе качества, определение которого основано на методах векторной и линейной алгебры, изложенных в работах [6–10].

**Изложение основного материала исследований и обсуждение результатов.** Отношение суммы коэффициентов корреляции в строках или столбцах к их максимальным значениям в корреляционной матрице в первом приближении можно интерпретировать как весовые нагрузки признаков сталей на осях главных факторов [11].

Нагрузки на первую ось главных компонент (ГК) [5; 11], выражающие вклад химических компонентов стали в комплекс физико-механических свойств, – это коэффициенты при величинах химических элементов в уравнении 1-й ГК. В первом приближении они могут быть вычислены, как отношения сумм коэффициентов корреляции в столбцах корреляционной матрицы, представленной в таблице 1, к максимальному значению этих сумм [11]:

$$\delta_j^{npi} = \frac{\sum_{i=1}^p r_{npi}^{(i)(j)}}{\max_j \left( \sum_{i=1}^p r_{npi}^{(i)(j)} \right)}. \quad (15)$$

При расчёте абсолютных нагрузок ГК в этой формуле необходимо использовать значения коэффициентов корреляции по модулю:

$$\Theta_j^{npi} = \frac{\sum_{i=1}^p |r_{npi}^{(i)(j)}|}{\max_j \left( \sum_{i=1}^p |r_{npi}^{(i)(j)}| \right)}. \quad (16)$$

Подставляя коэффициенты нагрузок  $\delta_j^{npt}$  и абсолютных нагрузок  $\Theta_j^{npt}$  в уравнения 1-го главного фактора [5; 11], получаем уравнения 1-й ГК химического состава стали:

$$F(x_{npt}) = \delta_1^{npt} x_{npt}^{(1)} + \dots + \delta_j^{npt} x_{npt}^{(j)} + \dots + \delta_j^{npt} x_{npt}^{(j)} \quad (17)$$

и 1-й ГК абсолютного вклада химического состава в комплекс свойств:

$$F(x_{npt}) = \Theta_1^{npt} x_{npt}^{(1)} + \dots + \Theta_j^{npt} x_{npt}^{(j)} + \dots + \Theta_j^{npt} x_{npt}^{(j)}, \quad (18)$$

где  $j$  – номер столбца матрицы вероятностей связи заданных показателей со всеми признаками (табл. 2), или номер компонента в химическом составе стали.

Подставив в уравнения (17) и (18) вместо обозначений компонентов  $x_{npt}^{(j)}$  их наименования, получаем формулы для вычисления ГК химического состава стали:

$$F(x_{npt}) = \delta_c^{npt} [C]_{npt} + \delta_{Mn}^{npt} [Mn]_{npt} + \delta_{Si}^{npt} [Si]_{npt} + \delta_P^{npt} [P]_{npt} + \delta_S^{npt} [S]_{npt} + \dots + \delta_j^{npt} x_{npt}^{(j)} \quad (19)$$

и ГК абсолютного вклада химического состава в комплекс свойств:

$$Y(x_{npt}) = \Theta_c^{npt} [C]_{npt} + \Theta_{Mn}^{npt} [Mn]_{npt} + \Theta_{Si}^{npt} [Si]_{npt} + \Theta_P^{npt} [P]_{npt} + \Theta_S^{npt} [S]_{npt} + \dots + \Theta_j^{npt} x_{npt}^{(j)}. \quad (20)$$

Поменяв местами в формулах (15) и (16) индексы строк и столбцов, получаем, согласно [5; 10; 11] в первом приближении, выражение для расчёта коэффициентов нагрузок на 2-ю главную компонентную ось физико-механических свойств:

$$\delta_i^{npt} = \frac{\sum_{j=1}^J r_{npt}^{(i)(j)}}{\max_i \left( \sum_{j=1}^J r_{npt}^{(i)(j)} \right)}. \quad (21)$$

Для вычисления абсолютных нагрузок ГК в этой формуле необходимо использовать значения коэффициентов корреляции по модулю:

$$\Theta_i^{npt} = \frac{\sum_{j=1}^J |r_{npt}^{(i)(j)}|}{\max_i \left( \sum_{j=1}^J |r_{npt}^{(i)(j)}| \right)}. \quad (22)$$

Подставляя коэффициенты нагрузок  $\delta_i^{npt}$  и  $\Theta_i^{npt}$  в уравнение 2-го главного фактора [5; 11], получаем уравнение 2-й ГК связи механических свойств и химического состава:

$$F(\sigma_{npt}) = \delta_1^{npt} \sigma_{npt}^{(1)} + \dots + \delta_i^{npt} \sigma_{npt}^{(i)} + \dots + \delta_\rho^{npt} \sigma_{npt}^{(\rho)} \quad (23)$$

и абсолютной 2-й ГК фактора комплекса физико-механических свойств стали:

$$Y(\sigma_{npt}) = \Theta_1^{npt} \sigma_{npt}^{(1)} + \dots + \Theta_i^{npt} \sigma_{npt}^{(i)} + \dots + \Theta_\rho^{npt} \sigma_{npt}^{(\rho)}, \quad (24)$$

где  $i$  – номер строки матрицы вероятностей связи отдельных показателей со всеми признаками (табл. 2), или индекс физико-механического свойства стали.

Подставляя в уравнения 2-го главного фактора вместо обозначений физико-механического свойства  $\sigma_{npt}^{(i)}$  их наименования, получаем формулы для расчёта 2-й ГК связи механических свойств и химического состава:



$$F(\sigma_{npi}) = \delta_1^{npi}[\sigma_B]_{npi} + \delta_2^{npi}[\sigma_T]_{npi} + \delta_3^{npi}[\delta_3]_{npi} + \delta_4^{npi}[\psi]_{npi} + \delta_5^{npi}[KCU]_{npi} + \dots + \delta_\rho^{npi}\sigma_{npi}^{(\rho)} \quad (25)$$

и абсолютного 2-го главного фактора комплекса механических свойств стали:

$$Y(\sigma_{npi}) = \Theta_1^{npi}[\sigma_B]_{npi} + \Theta_2^{npi}[\sigma_T]_{npi} + \Theta_3^{npi}[\delta_3]_{npi} + \Theta_4^{npi}[\psi]_{npi} + \Theta_5^{npi}[KCU]_{npi} + \dots + \Theta_\rho^{npi}\sigma_{npi}^{(\rho)} \cdot \quad (26)$$

Заменяя максимальные значения сумм в выражениях для вычисления весовых нагрузок (15) и (16) на накопления сумм в строках или столбцах, записанные в нижней правой ячейке дополненной корреляционной таблицы 1, получаем, что величины весов признаков представляют собой доли связи между всеми элементами химического состава и всеми механическими свойствами, приходящиеся на один компонент стали (12) или одно свойство стали (14). Представляя коэффициенты корреляции в этих математических выражениях в абсолютном виде, получаем вероятности наступления события связи между всеми признаками и химическим элементом –  $P_j$  (7) или физико-механическим свойством –  $P_i$  (9), значения которых могут изменяться от 0 до 1. Поэтому вероятности связи  $P_i$  и  $P_j$  также можно рассматривать как весовые коэффициенты признаков аналогично коэффициентам в уравнениях главных факторов стали. Таким образом, многомерное пространство признаков стали можно свернуть к новому, меньшему по размерности пространству [5]. При этом в новом пространстве на первую факторную ось можно спроектировать значения химических элементов, входящих в состав сталей. На вторую – величины физико-механических свойств. При этом значения 1-го и 2-го факторов стали будут представлять собой суммы проекций значений всех химических элементов или механических свойств на соответствующие факторные оси.

Так как вероятность связи химического компонента с совокупностью всех физико-механических свойств (7) есть не что иное как вес его вклада в формирование качества стали, то, умножая весовые коэффициенты  $P_j^{npi}$  на величины химических компонентов  $x_{npi}^{(j)}$  и складывая полученные произведения, определяем формулу 1-го фактора, то есть обобщенного показателя вклада химического состава в комплекс физико-механических свойств стали:

$$K(x_{npi}) = P_1^{npi} x_{npi}^{(1)} + \dots + P_j^{npi} x_{npi}^{(j)} + \dots + P_J^{npi} x_{npi}^{(J)} \quad (27)$$

При этом:

$$0 \leq P_j^{npi} \leq 1, \quad (28)$$

$$\sum_{j=1}^J P_j^{npi} = 1 \cdot \quad (29)$$

Подставляя в уравнение (17) коэффициенты связи между химическими элементами и всеми физико-механическими свойствами –  $\Delta_j^{npi}$  (12), получаем уравнение обобщенного показателя связи химического состава с комплексом физико-механических свойств:

$$S(x_{npi}) = \Delta_1^{npi} x_{npi}^{(1)} + \dots + \Delta_j^{npi} x_{npi}^{(j)} + \dots + \Delta_J^{npi} x_{npi}^{(J)}, \quad (30)$$

где  $\Delta_j^{npi}$  – весовой коэффициент связи, рассчитываемый по формуле (12). При этом:

$$-1 \leq \Delta_j^{npi} \leq 1, \quad (31)$$

$$\sum_{j=1}^J \Delta_j^{npt} = 0. \quad (32)$$

Подставив в уравнения (27) и (30) вместо обозначений компонентов  $x_{npt}^{(j)}$  их наименования, получаем формулы обобщенного показателя химического состава стали:

$$K(x_{npt}) = P_c^{npt} [C]_{npt} + P_{Mn}^{npt} [Mn]_{npt} + P_{Si}^{npt} [Si]_{npt} + P_P^{npt} [P]_{npt} + P_S^{npt} [S]_{npt} + \dots + P_J^{npt} x_{npt}^{(J)} \quad (33)$$

и обобщенного показателя связи химического состава стали с физико-механическими свойствами:

$$S(x_{npt}) = \Delta_c^{npt} [C]_{npt} + \Delta_{Mn}^{npt} [Mn]_{npt} + \Delta_{Si}^{npt} [Si]_{npt} + \Delta_P^{npt} [P]_{npt} + \Delta_S^{npt} [S]_{npt} + \dots + \Delta_J^{npt} x_{npt}^{(J)}. \quad (34)$$

Аналогично можно получить уравнение обобщенного показателя физико-механических свойств. Принимая, что вес вклада химического состава в одно физико-механическое свойство представляет собой вероятность наступления события связи  $P_i^{npt}$  между отдельным свойством и комплексом всех химических компонентов, определяем формулу обобщенного показателя качества стали:

$$K(\sigma_{npt}) = P_1^{npt} \sigma_{npt}^{(1)} + \dots + P_i^{npt} \sigma_{npt}^{(i)} + \dots + P_\rho^{npt} \sigma_{npt}^{(\rho)}. \quad (35)$$

При этом:

$$0 \leq P_i^{npt} \leq 1, \quad (36)$$

$$\sum_{j=1}^J P_j^{npt} = 1. \quad (37)$$

Подставляя в уравнение (35) вместо  $P_i^{npt}$  коэффициенты связи между отдельными физико-механическими свойствами и всем химическим составом –  $\varphi_i^{npt}$  (14), получаем уравнение обобщенного показателя связи химического состава с комплексом физико-механических свойств:

$$S(\sigma_{npt}) = \varphi_1^{npt} \sigma_{npt}^{(1)} + \dots + \varphi_i^{npt} \sigma_{npt}^{(i)} + \dots + \varphi_J^{npt} \sigma_{npt}^{(\rho)}, \quad (38)$$

где  $\varphi_i^{npt}$  – коэффициент связи физико-механического свойства стали с химическим составом, рассчитываемый по формуле (14). При этом:

$$-1 \leq \varphi_i^{npt} \leq 1, \quad (39)$$

$$\sum_{i=1}^{\rho} \varphi_i^{npt} = 0. \quad (40)$$

Подставив в уравнения (35) и (38) вместо обозначений физико-механических свойств их наименования, получим формулы:

$$K(\sigma_{npt}) = P_1^{npt} [\sigma_B]_{npt} + P_2^{npt} [\sigma_T]_{npt} + P_3^{npt} [\delta_5]_{npt} + P_4^{npt} [\psi]_{npt} + P_5^{npt} [KCU]_{npt} + \dots + P_\rho^{npt} \sigma_{npt}^{(\rho)} \quad (41)$$

для обобщенного показателя качества стали, и:

$$S(\sigma_{npt}) = \varphi_1^{npt} [\sigma_B]_{npt} + \varphi_2^{npt} [\sigma_T]_{npt} + \varphi_3^{npt} [\delta_5]_{npt} + \varphi_4^{npt} [\psi]_{npt} + \varphi_5^{npt} [KCU]_{npt} + \dots + \varphi_\rho^{npt} \sigma_{npt}^{(\rho)} \quad (42)$$

для обобщенного показателя связи комплекса физико-механических свойств с химическим составом стали.

Разделив последовательно веса углерода  $P_C^{npt}$  из уравнения (33) или коэффициенты  $\Delta_C^{npt}$  общей связи между компонентом [C] и всеми механическими свойствами из формулы (34) на вес или коэффициент каждого элемента химического состава стали  $P_j^{npt}$  или  $\Delta_j^{npt}$  соответственно, получим:

$$E_C^{npt} = \frac{P_C^{npt}}{P_C^{npt}} = 1; E_{Mn}^{npt} = \frac{P_C^{npt}}{P_{Mn}^{npt}}; E_{Si}^{npt} = \frac{P_C^{npt}}{P_{Si}^{npt}}; E_P^{npt} = \frac{P_C^{npt}}{P_P^{npt}}; E_S^{npt} = \frac{P_C^{npt}}{P_S^{npt}}; \dots; E_j^{npt} = \frac{P_C^{npt}}{P_j^{npt}}; \dots; E_J^{npt} = \frac{P_C^{npt}}{P_J^{npt}} \quad (43)$$

инварианты подобия химических элементов углероду по степени влияния на физико-механические свойства, или:

$$e_C^{npt} = \frac{\Delta_C^{npt}}{\Delta_C^{npt}} = 1; e_{Mn}^{npt} = \frac{\Delta_C^{npt}}{\Delta_{Mn}^{npt}}; e_{Si}^{npt} = \frac{\Delta_C^{npt}}{\Delta_{Si}^{npt}}; e_P^{npt} = \frac{\Delta_C^{npt}}{\Delta_P^{npt}}; e_S^{npt} = \frac{\Delta_C^{npt}}{\Delta_S^{npt}}; \dots; e_j^{npt} = \frac{\Delta_C^{npt}}{\Delta_j^{npt}}; \dots; e_J^{npt} = \frac{\Delta_C^{npt}}{\Delta_J^{npt}} \quad (44)$$

коэффициенты подобия химических элементов углероду по степени влияния на физико-механические свойства. При этом:

$$0 \leq E_i^{npt} \leq 1, \quad (45)$$

$$\sum_{i=1}^{\rho} E_i^{npt} = 1, \quad (46)$$

и

$$-1 \leq e_i^{npt} \leq 1, \quad (47)$$

$$\sum_{i=1}^{\rho} e_i^{npt} = 0. \quad (48)$$

Умножив найденные таким образом коэффициенты на соответствующие им величины химических компонентов стали и последовательно сложив произведения, получим выражения для интегрального инварианта химического состава стали углероду по вкладу в комплекс показателей качества:

$$C_{инв.} = E_C^{npt} [C]_{npt} + E_{Mn}^{npt} [Mn]_{npt} + E_{Si}^{npt} [Si]_{npt} + E_P^{npt} [P]_{npt} + E_S^{npt} [S]_{npt} + \dots + E_J^{npt} x_{npt}^{(J)}, \quad (49)$$

и для интегрального коэффициента подобия химического состава стали углероду по вкладу в комплекс показателей качества:

$$I_{npt}[C] = e_C^{npt} [C]_{npt} + e_{Mn}^{npt} [Mn]_{npt} + e_{Si}^{npt} [Si]_{npt} + e_P^{npt} [P]_{npt} + e_S^{npt} [S]_{npt} + \dots + e_J^{npt} x_{npt}^{(J)}. \quad (50)$$

Обобщенные показатели вклада (33) и связи химического состава (34), качества (41), связи комплекса физико-механических свойств (42), интегральные инварианты (49) и коэффициенты подобия химического состава углероду (50) стали могут быть рассчитаны для серии плавок –  $x = I, \dots, X$ , для одного завода изготовителя –  $z$ , для отрасли промышленности –  $z = I, \dots, Z$  или для всех предприятий, производящих заданную марку стали –  $m$ . Однако достоверные результаты их расчёта можно получить в случае, когда задан геометрический тип изделия –  $p$  и его размеры –  $t$ .

Если в выражениях (12) и (14) для весовых коэффициентов обобщенного показателя химического состава (33) и показателя обобщенной связи химического состава стали с комплексом всех физико-механических свойств (34) извлечь квадратный корень из знаменателей, то согласно [11] получим формулы для расчёта абсолютных нагрузок проекций компонентов химического состава:

$$A_j^{npt} = \sum_{i=1}^{\rho} A_{ij}^{npt} = \frac{\sum_{i=1}^{\rho} |r_{npt}^{(i)(j)}|}{\sqrt{\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{\rho} |r_{npt}^{(i)(j)}|}} \quad (51)$$

и нагрузок элементов химического состава:

$$a_j^{npt} = \sum_{i=1}^{\rho} a_{ij}^{npt} = \frac{\sum_{i=1}^{\rho} r_{npt}^{(i)(j)}}{\sqrt{\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{\rho} r_{npt}^{(i)(j)}}} \quad (52)$$

на 1-ю центроидную ось. Подставляя полученные коэффициенты нагрузок в уравнения обобщённых показателей химического состава (33) и (34), получаем формулы для расчёта 1-го центроидного фактора абсолютного вклада химического состава в комплекс физико-механических свойств:

$$G(x_{npt}) = A_c^{npt} [C]_{npt} + A_{Mn}^{npt} [Mn]_{npt} + A_{Si}^{npt} [Si]_{npt} + A_P^{npt} [P]_{npt} + A_S^{npt} [S]_{npt} + \dots + A_J^{npt} x_{npt}^{(J)} \quad (53)$$

и 1-го центроидного фактора обобщённой связи химического состава с физико-механическими свойствами:

$$C(x_{npt}) = a_c^{npt} [C]_{npt} + a_{Mn}^{npt} [Mn]_{npt} + a_{Si}^{npt} [Si]_{npt} + a_P^{npt} [P]_{npt} + a_S^{npt} [S]_{npt} + \dots + a_J^{npt} x_{npt}^{(J)}. \quad (54)$$

Поменяв местами в формулах (51) и (52) индексы строк и столбцов, получаем математические выражения для расчёта абсолютных нагрузок:

$$A_i^{npt} = \sum_{j=1}^J A_{ij}^{npt} = \frac{\sum_{j=1}^J |r_{npt}^{(j)(i)}|}{\sqrt{\sum_{i=1}^{\rho} \sum_{j=1}^J |r_{npt}^{(j)(i)}|}} \quad (55)$$

и нагрузок

$$a_i^{npt} = \sum_{j=1}^J a_{ij}^{npt} = \frac{\sum_{j=1}^J r_{npt}^{(j)(i)}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{\rho} \sum_{j=1}^J r_{npt}^{(j)(i)}}} \quad (56)$$

проекции физико-механических свойств на 2-ю центроидную ось.

Аналогично (53) и (54), подставляя полученные коэффициенты нагрузок в уравнение обобщённых показателей качества стали (41) и (42), получаем формулы для расчётов 2-го абсолютного центроидного фактора:

$$G(\sigma_{npt}) = A_1^{npt} [\sigma_B]_{npt} + A_2^{npt} [\sigma_T]_{npt} + A_3^{npt} [\delta_5]_{npt} + A_4^{npt} [\psi]_{npt} + A_5^{npt} [KCU]_{npt} + \dots + A_{\rho}^{npt} \sigma_{npt}^{(\rho)} \quad (57)$$

и 2-го центроидного фактора:

$$C(\sigma_{npt}) = a_1^{npt} [\sigma_B]_{npt} + a_2^{npt} [\sigma_T]_{npt} + a_3^{npt} [\delta_5]_{npt} + a_4^{npt} [\psi]_{npt} + a_5^{npt} [KCU]_{npt} + \dots + a_{\rho}^{npt} \sigma_{npt}^{(\rho)} \quad (58)$$

комплекса физико-механических свойств стали.

## ВЫВОДЫ

1. Использован метод расчёта весовых коэффициентов компонентов химического состава по уровню их влияния на механические свойства для определения обобщённых показателей сталей.

2. Показано, что весовые коэффициенты признаков сталей могут быть вычислены из их корреляционной матрицы.

3. Суммы произведений признаков на их весовые коэффициенты образуют уравнения обобщённых показателей стали.

4. Получены уравнения для расчёта обобщённых показателей химического состава стали.

5. Разработан расчёт интегрального инварианта и коэффициента подобия химического состава стали углероду по вкладу в комплекс механических свойств.

**Перспективы дальнейших исследований.** Дальнейшие исследования будут направлены на применение разработанных методов расчёта весовых коэффициентов и полученных уравнений обобщённых показателей для анализа различных марок сталей и оптимизации их химических составов.

Расчёт для сталей обобщённых показателей химических составов и интегральных показателей механических свойств [4] позволяет разработать математические зависимости между ними, которые могут быть использованы для моделирования и оптимизации химических составов сталей и различных процессов обработки металлоизделий.

#### Литература

1. Юшкевич О. П. Концептуальные основы классификации и унификации марочного сортамента металлопроката из конструкционных сталей / О. П. Юшкевич, В. К. Флоров, С. К. Калиновский, Е. Н. Власова // *Металлургическая и горнорудная промышленность: Науч.-техн. и произв. журн.* – Дн-вск, 2000. – № 8–9. – С. 412–414.
2. Юшкевич О. П. Учет эффекта геометрического упрочнения при упорядочении марочного сортамента металлопроката из конструкционных сталей. Теория и практика металлургии / О. П. Юшкевич, С. К. Калиновский // *Общегосуд. науч.-техн. журн. АИНУ.* – Дн-вск, 2002. – № 4.
3. Юшкевич О. П. Взаимосвязь механических свойств стали Гадфильда для железнодорожных крестовин с химическим составом / О. П. Юшкевич, Е. И. Литвиненко // *Строительство, материаловедение, машиностроение: Сб. науч. тр.* – Вып. 36, ч. 3. – Дн-вск : ПГАСА, 2006. – 232 с.
4. Ем Ю. А. Замена листовых малоуглеродистых сталей при изготовлении баллонов на экономнолегированные с повышенной прочностью и пластичностью / Ю. А. Ем, В. Я. Савенков, О. П. Юшкевич, Е. И. Литвиненко // *Металлознавство та термічна обробка металів: Наук. та інформ. журн.* – Дн-вськ : ПДАБА, 2003. – № 4.
5. Юшкевич О. П. Модель редукции пространства описания сталей / О. П. Юшкевич, В. И. Погорелый, П. О. Юшкевич // *Строительство, материаловедение, машиностроение: Сб. науч. тр.* – Вып. 59. – Дн-вск : ГВУЗ «ПГАСА», 2011. – 184 с.
6. Юшкевич О. П. Модель представления комплексного показателя качества сталей до и после термической обработки. Теория и практика металлургии / О. П. Юшкевич / *Общегосуд. науч.-техн. журн. АИНУ.* – Дн-вск, 2011. – № 3–4.
7. Большаков В. И. Модель интегрального показателя качества в системе аналитического описания сталей / В. И. Большаков, О. П. Юшкевич // *Металлознавство та термічна обробка металів: Наук. та інформ. журнал.* – Дн-вськ : ПДАБА, 2012. – № 1.

8. Юшкевич О. П. Разработка структуры данных марочного сортамента металлопроката / О. П. Юшкевич // Строительство, материаловедение, машиностроение : Сб. науч. тр. – Вып. 22, ч. 2. – Дн-вск : ПГАСА, 2003. – 320 с. .
9. Юшкевич О. П. Модель представления репрезентативных показателей качества металлоизделий до и после термической обработки / О. П. Юшкевич // Металознавство та термічна обробка металів : Наук. та інформ. журн. – Дн-вськ : ПДАБА, 2011. – № 3.
10. Большаков В. И. Разработка методов расчёта весовых коэффициентов влияния элементов химического состава на качество стали / В. И. Большаков, О. П. Юшкевич // Металознавство та термічна обробка металів : Наук. та інформ. журн. – Дн-вськ : ПДАБА, 2013. – № 1.
11. Иберла К. Факторный анализ / К. Иберла: пер. с нем. В. М. Ивановой; предисл. А. М. Дуброва. – М. : Статистика, 1980. – 398 с.
12. Юшкевич О. П. Анализ независимости признаков вектора описания марочного сортамента металлопроката / О. П. Юшкевич // Металознавство та термічна обробка металів : Наук. та інформ. журн. – Дн-вськ : ПДАБА, 2006. – № 3.