

УДК 519.21

DOI: 10.30838/J.PMNTM.2413.250918.58.400

## ФРАКТАЛЬНЫЙ ПОДХОД ПРИ ПРОГНОЗЕ КАЧЕСТВА ПРОКАТНЫХ ВАЛКОВ

ФОРТЫГИН А. А. \*, *аспір.*

\* Кафедра материаловедения и обработки материалов, Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепро, Украина, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: [fortigin13@gmail.com](mailto:fortigin13@gmail.com), ORCID ID: 0000-0001-9838-5911

**Аннотация. Постановка задачи.** Для оценки механических свойств часто используются методы неразрушающего контроля. Перспективным направлением в области прогноза характеристик качества металла является применение математических методов прогноза, в частности, планирование экспериментов. **Материал и методики.** Для исследований выбирался валковый чугун СПХН–45. Механические испытания проводились на радиальных образцах рабочей зоны бочек валков (расстояние от поверхности до 10 мм). Фрактальная размерность вычислялась с помощью методики, основанной на сходимости клеточного и точечного способов. **Результаты и их обсуждение.** Установлены соотношения, описывающие влияние фрактальных размерностей перлитной матрицы, графита и карбидов на показатели механических свойств валкового чугуна (предел прочности на разрыв и изгиб, ударную вязкость и твердость). Получены уравнения регрессии, позволяющие прогнозировать механические свойства рабочей зоны прокатных валков СПХН–45 в зависимости от фрактальной размерности элементов их структуры. **Выводы.** Определено влияние фрактальной размерности структуры прокатных валков на их механические свойства, что позволяет использовать полученные модели для прогноза этих свойств.

*Ключевые слова:* валковый чугун; механические свойства; фрактальная размерность; структура; уравнение регрессии

## ФРАКТАЛЬНИЙ ПІДХІД ПРИ ПРОГНОЗУВАННІ ЯКОСТІ ПРОКАТНИХ ВАЛКІВ

ФОРТИГІН А. А. \*, *аспір.*

\* Кафедра металознавства та обробки матеріалів, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: [fortigin13@gmail.com](mailto:fortigin13@gmail.com), ORCID ID: 0000-0001-9838-5911

**Анотація. Постановка задачі.** Для оцінки механічних властивостей часто використовуються методи неруйнівного контролю. Перспективним напрямком в області прогнозу характеристик якості металу є застосування математичних методів прогнозу, зокрема, планування експериментів. **Матеріал і методики.** Для досліджень вибирався валковий чавун СПХН–45. Механічні випробування проводилися на радіальних зразках робочої зони бочок валків (відстань від поверхні до 10 мм). Фрактальна розмірність обчислювалася за допомогою методики, заснованої на збіжності клітинного та крапкового способів. **Результати та їх обговорення.** Встановлені співвідношення, що описують вплив фрактальних розмірностей перлітної матриці, графіту і карбідів на показники механічних властивостей валкового чавуну (межу міцності на розрив і згин, ударну в'язкість та твердість). Отримані рівняння регресії, що дозволяють прогнозувати механічні властивості робочої зони прокатних валків СПХН–45 в залежності від фрактальної розмірності елементів їх структури. **Висновки.** Визначено вплив фрактальної розмірності структури прокатних валків на їх механічні властивості, що дозволяє використовувати отримані моделі для прогнозу цих властивостей.

*Ключові слова:* валковий чавун; механічні властивості; фрактальна розмірність; структура; рівняння регресії

## FRactal Approach to Forecasting Quality of Rolled Rolls

FORTYGIN A.A. \*, *Postgraduate Student*

\* Department of Materials Science and Materials Processing, State Higher Education Institution “Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture”, 24-a, Chernyshevskoho St., Dnipro, 49600, Ukraine, tel. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: [fortigin13@gmail.com](mailto:fortigin13@gmail.com), ORCID ID: 0000-0001-9838-5911

**Abstract. Formulation of the problem.** Non-destructive testing methods are often used to evaluate mechanical properties. A promising direction in the field of predicting the characteristics of the quality of a metal is the use of mathematical methods of forecasting, in particular, planning experiments. **Material and methods.** For the research, СПХН–45 roller iron was selected. Mechanical tests were carried out on radial samples of the working area of the roll barrels (distance from the surface to 10 mm). The fractal dimension was calculated using a technique based on the convergence of cellular and point methods. **Results and**

**discussion.** Relationships describing the effects of the fractal dimensions of the pearlite matrix, graphite and carbides on the mechanical properties of roll iron (tensile strength and bending strength, toughness and hardness) are established. The regression equations are obtained, which make it possible to predict the mechanical properties of the working area of the СПХН-45 mill rolls, depending on the fractal dimension of the elements of their structure. **Conclusions.** The influence of the fractal dimension of the structure of rolling rolls on their mechanical properties is determined, which makes it possible to use the obtained models to predict these properties.

**Keywords:** roller iron; mechanical properties; fractal dimension; structure; regression equation

### Введение

Оценка свойств самих валков приводит к определенным финансово-временным затратам, к тому же сами свойства не всегда удается определять прямыми – традиционными методами (см., например, [1–3]). Несмотря на многочисленные методы и модели прогноза механических свойств чугуновых валков ни один из них, ввиду многопараметричности [4–6] технологии их производства, не может гарантировать допустимой точности измерений, необходимой для практических целей. В частности, это обусловлено тем, что традиционные методы количественной металлографии не всегда позволяют адекватно описывать характеристики структуры валкового чугуна на микроструктурном уровне с точностью, необходимой для практических целей. Частично это связано с существующей неполнотой формальной аксиоматики, наблюдаемой при прогнозе критериев качества, к примеру, чугуновых валков, на основании оценки их структуры [7; 8]. На механические свойства валков в значительной степени влияет не только процентное содержание графита и карбидов, но также и их сложная форма расположение, что неоднократно отмечают ученые-материаловеды, но информация об этом, кроме полуколичественной (балловой оценки) практически отсутствует [9; 10].

В настоящее время для количественной оценки элементов структуры и свойств материалов на различных масштабных уровнях активно используется язык фрактальной геометрии [11–15]. Перспективной стороной ее использования является количественная оценка элементов структуры различной дисперсности и сложной конфигурации с помощью фрактальной размерности [16; 17]. Чувствительность качественных характеристик различных материалов к фрактальным оценкам их структуры подтверждается в ряде публикаций (см., например, [18–20]).

В работе показаны пути применения теории фракталов при прогнозе механических свойств металла, на примере определения механических свойств чугуновых прокатных валков.

### Материал и методики

Объектом исследования выступал валковый чугун марки СПХН-45 производства ДЗПВ (г. Днепро). Из рабочего слоя бочки валков на поверхности и на глубине 10 мм были вырезаны темплеты, из которых изготовлены образцы для механических испытаний и

микрошлифы. После шлифования и полирования проводили травление шлифов в 4 % растворе азотной кислоты в этиловом спирте. Изучение структуры осуществлялось с помощью оптического микроскопа МИМ-6.

Таблица 1

Химический состав чугуна / The chemical composition of cast iron

Элементы	C	Si	Mn	P
содержание в %	2,90..3,12	0,75..0,93	0,63..0,84	0,096..0,115
Элементы	S	Cr	Ni	Cu
содержание в %	0,025..0,058	0,62..0,77	1,11..1,20	0,25..0,32

Структура рабочего слоя – бочки чугуновых валков состоит из пластинчатого перлита, графита и цементита (рис. 1). Механические испытания проводились на радиальных образцах.

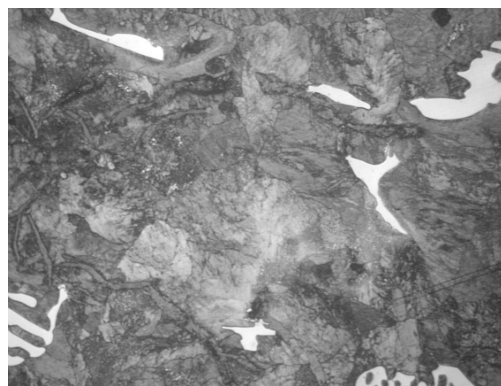
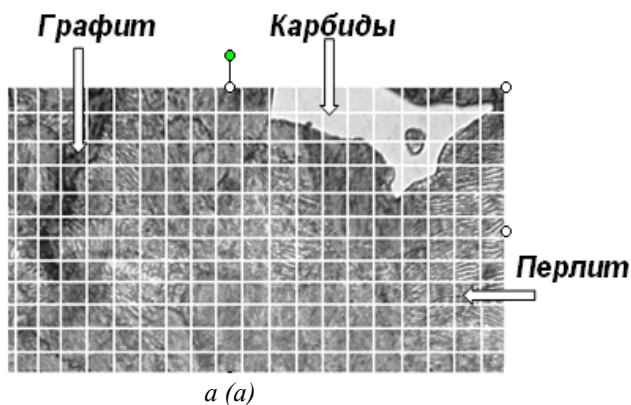


Рис. 1. Структура валков СПХН-45 на глубине 10 мм от поверхности бочки: перлитная матрица, пластинчатый графит и карбиды,  $\times 200$  / Fig. 1. The structure of the rolls of СПХН-45 at a depth of 10 mm from the surface of the barrel: pearlitic matrix, plate-like graphite and carbides,  $\times 200$

Количество цементита оценивалось средним процентом площади, занимаемой по трем полям зрения микроскопа. Площадь цементита составила по подсчетам 20...30 %, что соответствует стандарту Ц25. Перлит имеет различную дисперсность ПД (среднее расстояние между пластинами цементита): от 0,79 мкм (ПД 0,5 по стандарту) до 2,2 мкм (ПД 1,6), которая определялась при увеличении  $\times 1000$ . Количество перлита оценивалось средним процентом площади, занимаемой на шлифе, и

определялась в трех полях зрения микроскопа. Площадь, занимаемая перлитом, составляет 60...70 %, что соответствует стандарту П70.



Расчет фрактальной размерности структуры чугуна проводился по разработанной методике [21]. Фрагмент методики расчета спектра размерностей элементов структуры приведен на рисунке 2.

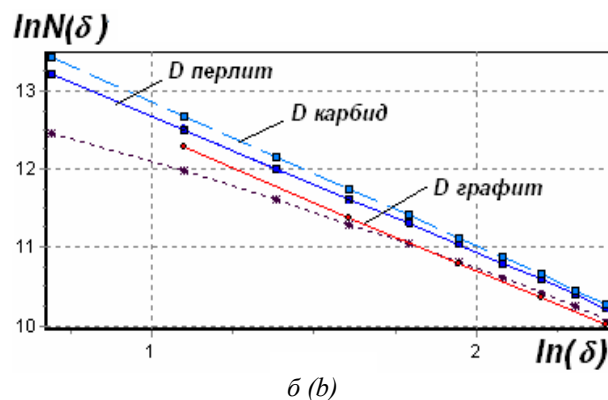


Рис. 2. Реализация расчета фрактальной размерности элементов структуры чугуна марки СПХН:  $D_{перлит} = 1,759$ ;  $D_{графита} = 1,546$ ;  $D_{карбид} = 1,851$  / Fig. 2. Implementation of the calculation of the fractal dimension of the elements of the structure of cast iron СПХН:  $D_{perlite} = 1,759$ ;  $D_{graphite} = 1,546$ ;  $D_{carbide} = 1,851$

Методика структуры базируется на сходимости клеточного (1) и точечного (2) способов, что повышает точность ее прогноза.

$$D = \frac{\ln N(\delta)}{\ln \delta}, \quad (1)$$

где  $N(\delta)$  – количество клеток, покрывающих исследуемый элемент структуры;  $\delta$  – линейный размер клетки.

$$\tilde{N}(L) = \sum_{m=1}^K (1/m)P(m, L), \quad (2)$$

где  $\tilde{N}(L)$  – усредненное число клеток, необходимых для покрытия объекта;  $P(L, m)$  – вероятность того, что клетка размера  $L$  содержит  $m$  точек (ячеек).

### Результаты и их обсуждение

В ходе проведения работы установлена связь между фрактальной размерностью элементов структуры и механическими свойствами чугунов валкового чугуна исполнения СПХН-45 (рис. 3). Масштаб представления фрактальной структуры выбирался по разработанной методике [22], основанной на поиске стабильных показателей фрактальной размерности ее элементов в области самоподобия. Такой масштаб представления структуры определен для увеличения 200 в [23] и принят для расчетов фрактальной размерности в текущей работе. Применение такого подхода позволяет выбирать более адекватный масштаб представления фрактальной структуры металла, что, в конечном итоге, позволило получить более адекватные оценки прогноза механических свойств сортопрокатных чугунов валкового чугуна исполнения СПХН-45.

Установлено, то при повышении размерности перлитной матрицы с 1,61 до 1,94 показатели ударной вязкости возрастают с 13 до 25 кДж/м<sup>2</sup> (рис. 3 а), а показатели твердости – понижаются с 70 до 35 HSD (рис. 3 б). Частично это может быть связано с изменением конфигурации структуры перлита вследствие возрастания его дисперсности с 2,2 мкм до 0,79 мкм, поскольку повышение дисперсности его строения приводит к возрастанию прочностных характеристик валкового чугуна, и к уменьшению пластических.

Отмечается повышение предела прочности при снижении фрактальной размерности графита (рис. 3 в). Эти результаты согласуются с физико-химическим влиянием графита на механические свойства чугуна, поскольку повышение размеров включений графита приводит к ослаблению металлической матрицы и снижению свойств. Изменение фрактальной размерности графитных включений может свидетельствовать об изменениях их размеров и геометрической формы, что приводит к изменениям задания метрики объекта идентификации. При возрастании фрактальной размерности карбидов (цементита ледебуритной эвтектики) показатели предела прочности на изгиб также повышаются. Это свидетельствует о влиянии на прочность чугуна не только количества карбидов, но и их размерностных оценок.

Полученные данные согласуются с результатами, полученными в работах [24–26]. Тренд изменения механических характеристик чугунов валков, установленный в этих работах, совпадает с приведенными на рисунке 3 а-г соотношениями. Это подтверждает достоверность полученных результатов и указывает на перспективы их использования при контроле структуры и критериев качества прокатных валков исполнения СПХН-45.

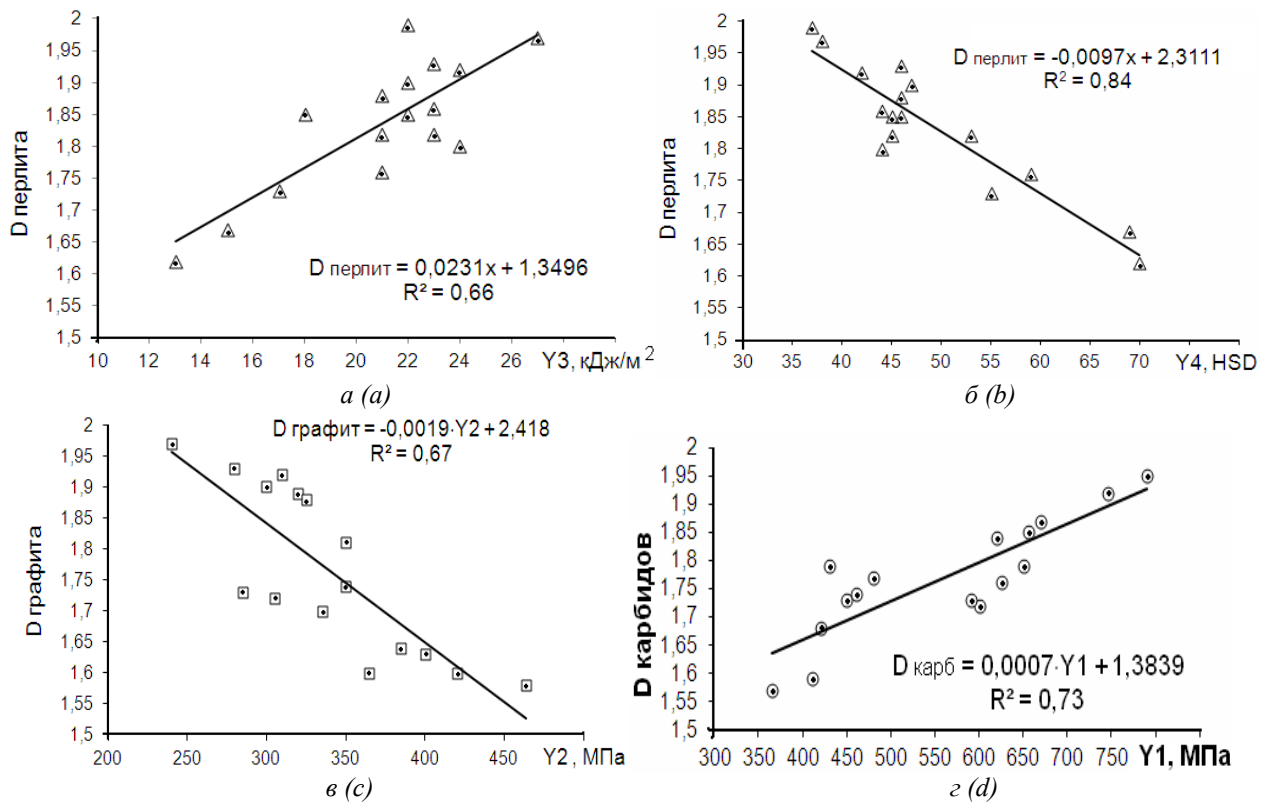


Рис. 3. Соотношения между механическими свойствами чугуна и фрактальными размерностями элементов его структуры: а – КС; б – HSD; в –  $\sigma_B$ ; г –  $\sigma_{изз}$  / Fig. 3. Relations between the mechanical properties of cast iron and the fractal dimensions of the elements of its structure: a – KC; b – HSD; c –  $\sigma_B$ ; d –  $\sigma_{изз}$

Зависимости между фрактальными размерностями, приведенные на графиках рис. 4 а–г, предоставляют возможность прогнозировать качество чугунных валков исполнения СПХН–45 на основании анализа фрактальной размерности структуры.

### Выводы

Установлены взаимоотношения между фрактальными размерностями элементов структуры валкового чугуна исполнения СПХН–45 и

показателями его основных механических характеристик (твёрдость, ударная вязкость, пределы прочности на разрыв и изгиб), которые используют при приемо-сдаточных работах. Коэффициенты корреляции между установленными параметрами ( $R^2 = 0,66 \dots 0,84$ ) свидетельствуют о возможности использования размерностных оценок при изучении влияния структуры на свойства чугунных валков СПХН–45.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Прокатные валки : монография / [К. Н. Вдовин, Р. Х. Гималетдинов, В. М. Колокольцев, С. В. Цыбров]. – Магнитогорск : МГТУ, 2005. – 543 с.
2. Большаков В. И. Поиск путей прогноза качества металла / В. И. Большаков, А. А. Фортыхин // Металлознавство та термічна обробка металів. – 2017. – № 4. – С. 16–22. – Режим доступа : <http://mtom.pgasa.dp.ua/article/view/16-22>
3. Пути идентификации периодических многокритериальных технологий : монография / [Ю. Дубров, В. Большаков, В. Волчук]. – Саарбрюккен : Palmarium Academic Publishing, 2015. – 236 с. – Режим доступа : <https://www.palmarium-publishing.ru/extern/listprojects>
4. Большаков В. И. Идентификация многопараметрических, многокритериальных технологий и пути их практической реализации / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Металлознавство та термічна обробка металів. – 2013. – № 4. – С. 5–11.
5. Большаков В. И. Этапы ідентифікації багатопараметричних технологій та шляхи їх реалізації / В. И. Большаков, В. М. Волчук, Ю. И. Дубров // Вісник НАН України. – 2013. – № 8. – С. 66–72. – Режим доступа : <http://dspace.nbu.gov.ua/handle/123456789/67873>
6. Большаков В. И. О прогнозировании качества целевого продукта в периодических технологиях / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Доповіди НАН України. – 2014. – № 11. – С. 77–81. – Режим доступа : <https://doi.org/10.15407/dopovidi2014.11.0771>

7. Большаков Вад. И. Часткова компенсація неповноти формальної аксіоматики при ідентифікації структури металу / Вад. И. Большаков В. И. Большаков, В. М. Волчук, Ю. И. Дубров // Вісник НАН України. – 2014. – № 12. – С. 45–48. – Режим доступу : <http://dspace.nbuu.gov.ua/handle/123456789/73434>
8. Большаков В. И. Материаловедческие аспекты применения частичной компенсации неполноты формальной аксиоматики / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – 2015. – № 5. – С. 10–16. – Режим доступу : <http://visnyk.pgasa.dp.ua/article/view/47385/43497>
9. Салтыков С. А. Стереометрическая металлография : монография / С. А. Салтыков. – Москва : Металлургия, 1976. – 270 с.
10. Большаков В. И. Применение теоретико-информационного подхода для идентификации структуры металла / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – 2014. – № 8. – С. 4–9. – Режим доступу : <http://visnyk.pgasa.dp.ua/article/view/4134>
11. Zhuravel' I. M. Measurement of the mean grain size in a metal by using fractal dimensions / I. M. Zhuravel', L. M. Svirs'ka // Materials Science. – 2010. – Vol. 46. – № 3. – Pp. 418–420.
12. Волчук В. Н. К применению фрактального формализма при ранжировании критериев качества многопараметрических технологий / В. Н. Волчук // Металлофизика и новейшие технологии. – 2017. – Т. 39. – № 3. – С. 949–957. – Режим доступу : <http://mfint.imp.kiev.ua/ru/abstract/v39/i07/0949.html>
13. Fractals and properties of materials : monograph / [V. Bol'shakov, V. Volchuk, Yu. Dubrov]. – Saarbrücken : Lambert Academic Publishing, 2016. – 140 p. – Режим доступу : <https://www.lap-publishing.com/catalog/details/store/tr/book/978-3-330-01812-9/fractals-and-properties-of-materials?search=Fractals>
14. Фракталы в материаловедении : учебное пособие / [В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров]. – Днепрпетровск : ПГАСА, 2006. – 253 с.
15. Большаков В. И. Организация фрактального моделирования / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Доповіді НАН України. – 2018. – № 6. – С. 67–72. – Режим доступу : <https://doi.org/10.15407/dopovidi2018.06.067>
16. Большаков В. И. Топологические и фрактальные инварианты структуры для оценки качества металла / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Доповіді НАН України. – 2017. – № 4. – С. 42–48. – Режим доступу : <https://doi.org/10.15407/dopovidi2017.04.00>
17. Большаков В. И. Фрактальный подход при идентификации сложных систем / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Доповіді НАН України. – 2017. – № 6. – С. 46–50. – Режим доступу : <https://doi.org/10.15407/dopovidi2017.06.00>
18. Большаков В. И. Разработка и исследование метода определения механических свойств металла на основе анализа фрактальной размерности его микроструктуры / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Металлознавство та термічна обробка металів. – 2004. – № 1. – С. 43–54.
19. Volchuk V. Method of material quality estimation with usage of multifractal formalism / V. Volchuk, I. Klymenko, S. Kroviakov, M. Orešković // Tehnički glasnik – Technical Journal. – 2018. – Vol. 12. – № 2. – Pp. 93–97. – Режим доступу : <https://doi.org/10.31803/tg-20180302115027>
20. Волчук В. Н. Определение чувствительности мультифрактальных характеристик металла / В. Н. Волчук // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – 2015. – № 12. – С. 10–14. – Режим доступу : <http://visnyk.pgasa.dp.ua/article/view/58941>
21. Большаков В. И., Дубров Ю. И., Криулін Ф. В., Волчук В. М. Патент на винахід № 51439А України. Спосіб визначення фрактальної розмірності зображення. – Бюл. № 11. – 15.11.2002. – Режим доступу : <http://uapatents.com/3-51439-sposib-viznachennya-fraktalno-rozmirnosti-zobrazhennya.html>
22. Большаков В. И. Особенности применения мультифрактального формализма в материаловедении / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Доповіді НАН України. – 2008. – № 11. – С. 99–107. – Режим доступу : <http://dspace.nbuu.gov.ua/handle/123456789/6255>
23. Волчук В. Н. О выборе масштаба изображения структуры для ее мультифрактального анализа / В. Н. Волчук // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – 2015. – № 11. – С. 38–41. – Режим доступу : <http://visnyk.pgasa.dp.ua/article/view/59023>
24. Волчук В. Н. К вопросу о применении теории мультифракталов для оценки механических свойств металла / В. Н. Волчук // Металлознавство та термічна обробка металів. – 2014. – № 3. – С. 12–19. – Режим доступу : <http://mtom.pgasa.dp.ua/article/view/12-19>
25. Основы организации фрактального моделирования: монография / [В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров]. – Киев : Академперіодика НАН України, 2017. – 170 с.
26. Пути применения теории фракталов : монография / [В. И. Большаков, В. Волчук, Ю. Дубров]. – Саарбрюккен : Palmarium Academic Publishing, 2016. – 146 с. – Режим доступу : <https://www.palmarium-publishing.ru/extern/listprojects>

## REFERENCES

1. Vdovin K.N., Gimaltadinov R.Kh., Kolokol'tsev V.M. and Tsybrov S.V. *Prokatnyye valki* [Mill rolls]. Magnitogorsk : MGUTU, 2005, 543 p. (in Russian).
2. Bolshakov V.I. and Fortigin A.A. *Poisk putey prognoza kachestva metalla* [The method of the metal quality prediction]. *Metall Science and Heat Treatment of Metals*. 2016, no. 2, pp. 40–46. (in Russian).
3. Dubrov Yu., Bolshakov V. and Volchuk V. *Puti identifikatsii periodicheskikh mnogokriterial'nykh tekhnologiy* [Road periodic identification of multi-criteria Technology]. Saarbrücken : Palmarium Academic Publishing, 2015, 236 p. (in Russian).
4. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Identifikatsiya mnogoparametricheskikh, mnogokriterial'nykh tekhnologiy i puti ikh prakticheskoy realizatsii* [Multiparameter identification, multicriteria techniques and ways of their implementation]. *Metall Science and Heat Treatment of Metals*. 2013, no. 4, pp. 5–11. (in Russian).

5. Bol'shakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Etapy identyfikatsiyi bahatoparmetrychnykh tekhnolohiy ta shlyakhy yikh realizatsiyi* [Stages multiparameter identification technologies and ways of their implementation]. *Visnyk Natsional'noyi akademiyi nauk Ukrainy* [Bulletin of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2013, no. 8, pp. 66–72. (in Ukrainian).
6. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *O prognozirovani kachestva tselevogo produkta v periodicheskikh tekhnolohiyakh* [Predicting the quality of a desired product in periodic technologies]. *Dopovidi Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2014, no. 11, pp. 77–81. (in Russian).
7. Bol'shakov Vad.I., Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Chastkova kompensatsiya nepovnoty formal'noyi aksiomatyky pry identyfikatsiyi struktury metalu* [The partial compensation of incompleteness of formal axiomatics in the identification of the metal structure]. *Visnyk akademiyi nauk Ukrainy* [Bulletin of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2014, no. 12, pp. 45–48. (in Ukrainian).
8. Bol'shakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Materialovedcheskiye aspekty primeneniya chastichnoy kompensatsii nepolnoty formal'noy aksiomatiki* [Material aspects of use of partial compensation of incompleteness of formal axiomatics]. *Visnyk Prydniprov'skoyi derzhavnoyi akademiyi budivnytstva ta arkhitektury* [Bulletin of Prydniprov'ska State Academy of Civil Engineering and Architecture]. 2015, no. 5, pp. 10–16. (in Russian).
9. Saltykov S.A. *Stereometricheskaya metallografiya* [Stereometric metallography]. Moskva: Metallurgiya, 1976, 270 p. (in Russian).
10. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Primeneniye teoretiko-informatsionnogo podkhoda dlya identifikatsii struktury metalla* [The use of information–theoretic approach to identify the structure of the metal]. *Visnyk Prydniprov'skoyi derzhavnoyi akademiyi budivnytstva ta arkhitektury* [Bulletin of Prydniprov'ska State Academy of Civil Engineering and Architecture]. 2014, no. 8, pp. 4–9. (in Russian).
11. Zhuravel' I.M. and Svir'ska, L.M. Measurement of the mean grain size in a metal by using fractal dimensions. *Materials Science*, 2010, vol. 46, no. 3, pp. 418–420.
12. Volchuk V.M. *K primeneniyu fraktal'nogo formalizma pri ranzhirovani kriteriyev kachestva mnogoparmetrychnykh tekhnolohiy* [On the Application of Fractal Formalism for Ranging Criteria of Quality of Multiparametric Technologies]. *Metallofizika I novyshnye tekhnologii* [Metal Physics and Advanced Technologies]. 2017, vol. 39, no. 3, pp. 949–957. (in Russian).
13. Bol'shakov V., Volchuk V. and Dubrov Yu. *Fractals and properties of materials*. Saarbrücken : Lambert Academic Publishing, 2016, 140 p.
14. Bol'shakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Fraktaly v materialovedenii* [Fractals in materials]. Dnipropetrovsk : PSACEA, 2005, 253 p. (in Russian).
15. Bol'shakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Organizatsiya fraktal'nogo modelirovaniya* [Organization of fractal modeling]. *Dopovidi Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2018, no. 6, pp. 67–72. (in Russian).
16. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Topologicheskkiye i fraktal'nyye invarianty struktury dlya otsenki kachestva metalla* [Topological and fractal invariants of a structure to assess the quality of a metal]. *Dopovidi Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2017, no. 4, pp. 42–48. (in Russian).
17. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Fraktal'nyy podkhod pri identifikatsii slozhnykh sistem* [Fractal approach to the identification of complex systems]. *Dopovidi Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2017, no. 6, pp. 46–50. (in Russian).
18. Bol'shakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Razrabotka i issledovaniye metoda opredeleniya mekhanicheskikh svoystv metalla na osnove analiza fraktal'noy razmernosti yego mikrostruktury* [Development and study of the method for determining the mechanical properties of a metal based on an analysis of the fractal dimension of its microstructure]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2004, no. 1, pp. 43–54. (in Russian).
19. Volchuk V., Klymenko I., Kroviakov S. and Orešković M. Method of material quality estimation with usage of multifractal formalism. *Tehnički glasnik – Technical Journal*, 2018, vol. 12, no. 2, pp. 93–97.
20. Volchuk V.M. *Opredeleniye chuvstvitel'nosti mul'tifraktal'nykh kharakteristik metalla* [Determining the sensitivity of the multifractal characteristics of metals]. *Visnyk Prydniprov'skoyi derzhavnoyi akademiyi budivnytstva ta arkhitektury* [Bulletin of Prydniprov'ska State Academy of Civil Engineering and Architecture]. 2015, no. 12, pp. 10–14. (in Russian).
21. Bol'shakov V.I., Dubrov Yu.I., Kryulin F.V. and Volchuk V.N. *Sposib vyznachennya fraktal'noyi rozmirnosti zobrazhennya* [Method for Determining the Dimensionality of Images]. Patent product no. 51439A, UA. MPK 7 G06K9/00, bulletin no. 11, 2002. (in Ukrainian).
22. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Osobennosti primeneniya mul'tifraktal'nogo formalizma v materialovedenii* [Features of the multifractal formalism in materials]. *Dopovidi Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2008, no. 11, pp. 99–107. (in Russian).
23. Volchuk V.M. *O vybore masshtaba izobrazheniya struktury dlya yeye mul'tifraktal'nogo analiza* [Selection of scale of picture of structure for its multifractal analysis]. *Visnyk Prydniprov'skoyi derzhavnoyi akademiyi budivnytstva ta arkhitektury* [Bulletin of Prydniprov'ska State Academy of Civil Engineering and Architecture]. 2015, no. 11, pp. 38–41. (in Russian).
24. Volchuk V.N. *K voprosu o primeneni teorii mul'tifraktalov dlya otsenki mekhanicheskikh svoystv metalla* [On the application of the theory of multifractals for the evaluation of the mechanical properties of a metal]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2014, no. 3, pp. 12–19. (in Russian).
25. Bol'shakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Osnovy organizatsii fraktal'nogo modelirovaniya* [Fundamentals of fractal modeling]. Kyiv, Ukraine : PH «Akademperiodyka» National Academy of Sciences of Ukraine, 2017, 170 p. (in Russian).
26. Bol'shakov V., Volchuk V. and Dubrov Yu. *Puti primeneniya teorii fraktalov* [Ways of applying the theory of fractals]. Saarbrücken : Palmarium Academic Publishing, 2016, 146 p. (in Russian).

Поступила в редколлегию 07.08.2018.

Принята к печати 05.09.2018