

УДК 519.21

DOI: 10.30838/J.PMNTM.2413.250918.20.394

ПРИМЕНЕНИЕ КОНЦЕПЦИИ МУЛЬТИФРАКТАЛОВ ДЛЯ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА НИЗКОЛЕГИРОВАННОЙ СТАЛИ

ВОЛЧУК В. Н. *, д. т. н., доц.

* Кафедра материаловедения и обработки материалов, Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днипро, Украина, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: volchuky@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-7199-192X

Аннотация. Актуальность работы. Контроль качества выпускаемой металлопродукции осуществляется с применением как прямых испытаний, так и неразрушающих методов контроля. В работе предлагается использовать мультифрактальный подход при анализе структуры для прогноза критериев качества низколегированной стали. **Материал и методика.** В качестве материала для исследований выбрана низколегированная сталь с феррито-перлитной структурой. Сталь подвергалась термической обработке: нагрев до 920°C и времени выдержки в течении 300 сек. Охлаждение образцов до температуры 500°C проводилось с различным временем. **Результаты и их обсуждение.** В работе использованы следующие параметры: размерность Хаусдорфа-Безиковича D_0 , однородность f , вычисленная при показателе степени $q = -100$ и 100 , коэффициенты размерности элементов структуры с наиболее плотной упаковкой D_{-100} и наиболее разреженной D_{100} . Установлены зависимости мультифрактальных характеристик перлита и феррита от твердости и времени охлаждения образцов. Отмечается снижение показателей твердости HV при повышении размерностных оценок структуры феррита и перлита, что обусловлено возрастанием времени охлаждения металла до 500°C с 29 до 93 000 сек. **Выводы.** На основании мультифрактального анализа феррито-перлитной структуры низколегированной стали проведена оценка показателей ее твердости в зависимости от времени охлаждения.

Ключевые слова: структура; твердость; фрактальная размерность; мультифрактал; прогноз; низколегированная сталь

ЗАСТОСУВАННЯ КОНЦЕПЦІЇ МУЛЬТИФРАКТАЛІВ ДЛЯ КОНТРОЛЮ ЯКОСТІ НИЗКОЛЕГОВАНОЇ СТАЛІ

ВОЛЧУК В. М. *, д. т. н., доц.

* Кафедра металознавства та обробки матеріалів, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: volchuky@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-7199-192X

Анотація. Актуальність роботи. Контроль якості металлопродукції, що випускається, здійснюється із застосуванням як прямих випробувань, так і неруйнівних методів контролю. У роботі пропонується використовувати мультифрактальний підхід при аналізі структури для прогнозу критеріїв якості низьколегованої сталі. **Матеріал і методика.** В якості матеріалу для досліджень обрано низьколеговану сталь з ферито-перлітною структурою. Сталь піддавалася термічній обробці: нагрів до 920°C та часу витримки протягом 300 сек. Охолодження зразків до температури 500°C проводилося з різним часом. **Результати та їх обговорення.** В роботі використані наступні параметри: розмірність Хаусдорфа-Безиковича D_0 , однорідність f , обчислена при показнику ступеня $q = -100$ і 100 , коефіцієнти розмірності елементів структури з найбільш щільною упаковкою D_{-100} і найбільш розрідженій D_{100} . Встановлено залежності мультифрактального характеристик перліту та фериту від твердості і часу охолодження зразків. Відзначається зниження показників твердості HV при підвищенні оцінок розмірності структури фериту і перліту, що обумовлено зростанням часу охолодження металу до 500°C з 29 до 93 000 сек. **Висновки.** На підставі мультифрактального аналізу ферито-перлітної структури низьколегованої сталі проведена оцінка показників її твердості в залежності від часу охолодження.

Ключові слова: структура; твердість; фрактальна розмірність; мультифрактал; прогноз; низьколегована сталь

APPLICATION OF THE CONCEPT OF MULTIFRACTAL TO CONTROL THE QUALITY OF LOW-ALLOY STEEL

VOLCHUK V.M. *, Dr. Sc. (Tech.), Ass. Prof.

* Department of Materials Science and Materials Processing, State Higher Education Institution “Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture”, 24-a, Chernyshevskoho St., Dnipro 49600, Ukraine, tel. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: volchuky@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-7199-192X

Abstract. Relevance of the work. The quality control of manufactured metal products is carried out using both direct tests and non-destructive testing methods. It is proposed to use a multifractal approach in the analysis of the structure to predict the quality criteria for low-alloyed steel. **Material and methods.** Low-alloy steel with a ferritic-pearlitic structure was chosen as a material for research. Steel was subjected to heat treatment: heating to 920 °C and holding time for 300 sec. The samples were cooled to a temperature of 500 °C with different times. **Results and discussion.** The following parameters were used: the dimension of Hausdorff-Bezikovitch D_0 , the homogeneity of f calculated with the exponent $q = -100$ and 100, the coefficients of variation of the dimension of the elements of the structure with the most dense packing D_{-100} and the most rarefied D_{100} . The dependences of the multifractal characteristics of perlite and ferrite on the hardness and cooling time of the samples are established. There is a decrease in the hardness values of HV with an increase in the dimensional estimates of the structure of ferrite and pearlite, which is due to the increase in the cooling time of the metal to 500 °C from 29 to 93 000 sec. **Conclusions.** Based on the multifractal analysis of the ferritic-pearlitic structure of low-alloy steel, its hardness indicators were evaluated as a function of cooling time.

Keywords: structure; hardness; fractal dimension; multifractal; forecast; low alloy steel

Актуальность работы

Структура материала предопределяет его свойства, поэтому установление связи между ними является на сегодняшний день одной из основных задач материаловедения [1–3]. Трудности, которые стоят на этом пути, обусловлены недостаточным количеством теоретических моделей, позволяющим оценить свойства по известным параметрам структуры с высокой точностью, а также неадекватностью данных, получаемых при лабораторных испытаниях [4–6]. Развитие современных неразрушающих методов контроля в значительной мере связано с прогрессом в области новейших научных разработок и компьютерных технологий. Это дает возможность использовать последние достижения науки не только для объяснения природы формирования тех или иных свойств материалов, в частности металлов и сплавов, а также разрабатывать новые режимы технологических операций и устанавливать многочисленные взаимосвязи между элементами структуры и механическими свойствами [7–10].

Особенно актуально эта задача стоит при изучении структуры и свойств малоуглеродистых низколегированных сталей, которые успешно применяются в качестве изделий ответственного назначения во многих отраслях народного хозяйства [11]. С помощью термической и термомеханической обработок повышают комплекс механических свойств данных сталей. Вследствие вышеуказанных технологических операций стали претерпевают структурные превращения. Многообразие структурных форм различной геометрической конфигурации и сложность взаимного расположения элементов структуры создают трудности при выборе инструментария для их количественной оценки [12; 13]. Этими аспектами определяется актуальность данной работы.

Привлечение теории мультифракталов в создании новых неразрушающих методов контроля для оценки механических свойств металла на основе оценки элементов структуры со сложной конфигурацией,

которым евклидова геометрия полагает целочисленную оценку, является перспективным направлением современного материаловедения [14; 15]. Поэтому, наряду с традиционными геометрическими (балл, диаметр, площадь сечения зерна и т.п.) и статистическими (число микрочастиц на единице площади шлифа и т.п.) характеристиками, которые служат критерием оценки структуры многих сталей и чугунов, в работах различных авторов указывается на перспективность применения в этих целях спектров размерностных оценок [16; 17].

В представленной работе, с привлечением концепции мультифракталов, разработан метод неразрушающего контроля для прогноза механических свойств малоуглеродистой низколегированной стали после термообработки.

Материал и методика

Для исследований выбрана малоуглеродистая низколегированная сталь [18] со следующим химическим составом (% от массы): C – 0,115 %; Si – 0,29 %; Mn – 0,39 %; P – 0,012 %; Cr – 0,12 %; S – 0,026 %, Cu – 0,215 %. Термообработка образцов проводилась при постоянной температуре 920 °C и времени выдержки в течении 300 сек. Охлаждение образцов до температуры 500 °C проводилось с различным временем. Феррито-перлитная структура стали и режимы охлаждения с 920 °C до 500 °C приведены на рисунке 1.

На рисунке 1 а представлена структура, где содержится 12 % перлита и 88 % феррита. При этом микроструктура зерна феррита шестого балла, в некоторых местах – четвертого. Охлаждение образца велось в течении 93 000 сек (~ 26 ч) до температуры 500 °C. На рисунке 1 б приведена структура ферритных зерен и области перлита: 88 % феррита и 12 % перлита, где зерна седьмого и шестого балла. Охлаждение проводилось в течении 8 000 сек до 500 °C. На рисунке 1 в приведена структура зерен феррита, где 88 % феррита и 12 % перлита. При этом зерна феррита седьмого, шестого балла. Охлаждение

проводилось в течение 920 сек до 500 °С. На рис.1 *г* приведена структура, которая является неоднородной. Как видно из фотоснимка, кроме мелкозернистого феррита с небольшими областями перлита, встречаются феррит и перлит, образующие видманштеттову структуру: 83 % феррита и 17 % перлита. В мелкозернистой части

зерно девятого балла. Охлаждение проводилось в течении 29 сек до температуры 500 °С. На рисунке 1 *д* показана микроструктура, где 85 % феррита и 15 % перлита, есть небольшие области с бейнитной структурой. Охлаждение проводилось в течении 63 сек до 500 °С.

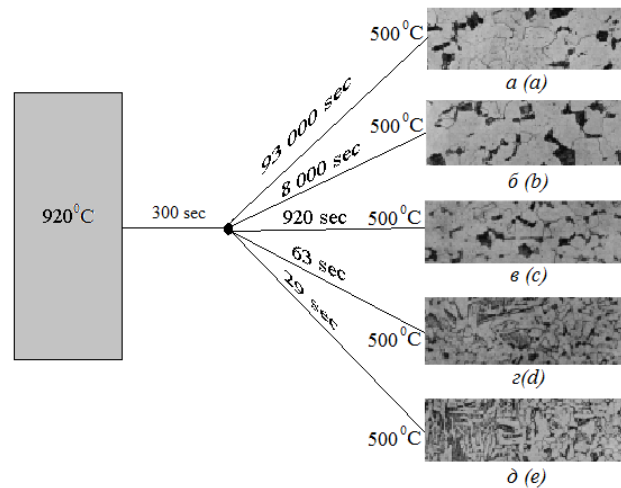


Рис. 1. Микроструктура стали (×200) и время охлаждения /
Fig. 1. Microstructure of steel (×200) and cooling time

Для количественной регистрации структурных изменений, происходящих в процессе термообработки, использовали теорию мультифракталов [19], которая позволяет исследовать распределение различных характеристик (физических, геометрических, механических, химических свойств) объекта исходя из общего понятия меры. Построение меры заключается в разбиении пространства, охватывающего изучаемый объект (носитель меры), при помощи геометрических фигур с целочисленной евклидовой размерностью: квадратов, кубиков или окружностей с заданным размером. Авторами использовалось геометрическое построение меры, которое основано на аппроксимации линейных и ареальных элементов структуры, к которым относятся ансамбли зерен, межфазные и внутрифазные границы и бейнит, квадратными ячейками. При этом размерность Хаусдорфа-Безиковича D_0 (клеточная размерность [20]) определялась на основе билогарифмической зависимости количества ячеек $N(\delta)$, покрывших исследуемый объект, от линейного размера ячейки δ :

$$D_0 = -\lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln N(\delta)}{\ln \delta}. \quad (1)$$

Достоверность рассмотренного клеточного метода вычисления размерности подтверждается его широким практическим применением во многих областях естественных наук [21 и др.]. Он позволяет без больших временных затрат вычислить размерность любого природного объекта с различной геометрической сложностью его элементов, что

актуально при количественной оценке реальной структуры металлов и сплавов на различных масштабных уровнях. Это связано с тем, что многие материальные объекты обладают фрактальной природой в области промежуточной асимптотики, когда их поверхность уже негладкая, но еще далека от межатомных размеров [22]. Для мультифрактальной параметризации цифровых фотоснимков структуры введена статистическая сумма $\sum_{i=1}^N p_i^q$, составленная из вложенных друг в друга фрактальных множеств переменной размерности, где показатель степени q может принимать любые значения в диапазоне от $-\infty$ до $+\infty$. С ее применением для каждого фотоснимка были вычислены два основных мультифрактальных спектра: Реньи $D(q)$ и фрактальных $f(\alpha)$ размерностей [19; 23]. Спектр Реньи представляет собой набор размерностей, каждая из которых имеет свой физический смысл и вводится соотношением:

$$D(q) = \frac{1}{q-1} \cdot \lim_{\delta \rightarrow \infty} \frac{\ln \sum_{i=1}^N p_i^q}{\ln \delta}, \quad (2)$$

где δ – ячейка, являющаяся единичным элементом квадратной сетки, которой покрывают исследуемый объект для вычисления его размерности; p_i – представляет собой вероятность попадания точки (пикселя для ЭВМ), находящейся на исследуемом объекте, в i -ю ячейку квадратной сетки с размером δ . Спектр фрактальных размерностей $f(\alpha)$, представляет

собой набор хаусдорфовых размерностей однородных подмножеств (элементов структуры) исходного множества (структуры), которые дают наибольший вклад в статистическую сумму при заданных значениях q , и определялся через соотношение Лежандра:

$$f(\alpha) = q \cdot \alpha - \tau(q) = q \cdot \frac{d\tau}{dq} - \tau(q), \quad (3)$$

где α – показатель Гельдера, который является постоянной величиной для истинных фракталов, для которых он совпадает с их фрактальной

размерностью, $\tau(q) = -\lim_{\delta \rightarrow \infty} \frac{\ln \sum_{i=1}^N p_i^q}{\ln \delta}$ – плотность заселенности ячеек элементами структуры одного цвета.

Результаты и их обсуждение

В работе были использованы следующие параметры: размерность Хаусдорфа-Безиковича D_0 , однородность f , вычисленная при показателе степени q равном -100 и 100 , коэффициенты изменения размерности элементов структуры с наиболее плотной упаковкой D_{-100} и наиболее разреженной D_{100} : $\Delta D = |D_{-100} - D_{100}|$. Размерность D_0 выводится чисто из геометрических соображений, и ее

вычисление различными методами для физических систем обычно приводит к одинаковым результатам. В физическом смысле она отображает компактность заполнения пространства исследуемым объектом и извилистость его границ. Во многих прикладных работах, к примеру [24–27], показана корреляция между механическими свойствами и спектром размерностей элементов структуры металлов, а также границами зерен. Параметры находились из спектра размерностей Реньи (рис. 2 а). Однородность $f(\alpha)$ несет статистическую информацию об исследуемом объекте. Она выступает не в виде традиционной качественной характеристики внешнего вида структурных составляющих, а описывает равномерное распределение их единичных элементов (точек) по разбитым областям, когда геометрически одинаковые элементы фрактального множества заполнены точками с равной вероятностью. В терминах металловедения она описывает локальную дефектность элементов структуры. Геометрически параметр f определялся по отклонению левой или правой частей спектра $f(\alpha)$ от нуля. Отклонение левой части спектра от нуля (рис. 2 б) определяет однородность наиболее густо заселенных ячеек, занятых темными единичными элементами структуры, например, перлитом, а отклонение правой части – однородность наименее заселенных (светлых) ячеек – ферритом.

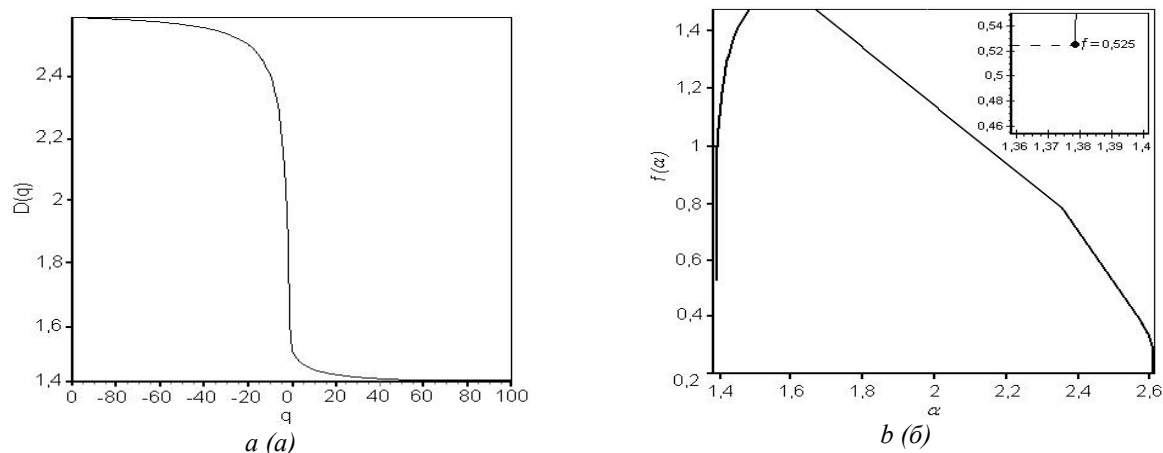


Рис. 2. Мультифрактальные спектры: Реньи (а) и хаусдорфовых размерностей $f(\alpha)$ (б), вычисленные для перлита на рисунке 1 в / Fig. 2. Multifractals spectra: Renyi (a) and Hausdorff dimensions $f(\alpha)$ (b), calculated for perlite in figure 1 c

В результате обработки экспериментальных данных были построены графики зависимости элементов структуры, выраженных через мультифрактальные характеристики D_0 , $D_{-100} - D_{100}$ и $f(\alpha)$, от времени охлаждения τ и твердости HV .

Отмечается снижение показателей твердости при повышении фрактальной размерности перлита (рис. 3 а) и феррита (рис. 3 б), что, в данном случае, обусловлено возрастанием времени охлаждения металла до 500°C с 29 сек до 93 000 сек. Как

известно, перлитное превращение происходит по диффузионному механизму, и при возрастании времени охлаждения металла элементы структуры стали будут иметь более правильную геометрическую форму, чем при быстром охлаждении. Это, в свою очередь, приводит к возрастанию компактности заполнения пространства исследуемой фазой на плоскости шлифа, и как следствие – приводит к повышению фрактальной размерности до 2.

Показатели *регулярности* $AD = |D_{-100} - D_{100}|$ перлита (рис. 3 в) и феррита (рис. 3 з) также возрастают при повышении времени охлаждения металла с 920 °С до 500 °С. С физической точки зрения показатель *регулярности* характеризует меру нарушения симметрии конфигурации структуры или степень неравносности системы. Чем выше его

численные показатели, тем больше содержание в структуре периодических составляющих (повторяющихся структурных элементов одной фазы) и тем более она упорядочена, что подтверждается возрастанием времени охлаждения стали с 29 сек до 93 000 сек.

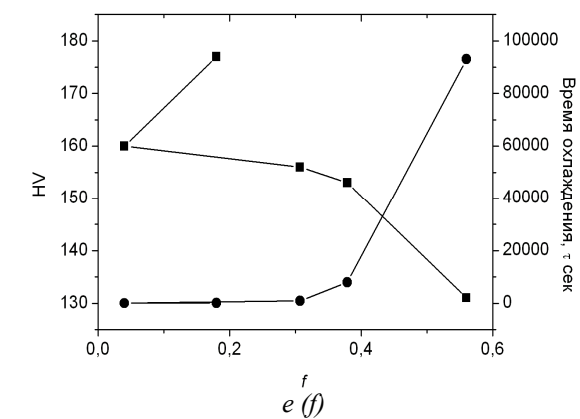
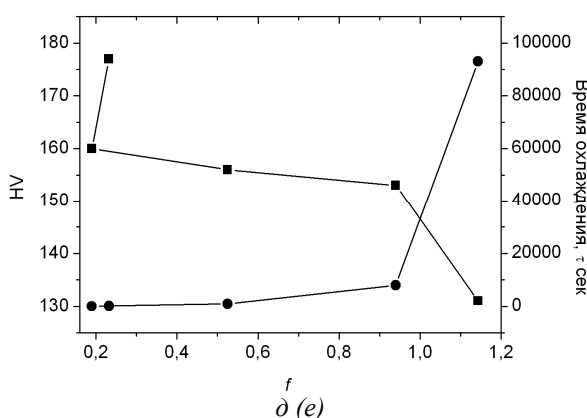
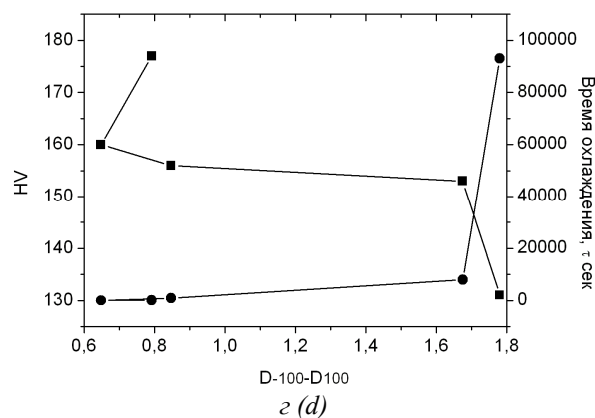
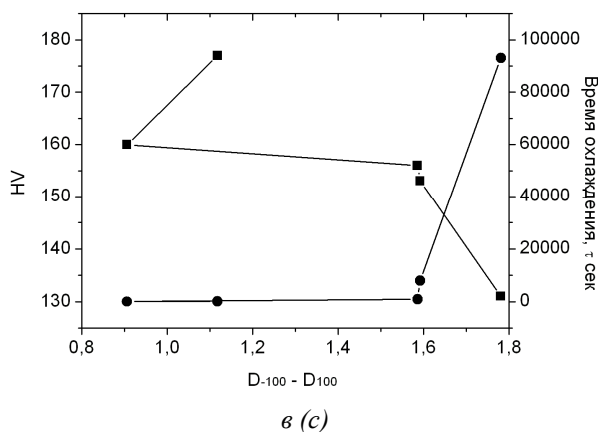
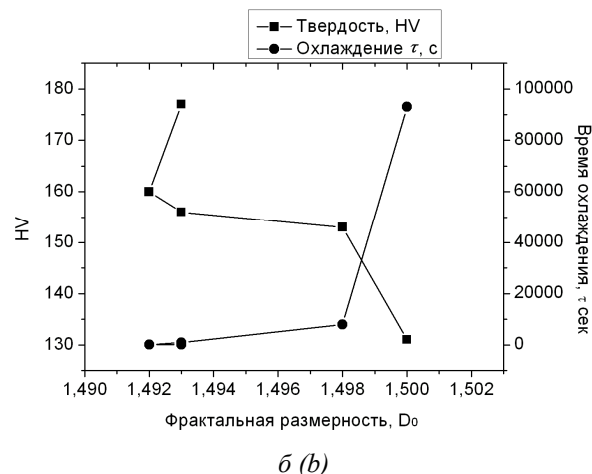
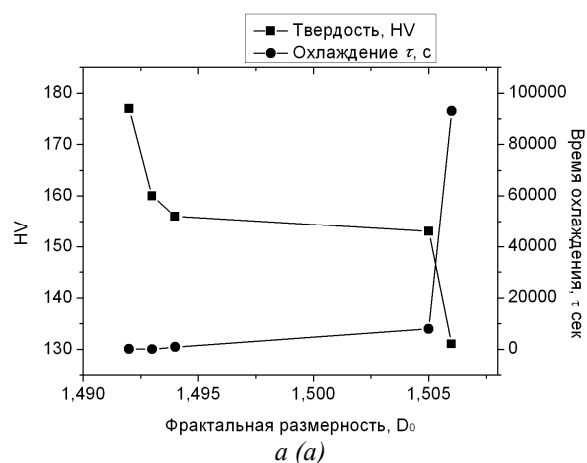


Рис. 3. Зависимость мультифрактальных характеристик перлита (а, в, д) и феррита (б, з, е) от твердости и времени охлаждения образцов / Fig. 3. Dependence of multifractal characteristics of perlite (a, c, e) and ferrite (b, d, f) on the hardness and cooling time of the samples

Однородность $f(\alpha)$ перлита (рис. 3 д) и феррита (рис. 3 е) также чувствительна к режимам

термической обработки металла. Ее показатели, вместе с показателями фрактальной размерности и

регулярности, также возрастают при повышении времени охлаждения металла. Замедление времени охлаждения стали способствует более равномерному распределению атомов железа и углерода благодаря диффузионным процессам, и приводит к возрастанию показателей размерностной однородности как перлита, так и феррита.

Выводы

Показатели фрактальной размерности D_0 , регулярности $D_{100} - D_{100}$ и однородности $f(\alpha)$

повышаются при возрастании времени охлаждения исследуемой малоуглеродистой низколегированной стали от 29 сек до 93 000 сек в интервале температур 920...500 °С. Полученные результаты свидетельствуют о чувствительности мультифрактальных оценок структуры к изменению режимов термической обработки, что можно использовать для прогноза критериев качества сталей данного класса.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Ferrous materials: Steel and Cast Iron : monograph / [H. Berns, W. Theisen]. – Berlin Heidelberg : Springer, 2008. – 418 p.
2. Большаков Вад. І. Системний аналіз технології виробництва масивного металевого лиття / Вад. І. Большаков, В. І. Большаков, В. М. Волчук, Ю. І. Дубров // Вісник НАН України. – 2015. – № 9. – С. 69–73. – Режим доступу : <http://dx.doi.org/10.15407/visn2015.09.069>
3. Пути идентификации периодических многокритериальных технологий : монография / [Ю. Дубров, В. Большаков, В. Волчук]. – Saarbrücken : Palmarium Academic Publishing, 2015. – 236 с. – Режим доступа : <https://www.palmarium-publishing.ru/extern/listprojects>
4. Салтыков С. А. Стереометрическая металлография : монография / С. А. Салтыков. – Москва : Металлургия, 1976. – 270 с.
5. Большаков В. И. Идентификация многопараметрических, многокритериальных технологий и пути их практической реализации / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Металлознавство та термічна обробка металів. – 2013. – № 4. – С. 5–11.
6. Большаков В. И. О прогнозировании качества целевого продукта в периодических технологиях / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Доповіді НАН України. – 2014. – № 11. – С. 77–81. – Режим доступа : <https://doi.org/10.15407/dopovidi2014.11.0771>
7. Большаков В. И. К определению метрики объекта идентификации / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Металлознавство та термічна обробка металів. – 2016. – № 4. – С. 10–14. – Режим доступа : <http://mtom.pgasa.dp.ua/article/view/10-14/85306>
8. Большаков В. И. О применении имитационного моделирования в материаловедении / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Металлознавство та термічна обробка металів. – 2015. – № 4. – С. 26–31. – Режим доступа : <http://mtom.pgasa.dp.ua/article/view/26-31>
9. Большаков В. И. Применение теоретико-информационного подхода для идентификации структуры металла / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – 2014. – № 8. – С. 4–9. – Режим доступа : <http://visnyk.pgasa.dp.ua/article/view/4134>
10. Большаков В. И. К определению класса металла / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Металлознавство та термічна обробка металів. – 2016. – № 1. – С. 26–31. – Режим доступа : <http://mtom.pgasa.dp.ua/article/view/24-31/62203>
11. Большаков В. И. Субструктурное упрочнение конструкционных сталей : монография / В. И. Большаков. – Торонто : Базилиан Пресс, 1998. – 316 с.
12. Zhuravel' I. M. Measurement of the mean grain size in a metal by using fractal dimensions / I. M. Zhuravel', L. M. Svirs'ka // Materials Science. – 2010. – Vol. 46. – № 3. – Pp. 418–420.
13. Fractals and properties of materials : monograph / [V. Bol'shakov, V. Volchuk, Yu. Dubrov]. – Saarbrücken : Lambert Academic Publishing, 2016. – 140 p. – Режим доступа : <https://www.lap-publishing.com/catalog/details/store/tr/book/978-3-330-01812-9/fractals-and-properties-of-materials?search=Fractals>
14. Volchuk V. Method of material quality estimation with usage of multifractal formalism / V. Volchuk, I. Klymenko, S. Kroviakov, M. Orešković // Tehnički glasnik – Technical Journal. – 2018. – Vol. 12. – № 2. – Pp. 93–97. – Режим доступа : <https://hrcak.srce.hr/202359>
15. Основы организации фрактального моделирования : монография / [В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров]. – Киев : Академперіодика НАН України, 2017. – 170 с.
16. Волчук В. Н. К вопросу о применении теории мультифракталов для оценки механических свойств металла / В. Н. Волчук // Металлознавство та термічна обробка металів. – 2014. – № 3. – С. 12–19. – Режим доступа : <http://mtom.pgasa.dp.ua/article/view/12-19>
17. Большаков В. И. Исследование микроструктурной однородности стали У8 с применением мультифрактального анализа / В. И. Большаков, В. Н. Волчук // Металлознавство та термічна обробка металів. – 2010. – № 4. – С. 31–38.
18. Металлография железа. Том 2. Структура сталей / Под ред. академика Ф. Н. Тавадзе – Москва : Металлургия, 1972. – 284 с.
19. Rényi A. Probability Theory / A. Rényi A. – Amsterdam : North-Holland, 1970. – 670 p.
20. Hausdorff G. Dimension and auberes / G. Hausdorff // Mab. Math. Ann. – 1919. – Vol. 79. – Pp. 157–179. – Режим доступа : <http://gdz.sub.uni-goettingen.de/dms/load/img/?PID=GDZPPN002266989>
21. Mandelbrot B. B. The Fractal Geometry of Nature : monograph / B. B. Mandelbrot. – New-York, San Francisco : Freeman, 1982. – 480 p. – Режим доступа : <http://www.amazon.com/Fractal-Geometry-Nature-Benoit-Mandelbrot/dp/0716711869>
22. Зельдович Я. Б. Фракталы, подобие, промежуточная асимптотика / Я. Б. Зельдович, Д. Д. Соколов // Успехи физических наук. – 1985. – Т. 146. – № 7. – С. 493–506. – Режим доступа : <https://ufn.ru/ru/articles/1985/7/d/>

23. Большаков В. И. Особенности применения мультифрактального формализма в материаловедении / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Доповіді НАН України. – 2008. – № 11. – С. 99–107. – Режим доступу : <http://www.dopovidi.nas.gov.ua/2008-11/08-11-17.pdf>
24. Большаков В. И. Материаловедческие аспекты применения вейвлетно-мультифрактального подхода для оценки структуры и свойств малоуглеродистой стали / В. И. Большаков, В. Н. Волчук // Металлофизика и новейшие технологии. – 2011. – Т. 33. – № 3. – С. 347–360.
25. Пути применения теории фракталов: монография / [В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров]. – Saarbrücken : Palmarium Academic Publishing, 2016. – 146 с. – Режим доступу : <https://www.palmarium-publishing.ru/extern/listprojects>
26. Волчук В. Н. Определение чувствительности мультифрактальных характеристик металла / В. Н. Волчук // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – 2015. – № 12. – С. 10–14. – Режим доступу : <http://visnyk.pgasa.dp.ua/article/view/58941>
27. Фракталы в материаловедении : учебное пособие / [В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров]. – Днепропетровск: ПГАСА, 2006. – 253 с.

REFERENCES

1. Berns H. and Theisen W. Ferrous materials: Steel and Cast Iron. Berlin Heidelberg : Springer, 2008, 418 p.
2. Bol'shakov Vad.I., Bol'shakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Systemnyy analiz tekhnolohiyi vyrobnystva masyvnogo metalevoho lyttya* [System analysis techniques of producing solid metal castings]. *Visnyk Natsional'noyi akademiyi nauk Ukrayiny* [Bulletin of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2015, no. 9, pp. 69–73. (in Ukrainian).
3. Dubrov Yu., Bolshakov V. and Volchuk V. *Puti identifikatsii periodicheskikh mnogokriterial'nykh tekhnologiy* [Road periodic identification of multi-criteria Technology]. Saarbrücken : Palmarium Academic Publishing, 2015, 236 p. (in Russian).
4. Saltykov S.A. *Stereometricheskaya metallografiya* [Stereometric metallography]. Moscow : Metallurgiya, 1976, 270 p. (in Russian).
5. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Identifikatsiya mnogoparametricheskikh, mnogokriterial'nykh tekhnologiy i puti ikh prakticheskoy realizatsii* [Multiparameter identification, multicriteria techniques and ways of their implementation]. *Metaloznnavstvo ta termichna obrobka metaliv* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2013, no. 4, pp. 5–11. (in Russian).
6. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *O prognozirovanii kachestva tselevogo produkta v periodicheskikh tekhnologiyakh* [Predicting the quality of a desired product in periodic technologies]. *Dopovidi Natsionalnoi akademii nauk Ukrayiny* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2014, no. 11, pp. 77–81. (in Russian).
7. Bol'shakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *K opredeleniyu metriki ob'yekta identifikatsii* [To the definition of the identity metric]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2016, no. 4, pp. 10–14. (in Russian).
8. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *O primenenii imitatsionnogo modelirovaniya v materialovedenii* [The application simulated modelling in materials science]. *Metaloznnavstvo ta termichna obrobka metaliv* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2015, no. 4, pp. 26–31. (in Russian).
9. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Primeneniye teoretiko-informatsionnogo podkhoda dlya identifikatsii struktury metalla* [The use of information-theoretic approach to identify the structure of the metal]. *Visnyk Prydniprovskoyi derzhavnoyi akademiyi budivnytstva ta arkhitektury* [Bulletin of Prydniprov'ska State Academy of Civil Engineering and Architecture]. 2014, no. 8, pp. 4–9. (in Russian).
10. Bol'shakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *K opredeleniyu klassa metalla* [To the definition of a class of metal]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2016, no. 1, pp. 26–31. (in Russian).
11. Bol'shakov V.I. *Substrukturnoye uprochneniye konstruksionnykh staley* [Substructural strengthening of structural steels]. Toronto : Bazilian Press, 1998, 316 p. (in Russian).
12. Zhuravel' I. M. and Svirsk'ka L. M. Measurement of the mean grain size in a metal by using fractal dimensions. *Materials Science*, 2015, vol. 46, no 3, pp. 418–420.
13. Bol'shakov V., Volchuk V. and Dubrov Yu. *Fractals and properties of materials*. Saarbrücken : Lambert Academic Publishing, 2016, 140 p.
14. Volchuk V., Klymenko I., Kroviakov S. and Orešković M. Method of material quality estimation with usage of multifractal formalism. *Tehnički glasnik – Technical Journal*, 2018, vol. 12, no. 2, pp. 93–97.
15. Bol'shakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Osnovy organizatsii fraktal'nogo modelirovaniya* [Fundamentals of fractal modeling]. Kyiv, Ukraine : PH “Akademperiodyka” National Academy of Sciences of Ukraine, 2017, 170 p. (in Russian).
16. Volchuk V.N. *K voprosu o primenenii teorii mul'tifraktalov dlya otsenki mekhanicheskikh svoystv metalla* [On the application of the theory of multifractals for the evaluation of the mechanical properties of a metal]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2014, no. 3, pp. 12–19. (in Russian).
17. Bolshakov V.I. and Volchuk V.N. *Issledovaniye mikrostrukturnoy odnorodnosti stali U8 s primeneniym mul'tifraktal'nogo analiza* [Investigation of the microstructural uniformity of U8 steel with the use of multifractal analysis]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2010, no. 4, pp. 31–38. (in Russian).
18. *Metallografiya zheleza* [Iron metallography]. Vol. 2. *Struktura staley* [The structure of steel]. Ed. Academician F.N. Tavadze. Moscow : Metallurgy, 1972, 284 p. (in Russian).
19. Rényi A. *Probability Theory*. Amsterdam : North-Holland, 1970, 670 p.
20. Hausdorff G. Dimension und auheres Mab. *Math. Ann.* 1919, vol. 79, pp. 157–179. (in Germany).
21. Mandelbrot B.B. *The Fractal Geometry of Nature*. New-York, San Francisco : Freeman, 1982, 480 p.
22. Zel'dovich Ya.B. and Sokolov D.D. *Fraktali, podobie, promezhutochnaya asimptotika* [Fractals, similarity, intermediate asymptotics]. *Physics-Uspekhi* (Advances in Physical Sciences). 1985, vol. 28, no. 7, pp. 608–616. (in Russian).

23. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Osobennosti primeneniya mul'tifraktal'nogo formalizma v materialovedenii* [Features of the multifractal formalism in materials]. *Dopovidi Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2008, no. 11, pp. 99–107. (in Russian).
24. Bolshakov V.I. and Volchuk V.N. *Materialovedcheskiye aspekty primeneniya veyvletno-mul'tifraktal'nogo podkhoda dlya otsenki struktury i svoystv malouglerodistoy stali* [Material science aspects of the use of wavelet and multifractal approach for assessing of the structure and properties of low-carbon steel]. *Metallofizika i noveyskiye tekhnologii* [Metal Physics and Advanced Technologies]. 2011, vol. 33, no. 3, pp. 347–360. (in Russian).
25. Bol'shakov V., Volchuk V. and Dubrov Yu. *Puti primeneniya teorii fraktalov* [Ways of applying the theory of fractals]. Saarbrücken : Palmarium Academic Publishing, 2016, 146 p. (in Russian).
26. Volchuk V.M. *Opredeleniye chuvstvitel'nosti mul'tifraktal'nykh kharakteristik metalla* [Determining the sensitivity of the multifractal characteristics of metals]. *Visnyk Prydniprov's'koyi derzhavnoyi akademiyi budivnytstva ta arkhitektury* [Bulletin of Prydniprov's'ka State Academy of Civil Engineering and Architecture]. 2015, no. 12, pp. 10–14. (in Russian).
27. Bol'shakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Fraktaly v materialovedenii* [Fractals in materials]. Dnipropetrovsk : PSACEA, 2005, 253 p. (in Russian).

Поступила в редакцию 03.09.2018

Принята к печати 10.09.2018