



# РОЗРАХУНОК ПЛОСКИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ РАМ З УРАХУВАННЯМ ФАКТОРУ ЧАСУ

УДК 624.012:624.046

## АВТОРИ

**БАМБУРА А.М.**, д-р техн. наук, завідувач відділу Державного підприємства «Державний науково-дослідний інститут будівельних конструкцій»

**БОЛОТОВ О.Ю.**, мол. наук. співроб. Державного підприємства «Державний науково-дослідний інститут будівельних конструкцій»

## АНОТАЦІЯ

*Наведена методика розрахунку плоских залізобетонних рам деформаційним методом зі змінною жорсткістю перерізу з урахуванням фактору часу. Результати роботи можуть бути використані при розрахунку багатопверхових рамних конструкцій з симетричним та косиметричним навантаженням.*

*The method of calculating flat reinforced concrete frames through a deformation method with variable stiffness section, taking into account the time factor is presented. The results can be used in the calculation of multistory frame structures with symmetrical and antisymmetrical load.*

## КЛЮЧОВІ СЛОВА

розрахунок залізобетонних рам, фактор часу, деформаційний метод, змінна жорсткість

На сучасному етапі розвитку методів розрахунку рамних залізобетонних конструкцій пріоритетним є розрахунок статично невизначених рамних систем з урахуванням тривалої дії навантаження на основі нелінійних діаграм деформування бетону.

Мета роботи - розробка методики розрахунку плоских залізобетонних рам деформаційним методом зі змінною жорсткістю перерізу з урахуванням фактору часу.

В задачі роботи входять: визначення значень приведених кутів повороту вузлів стержнів рами, функціональної залежності коефіцієнтів системи канонічних рівнянь методу переміщень від приведених кутів повороту вузлів стержнів рами та розширення алгоритму розв'язання системи нелінійних рівнянь рівноваги залізобетонного розрахункового перерізу за деформаційним методом для врахування фактору часу при розрахунку плоских рам зі змінною жорсткістю.

Метод розрахунку плоских залізобетонних рамних конструкцій з урахуванням тривалості дії навантаження можна розділити на три етапи. Перший етап - це безпосередній розрахунок статично невизначеної задачі методом переміщень і визначення зусиль в плоскій залізобетонній рамі. Другий - це розрахунок перерізу елемента за деформаційним методом з використанням повної діаграми деформування бетону "σ-ε" з урахуванням тривалої дії навантажень. Третій - вирішення задачі в нелінійній постановці ітераційним методом з коригуванням змінних жорсткостей в перерізах ригелів та стійок із забезпеченням заданої точності результату.

Визначення зусиль в рамних конструкціях за класичним методом переміщень передбачає собою визначення вузлових зусиль в окремих стержнях в незалежності один від одного. Існують різні методи розрахунку стержневих систем зі змінною жорсткістю по довжині [1, 4], що мають свої переваги та недоліки. Проте, подібні методи не реалізують принцип врахування чинника часу на основі повних діа-



грам деформації бетону в нелінійній постановці.

З теорії розрахунку балок [1, 4] відомо, що загальний інтеграл диференційного рівняння вигнутої осі стержня без урахування поперечних і поздовжніх деформацій, а також зміни довжин стержнів (зважаючи на їх малу величину) для рамних конструкцій, з достатньою для практики точністю може бути описаний рівнянням:

$$Y = Y_0 + Q_0 z - \int \int_0^z \frac{M_x(z)}{EI_x(z)} dz dz. \quad (1)$$

Якщо позначити символом  $EJ_x$  жорсткість будь-якого перерізу за довжиною стержня, наприклад, при  $z=0$  і ввести позначення:

$$k(z) = \frac{EI_x^0}{EI_x(z)}, \quad (2)$$

тоді приведений момент в перерізі  $M_x^0$  буде дорівнювати:

$$M_x^0 = M_x(z) \frac{EJ_x^0}{EJ_x(z)} = k(z) M_x(z). \quad (3)$$

Таким чином, балка змінної жорсткості приводиться до балки постійної жорсткості з деяким приведеним моментом  $M_x^0$ . Проте, такий підхід до рішення задачі використовує усереднену кривизну балки і дає похибку в результатах в порівнянні з фактичними значеннями зусиль. Ця похибка збільшується при довготривалій дії навантаження.

Крім того, залежність (1) справедлива тільки в межах дії закону Гука. Тому розрахунок стержнів з урахуванням змінної жорсткості повинен виконуватись в малих проміжках часу  $\Delta t$  з подальшим виконанням ітераційного процесу з визначенням нових значень кривизни стержнів та жорсткостей окремих ділянок стержнів. Від кількості ділянок, на які розбиваються стержні, також залежить точність розрахунку.

Існує інший підхід вирішення вказаної задачі з досягненням високої точності результатів. Так, наприклад, в роботах Голишева О.Б., Бамбури А.М. і Жданова О.Е. [2, 3] розроблено аналітичне рішення нерозрізних статично невизначених балок із залежностями переміщень вузлів від кривизни кожної  $i$ -ї ділянки балки, а також встановлено, що мінімально необхідна кількість ділянок балки повинна бути не менш п'яти.

В роботах [2, 3] приведено аналітичні залежності переміщень вузлів від кривизни кожної  $i$ -ї ділянки статично невизначеної нерозрізної балки (4) - (5), що можемо поширити на варіант розрахунку плоских рам з жорстким сполученням стержнів (рис. 1) і жорстким з'єднанням на опорних вузлах:

■ при врахуванні впливу деформацій правого крайнього вузла :

$$\frac{Y_k - Y_{n+1}}{l} + \frac{1}{6n^2} \{ l(3n-1)\chi_{n+1} + \chi_k l + 6 \sum_{j=2}^n [(n+1)-j] \chi_j l \} = 0; \quad (4)$$

■ при врахуванні впливу деформацій лівого крайнього вузла :

$$\frac{Y_{n+1} - Y_k}{l} + \frac{1}{6n^2} \{ l(3n-1)\chi_k + \chi_{n+1} l + 6 \sum_{j=2}^n (n+1-j) \chi_j l \} = 0; \quad (5)$$

де:  $i$  - номер вузла ділянки стержня;  $y_k$  - переміщення  $k$ -го (лівого) вузла ділянки стержня;  $y_{n+1}$  - перемі-

щення  $n+1$ -го (крайнього, правого) вузла ділянки стержня;  $n$  - кількість ділянок, на які розбивається стержень;  $\chi_i$  - кривизна  $i$ -ї ділянки стержня.

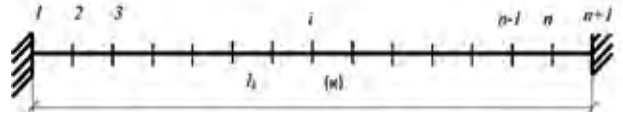


Рис.1. Схема розбивки стержня з індексацією вузлів.

Зусилля в кожному  $i$ -у перерізі стержня відповідно до [3] визначаються за формулою:

$$M_i = \frac{M_1[(n+1)-i] + M_{n+1}(i-1)}{n} + M_i^0, \quad (6)$$

де  $M_i^0$  - додаткові завантаження на опорах стержня.

Враховуючи, що  $M_i = \chi_i B_i$ , отримуємо варіанти рішення відносно впливу правого та лівого крайнього вузла стержня відповідно:

$$\chi_i = \frac{M_1[(n+1)-i] + M_{n+1}(i-1)}{nB_i} + \frac{M_i^0}{B_i}; \quad (7)$$

$$\chi_i = \frac{M_{n+1}[(n+1)-i] + M_1(i-1)}{nB_i} + \frac{M_i^0}{B_i}; \quad (8)$$

Підставивши вирази (7) та (8) в рівняння (4) та (5), отримуємо значення кривизни у будь-якому проміжному вузлі стержня.

В основній системі нерозрізної балки під дією заданого навантаження і опорних моментів кожний проліт балки деформується незалежно один від одного. Оскільки, в початковій статично невизначеній системі кожна пара перерізів балок ділянок  $n$  і  $n+1$  являє собою єдиний переріз, то при спільній роботі суміжних ділянок балок повинна виконуватись умова спільності деформацій, тобто на опорі  $n$  кут повороту перерізу ділянки  $n$  від навантаження на цій ділянці дорівнює куту повороту перерізу на ділянці  $n+1$  від завантаження ділянки  $n+1$  (рис. 2) [4].

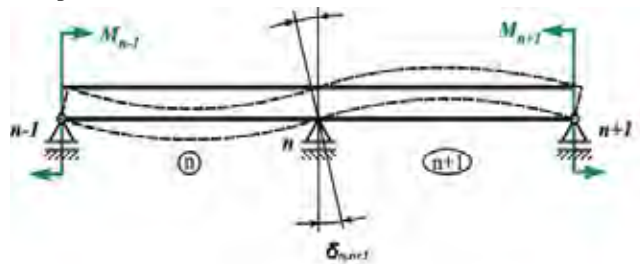


Рис.2. Схема деформації суміжних пролітів нерозрізної балки від дії опорних моментів.

Визначення кутів повороту перерізу виконують за методом Мора:

$$\delta_{aa} = \sum \int \frac{\overline{M}_a \overline{M}_a}{EI} dx, \quad (9)$$

$$\delta_{bb} = \sum \int \frac{\overline{M}_b \overline{M}_b}{EI} dx, \quad (10)$$



$$\delta_{ab} = \delta_{ba} = \sum \int \frac{M_a M_b}{EI} dx. \quad (11)$$

Залежності кутів повороту перерізу в прольоті  $n$  від моменту  $M_{n-1}$  і в прольоті  $n+1$  від моменту  $M_n$ , за умови рівності цих моментів одиниці, визначатимуться за виразами [1]:

$$\delta_{nn} = \frac{1}{EI} \cdot \frac{l_n}{2} \cdot \frac{l_n}{3} = \frac{l_n^3}{6EI}, \quad (12)$$

$$\delta_{nn} = \frac{1}{EI} \cdot \frac{l_n}{2} \cdot \frac{l_n}{3} = \frac{l_n^3}{3EI}. \quad (13)$$

Тоді сумарна величина кута повороту перерізу на опорі  $n$  дорівнює:

$$\delta_{nn} = \frac{l_n}{6EI} + \frac{l_n}{3EI}. \quad (14)$$

Аналогічно можна записати рівняння для кута повороту на опорі  $n$ , розглядаючи проліт  $n+1$  і для інших опор. Оскільки, при визначенні  $\delta_{(n,n)}$  і  $\delta_{(n,n+1)}$  одиничні моменти у вибраних системах спрямовані в протилежні сторони, то знак величин у формулі зберігаємо, а інший знак слід змінити на протилежний при підстановці в рівняння.

У загальному випадку розрахунок рамних стержнів із розбиттям на ділянки з різними значеннями жорсткостей можна виконати, як і будь-якої статично невизначної системи, методом сил. Основну систему отримуємо введенням в тіло стержнів (ригеля та стійок) шарнірів у вузлах розділення їх на ділянки. Зайвими невідомими будуть згинальні моменти  $M_p, M_2, \dots, M_{n+1}$  у вузлах. При такому варіанті основної системи дія заданого навантаження поширюється тільки на ділянку з прикладеним навантаженням. Вплив її на інші ділянки проявлятиметься тільки у вигляді опорних згинальних моментів  $M_i$  [4].

Розглядаючи рамні стержневі елементи зі змінними жорсткостями на окремих ділянках, слід зазначити відмінність в основній системі в порівнянні з нерозрізними статично невизначними балками, що полягає в тому, що в рамному стержні з розбиттям на ділянки, ми маємо один стержень з проміжними вузлами, в які раніше ми ввели шарніри. При цьому будуть відсутні проміжні опори у вузлах розрізання стержнів.

Приймаючи, що в перерізах окремих ділянок стержнів діють одиничні моменти, знаходимо коефіцієнти при одиничних моментах, що фактично є одиничними переміщеннями (одиничними кутами повороту) від дії вузлових моментів  $M_i=1$ .

Аналіз значень  $\delta_{aa}, \delta_{bb}$  і  $\delta_{ab}$  для вузлів окремих ділянок і стержня в цілому, призводить до висновку, що вони можуть бути виражені у вигляді функції довжини стержня ( $l$ ), кількості ділянок стержня ( $n$ ) і жорсткостей окремих ділянок стержня ( $Bi$ ).

Значення одиничних кутів повороту у вузлах стержнів рами  $\delta_{aa}, \delta_{bb}, \delta_{ab}$ ; з урахуванням змінної жорсткості визначаються досить громіздкими виразами, що складаються з  $n$  додатків (за кількістю ділянок ділення стержнів рам). Проте, аналіз цих виразів дозволив визначити значення приведених кутів повороту як функцію від кількості ділянок, на які розділяється стержень рами, кількості ділянок

або номера додатку у формулі і номера ділянки :

$$\delta_{aa} = \frac{l}{3ni^2} \left( \sum_n \frac{3j^2 - 3j + 1}{EI_j} \right), \quad (15)$$

$$\delta_{bb} = \frac{l}{3ni^2} \left( \sum_n \frac{3j^2 - 3j + 1}{EI_j} \right), \quad (16)$$

$$\delta_{ab} = -\frac{l}{6ni^2} \left( \sum_n \frac{1}{EI_j} + \frac{[3(1+2(j-1))i - 2(3j^2 - 3j + 1)]}{EI_j} \right), \quad (17)$$

де  $n$  - кількість ділянок, на які розділяється стержень рами (у нашому випадку - 10);  $i$  - кількість ділянок;  $j$  - номер ділянки;  $l$  - довжина стержня рами;  $EI_j$  - жорсткість  $j$ -ї ділянки стержня рами.

Значення приведених одиничних переміщень (кутів повороту) на проміжних ділянках стержня  $\delta_{aa}, \delta_{bb}$  і  $\delta_{ab}$  використовуються для виведення законмірностей підрахунку їх величини і значення приведених одиничних кутів повороту для лівого і правого опорного перерізу стержня рами за формулами (15), (16), (17).

Розглянемо варіант розрахунку методом переміщень одноповерхової плоскої, симетричної, однопролітної рами при жорсткому закріпленні стійок і жорстких вузлах з'єднання ригеля та стійок.

Відомо, що цей метод розрахунку є менш трудомістким через скорочення кількості невідомих. Крім того, при його використанні епюри згинальних моментів від одиничних невідомих і зовнішнього навантаження будуються за відомою методикою для однопролітних статично невизначених балок, а коефіцієнти при невідомих і вільні члени канонічних рівнянь визначаються за допомогою рівнянь статки, що набагато простіше, ніж в методі сил.

На основну систему методу переміщень накладаються відповідні умови, в яких приймається рівність нулю реакцій в додаткових зв'язках від спільної дії усіх невідомих переміщень і зовнішніх навантажень. Оскільки в заданій системі цих додаткових зв'язків немає, то реакцій в них також немає. Таким чином, ставиться завдання підібрати такі значення невідомих переміщень, при яких реактивні зусилля в додаткових зв'язках від заданих навантажень будуть дорівнювати нулю, оскільки додаткові зв'язки в початковій системі відсутні.

Вказані умови записують у вигляді канонічних рівнянь методу переміщень:

$$\begin{cases} r_{11}X_1 + r_{12}X_2 + \dots + r_{1n}X_n + \Delta_{1-p} = 0 \\ r_{21}X_1 + r_{22}X_2 + \dots + r_{2n}X_n + \Delta_{2-p} = 0 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ r_{n1}X_1 + r_{n2}X_2 + \dots + r_{nn}X_n + \Delta_{np} = 0. \end{cases} \quad (18)$$

де:  $r_{1i}$  - реакція в 1-му зв'язку від одиничного зміщення 1-го зв'язку;  $r_{in}$  - реакція в  $i$ -му зв'язку від одиничного зміщення  $n$ -го зв'язку;  $X_i \dots X_n$  - дійсне (шукане) зміщення  $i$ -го ( $n$ -го) зв'язку.

Відомо, що коефіцієнти в рівняннях методу переміщень  $r_{ip}, r_{jp}, r_{ij}$  дорівнюють зусиллям від одиничних зміщень. Для варіанту плоскої рами це будуть моменти. Невідомими для симетричної рами з жорсткими вузлами будуть зміщення верхніх жорстких вузлів (кути повороту)  $X_1$  і  $X_2$ .



Використовуючи отримані результати для рамних стержнів змінної жорсткості з розв'язком по методу сил (15-17), що для розрахунку рам слід визначати окремо для стійок і ригеля, маємо відомими одиничні зміщення вузлів стержнів.

Визначення реактивних зусиль  $r_{ik}$  і  $R_{ip}$  виконуємо з умов статички по епіюрах внутрішніх зусиль в основній системі методу сил від одиничних переміщень додаткових зв'язків і від дії зовнішніх навантажень.

Розглядаючи стержні рами із завантаженнями опорних вузлів одиничними моментами, ми можемо скласти систему 2-х рівнянь за методом сил, з якої за методом Крамера знайдемо невідомі - внутрішні зусилля в затиснених вузлах стержня від одиничних зміщень  $\delta_{aa}$ ;  $\delta_{bb}$ ;  $\delta_{ab}$ :

$$Z_a = \frac{\delta_{aa}}{(\delta_{aa}\delta_{bb} - \delta_{ab}^2)}, \quad (19)$$

$$Z_b = -\frac{\delta_{ab}}{(\delta_{aa}\delta_{bb} - \delta_{ab}^2)}. \quad (20)$$

Розглядаючи цю ж задачу методом переміщень, можемо записати:

$$r_{aa} = \frac{4EI}{l}, \quad (21)$$

$$r_{ab} = \frac{2EI}{l}, \quad (22)$$

Порівнюючи значення внутрішніх зусиль від одиничних зміщень у вузлових перерізах стержнів рами в рівняннях (19 - 22), отримуємо:

$$\frac{4EI}{l} = \frac{\delta_{aa}}{(\delta_{aa}\delta_{bb} - \delta_{ab}^2)}; \quad (23)$$

$$\frac{2EI}{l} = \left| -\frac{\delta_{ab}}{(\delta_{aa}\delta_{bb} - \delta_{ab}^2)} \right|. \quad (24)$$

З рівняння рівноваги лівого верхнього вузла рами:

$$M_{стійка}^{верх} + M_{ригель}^{лів} = 0. \quad (25)$$

Оскільки завдання розрахунку плоскої рами методом переміщень з урахуванням її симетрії і симетричного навантаження на ригель двічі статично невизначене, можемо записати:

$$X_1 = -X_2. \quad (26)$$

Вузлові моменти в рамі з урахуванням (23) визначаються з виразів:

$$M_{стійка}^{верх} = \frac{X_1\delta_{aa}^{стійка}}{(\delta_{aa}^{стійка}\delta_{bb}^{стійка} - \delta_{ab}^{стійка}\delta_{ab}^{стійка})} + M_{стійка}^P; \quad (27)$$

$$M_{стійка}^{ниж} = \frac{X_1\delta_{ab}^{стійка}}{(\delta_{aa}^{стійка}\delta_{bb}^{стійка} - \delta_{ab}^{стійка}\delta_{ab}^{стійка})} + M_{стійка}^P; \quad (28)$$

$$M_{ригель}^{лів.вузел} = \frac{X_1\delta_{ab}^{ригель} - X_2\delta_{ab}^{ригель}}{1/(\delta_{aa}^{ригель}\delta_{bb}^{ригель} - \delta_{ab}^{ригель}\delta_{ab}^{ригель})} + M_{ригель}^P; \quad (29)$$

$$M_{ригель}^{прав.вузел} = \frac{X_2\delta_{bb}^{ригель} - X_1\delta_{ab}^{ригель}}{1/(\delta_{aa}^{ригель}\delta_{bb}^{ригель} - \delta_{ab}^{ригель}\delta_{ab}^{ригель})} + M_{ригель}^P. \quad (30)$$

де невідомі  $X_1$  і  $X_2$  визначаються з системи двох рівнянь (18) з урахуванням залежностей (23) і (24).

Визначення внутрішніх зусиль в проміжних перерізах стержнів рами здійснюватиметься за загально прийнятими правилами рішення задачі методом переміщень.

При розробці аналітичних залежностей плоскої рами були введені наступні граничні умови:

- нехтують поперечними і поздовжніми деформаціями елементів системи при її деформації;
- вважається, що величина кутів в жорстких вузлах в процесі деформації системи не змінюється;
- значення кутів повороту вузлів і перерізів стержнів при деформаціях системи дорівнюють тангенсам цих кутів;

Аналізуючи хід рішення і результати розрахунку плоскої залізобетонної рами зі змінними жорсткостями стержнів методом переміщень на різні види навантажень слід зазначити, що різні варіанти розрахункових параметрів методу переміщень можуть бути визначені простими математичними залежностями, наприклад:

$$\frac{6EI}{l^2} = \frac{3}{l} \left| \frac{\delta_{ab}}{\delta_{aa}\delta_{bb} - \delta_{ab}^2} \right|. \quad (31)$$

Визначивши всі невідомі величини зусиль в рамній конструкції при розрахунку методом переміщень з врахуванням перемінної жорсткості стержнів в момент часу  $\Delta t = 1$ , переходимо до розрахунку перерізу, коли визначимо нові значення кривизни в розрахункових перерізах та величини жорсткості на проміжних ділянках стержнів рами.

Для розрахунку плоскої рами в нелінійній постановці ітераційним методом з коригуванням змінних жорсткостей в перерізах ригеля та стійок використовуємо алгоритм розв'язання системи нелінійних рівнянь рівноваги залізобетонного розрахункового перерізу за деформаційним методом, наведеним в роботі Бамбури А.М., Гурківського О.Б., Безбожної М.С. та Дорогової О.В. [6], але внесемо зміни для можливості врахування фактору часу. Для цього використовуємо методику [5], в якій були задані передумови для модифікованого аналітичного моделювання діаграми деформування бетону з метою врахування довготривалої дії навантаження на основі даних експериментальних та аналітичних досліджень ДП НДІБК. Крім того, враховуємо передумови, що закладені в [2].

Згідно цього діаграма деформування бетону має наступний вигляд. На рис. 3 наведено діаграми деформування бетону при короткочасній та тривалій дії навантаження.

На основі аналізу результатів роботи [5], для інших параметрів діаграми (рис. 3) автор запропонував наступні залежності:

$$\varepsilon_{cl}(t) = \varepsilon_{cl}[1 + \eta(0.18 + 0.2734 \ln(t))]; \quad (32)$$

$$\varepsilon_{cu}(t) = \varepsilon_{cu}[1 + n(0.206 + 0.239 \ln(t))]; \quad (33)$$

$$\beta(t) = \beta + \left( \frac{\varepsilon_{cu}(t) - \varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu}} \right) \left( \frac{0.93 - \beta}{2} \right); \quad (34)$$

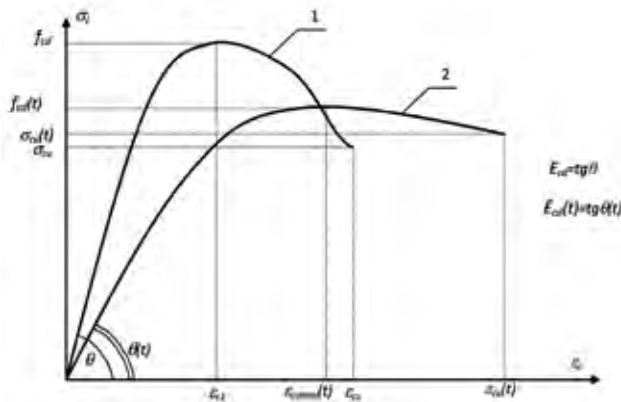


Рис.3. Діаграми деформування бетону при короткочасній (1) та тривалій (2) дії навантаження.

$$f_{cd}(t) = f_{cd}[0.9488 - 0.0166 \ln(t)] \cdot k(\eta, t); \quad (35)$$

$$k(\eta, t) = 1 - 0.152 \ln(t)[1 - 1.4\eta + 0.491\eta^2]. \quad (36)$$

За допомогою залежностей, що описані вище, з'явилась можливість трансформувати алгоритм розв'язання системи нелінійних рівнянь рівноваги залізобетонного розрахункового перерізу за деформаційним методом з урахуванням фактору часу. У відповідності з прийнятими залежностями, рівняння рівноваги внутрішніх та зовнішніх зусиль у нормальному перерізі згинального залізобетонного елемента при довготривалій дії навантаження в загальному виді матимуть вигляд:

$$F(\chi, \varepsilon_{cl}(t)) - N = 0; \quad (37)$$

$$\phi(\chi, \varepsilon_{cl}(t)) - M = 0. \quad (38)$$

де:  $\chi = \frac{\varepsilon_{cl}(t) - \varepsilon_{c2}(t)}{h}$  - кривизна осі перерізу, що згинається при тривалій дії навантаження;  $\varepsilon_{cl}(t)$  - деформація бетону стиснутої фібри;  $N$  та  $M$  - зовнішня нормальна сила та згинальний момент.

Функції  $F(\chi, \varepsilon_{cl}(t))$  та  $\phi(\chi, \varepsilon_{cl}(t))$  для довільного моносиметричного перерізу мають вигляд:

$$F(\chi, \varepsilon_{cl}(t)) = \int_F \sigma_c(t)(x) dF + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si}; \quad (39)$$

$$\phi(\chi, \varepsilon_{cl}(t)) = \int_F \sigma_c(t)(x) x dF + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} z_{si}. \quad (40)$$

При цьому можуть виникнути дві форми рівноваги перерізу, коли напруження розтягу в перерізі не досягають величини  $f_{ctd}$ , або весь перерізу стиснутий, та коли в перерізі є зона "пластичних деформацій" розтягу.

Провівши інтегрування та заміни змінних, функції  $F(\chi, \varepsilon_{cl}(t))$  та  $\phi(\chi, \varepsilon_{cl}(t))$  для першої форми рівноваги приймають вигляд:

$$\frac{bf_{cd}(t)}{\chi} \sum_{i=1}^5 \frac{a_i}{i+1} \left( \frac{\varepsilon_{c(1)}^{i+1}(t) + \varepsilon_{c(2)}^{i+1}(t)}{\varepsilon_{c(1)}(t)} \right) + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} - N = 0; \quad (41)$$

$$\frac{bf_{cd}(t)}{\chi^2} \sum_{i=1}^5 \frac{a_i}{i+2} \left( \frac{\varepsilon_{c(1)}^{i+2}(t) + \varepsilon_{c(2)}^{i+2}(t)}{\varepsilon_{c(1)}(t)} \right) + \quad (42)$$

$$+ \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} (x_1 - z_{si}) - M = 0.$$

Для другої форми рівноваги викладки матимуть наступний вигляд:

$$\frac{bf_{cd}(t)}{\chi} \sum_{i=1}^5 \frac{a_i}{i+1} \gamma^{i+1} + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} - N = 0; \quad (43)$$

$$\frac{bf_{cd}(t)}{\chi^2} \sum_{i=1}^5 \frac{a_i}{i+2} \gamma^{i+2} + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} (x_1 - z_{si}) - M = 0. \quad (44)$$

де:  $\varepsilon_{c(2)}(t)$  - осереднені деформації у розтягнутій фібри бетону;

$$\gamma = \frac{\varepsilon_{c(1)}(t)}{\varepsilon_{c(1)}(t)};$$

$$x_1 = \frac{\varepsilon_{c(1)}(t)}{\chi} - \text{висота стиснутої зони};$$

$$\bar{\chi} = \frac{\chi}{\varepsilon_{c(1)}(t)} - \text{відносна кривизна};$$

$z_{si}$  - відстань  $i$ -го стержня або прошарку арматури від найбільш стиснутої грані перерізу.

Інші позначення наведено на рис. 4.

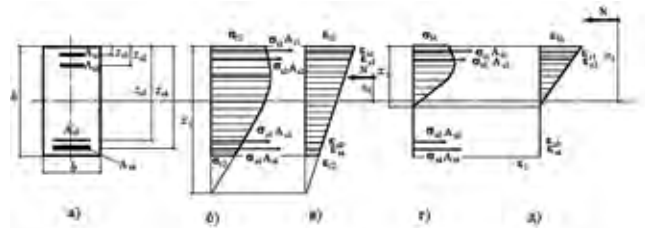


Рис.4. Напружено-деформований стан позакентровано стиснутого елемента:

а - поперечний переріз елемента;

б - еюра напружень при 1-й формі рівноваги;

в - еюра деформацій при 1-й формі рівноваги;

г - еюра напружень при 2-й формі рівноваги;

д - еюра деформацій при 2-й формі рівноваги.

Вирішуючи цей алгоритм методом підбору, ми набуваємо значень точок деформацій, за якими будується діаграма деформування бетону з урахуванням чинника часу.

Вирішивши задачу і отримавши необхідні значення кривизни по діаграмі  $M-\chi$ , можемо визначити значення жорсткостей  $B_i = M_i / \chi_i$  в кожному перерізі, що у свою чергу дає можливість перейти до фінального етапу розрахунків.

Використовуючи цю методику, знаходимо нові значення жорсткостей в усіх перерізах стержневих елементів рами з урахуванням чинника часу. Далі проводимо другий цикл розрахунку рами методом переміщень, використовуючи нові значення жорсткостей.

Процес послідовних наближень носить плавний збіжний характер та ітераційний процес закінчується на кроці  $d+1$ , на якому різниця між результатами розрахунку на цьому і попередньому  $d$ -м кроці



кам виявиться менше заданої величини  $\xi$ , що характеризує точність розрахунку :

$$\frac{\chi_i^{(d+1)} - \chi_i^{(d)}}{\chi_i^{(d)}} \leq \xi. \quad (45)$$

Зазвичай цю величину приймають рівною 0,001. Подібний підхід дозволяє уникнути зайвих перерахунків.

Розроблена методика розрахунку плоских рам з урахуванням фактору часу деформаційним методом зі змінною жорсткістю перерізу дозволила:

- визначити значення приведених кутів повороту вузлів стержнів рами, як функцію від кількості ділянок, на які розбивається стержень рами, кількості ділянок або номера додатку і номера ділянки у формулах (15)-(17);
- встановити функціональну залежність коефіцієнтів системи канонічних рівнянь методу переміщень від приведених кутів повороту вузлів стержнів рами (23)-(24);
- розширити алгоритм розв'язання системи нелінійних рівнянь рівноваги залізобетонного розрахункового перерізу за деформаційним методом для врахування фактору часу при розрахунку плоских рам зі змінною жорсткістю.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Уманский А.А. Справочник проектировщика промышленных, жилых и общественных зданий и сооружений. Расчетно-теоретический / Уманский А.А., 1960 г.
2. Гольшев О.Б. Железобетонные конструкции. Том II / Гольшев О.Б., Бачинский В.Я., Полищук В.П. – К.: Логос, 2003.
3. Бамбура А.М. Метод «трех кривизн» для расчета неразрезных железобетонных балок / Бамбура А.М., Жданов О.С. // Механика і фізика руйнування будівельних матеріалів та конструкцій: збірник наукових праць. - Львів, 2007. - Вип. 7.
4. Гребенников М.Н. Расчет многопролетных неразрезных балок. Уравнение трёх моментов / Гребенников М.Н., Дибир А.Г., Пекельный Н.И. // Министерство образования и науки. Национальный аэрокосмический университет им. Жуковского (ХАИ), 2010.
5. Бамбура А.Н. К построению деформационной теории железобетона стержневых систем на экспериментальной основе / Бамбура А.Н., Гурковский А.Б. // Будівельні конструкції: зб. наук. праць. - К.: ДП НДІБК, 2003. - №59. – С. 121-130.
6. Деформаційна модель та алгоритм визначення напружено-деформованого стану розрахункового перерізу залізобетонних елементів / [Бамбура А.М., Гурківський О.Б., Безбожна М.С., Дорогова О.В.] // Строительство, материаловедение, машиностроение: сб. научн. трудов. - Вып. №50. - Днепропетровск: ПГАСА, 2009.

## REFERENCES

1. Umanskyy A.A. Spravochnik proektirovshhika promyshlennyh, zhilyh i obshhestvennyh zdaniy i sooruzhenij. Raschetno-teoreticheskij. [Projector's guidebook of industrial, residential and public buildings. Calculative and theoretical], 1960.
2. Golyshev O.B., Bachynskyy V.Ya., Polischuk V.P. Zhelezobetonnye konstrukcii. Tom II. [Reinforced concrete structures. Volume II]. – Kiev: Logos, 2003.
3. Babmura A.M., Zhdanov O.S. Metod «tr'oh krivizn» dlja rozrahunku nerozriznih zalizobetonnih balok. Mehanika i fizika rujnuvannja budivel'nih materialiv ta konstrukcij: zbirnik naukovih prac'. [Method of «Three curvatures» for calculation of continuous reinforced concrete beams. Mechanics and physics of fracture of building materials and structures: a collection of scientific studies]. - Lviv, 2007. - Issue 7.
4. Grebennikov M.N., Dibir A.G., Pekelnyy N.I. Raschjot mnogoproljotnyh nerazreznyh balok. Uravnenie trjoh momentov. [Calculation of multispan beams. The equation of three moments]. The Ministry of Education and Science. National Aerospace University named after Zhukovsky (KHAI), 2010.
5. Babmura A.M., Gurkivskyy O.B. K postroeniju deformacionnoj teorii zhelezobetona stержnevyyh sistem na jeksperimental'noj osnove. [Regarding the design of deformation theory of reinforced concrete beam systems on an experimental basis]. Mizhvid. Science and Tech. collection. Building constructions. - K.: NDIBK, 2003. - №59. –pp. 121-130.
6. Babmura A.M., Gurkivskyy O.B., Bezbozhna M.S., Dorogova O.V. Deformacijna model' ta algoritm viznachennja napruzhenodeformovanogo stanu rozrahunkovogo pererizu zalizobetonnih elementiv. [Deformation model and algorithm for determining the stress-strain state of calculation section of reinforced concrete elements]. Construction, materials science, mechanical engineering: Collection of scientific works. Issue №50. – Dnepropetrovsk: PGASA, 2009.