



УДК 691;620.191.33;539.3



ДОРОФЄЄВ В.С.
Д-р техн. наук, проф.,
Одеський національний
морський університет,
м. Одеса, Україна
e-mail: dorvs@ukr.net,
тел.: + 38 (095) 153-51-07,
ORCID: 0000-0002-2412-4134



ЗІНЧЕНКО Г.В.
Аспірантка, Одеська державна
академія будівництва та
архітектури,
м. Одеса, Україна,
e-mail: a-golud6@ukr.net
тел.: + 38 (099) 182-55-14,
ORCID: 0000-0002-0517-0151

АСИМПТОТИЧНИЙ АНАЛІЗ НАПРУЖЕНО- ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ТА ПОЛЯ СУЦІЛЬНОСТІ БІЛЯ ВЕРШИНИ ТРІЩИНИ НОРМАЛЬНОГО ВІДРИВУ В ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТАХ, ЩО ЗГИНАЮТЬСЯ

АНОТАЦІЯ

Прогнозування руйнування відповідальних інженерних систем та елементів конструкцій є важливою практичною проблемою, аналіз якої як в теоретичному, так і в прикладному аспектах має стратегічне значення. Для раціонального проектування залізобетонних конструкцій та їх елементів потрібне вдосконалення методів розрахунку, що спричиняє необхідність детального вивчення властивостей бетону та роботи залізобетонних конструкцій під навантаженням. Так, однією з порівняно нещодавно виявлених особливостей бетону є його пошкодженість технологічними тріщинами.

Предметом дослідження є асимптотичний аналіз полів напруги, деформацій та суцільності в області, що оточує вершину тріщини в зразку, що знаходиться в умовах циклічного навантаження. Дослідження виконано за допомогою методу розкладання за власними функціями. На сьогодні асимптотичні методи широко використовують у сучасній нелінійній динаміці і механіці твердого тіла, що деформується. Асимптотичний аналіз сингулярних полів напруги, деформацій та переміщень поблизу концентраторів напруги викликав і продовжує викликати значний інтерес та привертає увагу багатьох дослідників механіки твердого тіла, що деформується.

Особливості напружено-деформованого стану в області, що оточує вершину тріщини у будівельних конструкціях, визначаються на полімерних моделях методом фотопружності як концентраторах напруги. На підставі методу фотопружності виконано експериментальне дослідження напружено-деформованого стану в області, що оточує вершину тріщини в прозорих моделях із технологічною

тріщиною. Встановлено, що наявність технологічних тріщин в конструкціях значною мірою визначає роботу матеріалів, їх деформації, тріщиноутворення та характер руйнування. У статті приведено асимптотичний аналіз напружено-деформованого стану та поля суцільності біля вершини тріщини нормального відриву в середовищі з пошкодженістю в пов'язаній постановці завдання ("пружність-пошкодженість") для плоского напруженого стану. Представлено опис побудови асимптотичного рішення задачі, що ґрунтується на методі розкладання за власними функціями.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: асимптотичний аналіз, поляризаційно-оптичний метод, циклічне навантаження, пошкодженість, метод розкладання за власними функціями.

ASYMPTOTIC ANALYSIS OF THE STRESS-STRAIN STATE AND CONTINUITY FIELDS AT THE TOP OF A CRACK OF NORMAL BREAK AWAY IN REINFORCED CONCRETE BENDING ELEMENTS

DOROFYEV V.S. Dr, Prof., Odessa National Maritime University,
Odessa, Ukraine
e-mail: dorvs@ukr.net,
tel.: + 38 (095) 153-51-07,
ORCID: 0000-0002-2412-4134

ZINCHENKO H.V. PG student, Odessa State Academy of Building and Architecture,
Odessa, Ukraine
e-mail: a-golud6@ukr.net,
tel.: + 38 (099) 182-55-14,
ORCID: 0000-0002-0517-0151



ABSTRACT

The forecasting of a failure of the responsible engineering systems and construction elements represents an important practical problem, the analysis of which in theoretical, as in applied aspects is paid much attention. For rational design of reinforced concrete constructions and their elements, the improvement of calculation methods that involves the detailed study of concrete properties and the work of reinforced concrete constructions under load is necessary. So, one of the concrete features, having been identified recently is the damage by technological cracks.

The subject of our research is an asymptotic analysis of field stress, deformations and continuity in the limits of a crack top in a pattern, that's in the conditions of cyclical load. The search is done with the help of decomposition method by its own functions. Today asymptotic methods are widely used in modern non-linear dynamics and mechanics of a stressed solid body. Asymptotic analysis of singular fields of stress, deformation and moving near the concentrators of stress has generated and continues to generate the great interest and draws the attention of many researches in the field of mechanics of a stressed solid body.

The features of a stress-strain in the limits of a crack top in building constructions is identified on polymeric models by a method of photoelasticity as concentrators of stress.

On the basis of a photoelasticity method the experimental research of a stress-strain state in the limits of a crack top in clear models with a technological crack is done. It was estimated, that the presence of technological cracks in constructions in significant degree defines behavior of materials, deformations of those, cracks forming and character of damage. The asymptotic analysis of a stress-strain state and the fields of continuity at a crack top of a normal break away in the medium with the damage in a linked task set ("elasticity-damage") for a flat stressed state are presented in the article. The solution of asymptotic task is given based on the eigenfunction expansion method.

KEY WORDS: asymptotic analysis, polarization-optical method, cyclic loading, damaging, eigenfunction expansion method.

ВСТУП

Тріщина починає розвиватися зазделегідь до повного руйнування, вона виникає і навіть розповсюджується до вичерпання конструкцією своєї несучої здатності. Тому володіння законами розповсюдження тріщини нормального відриву та їх використання дозволяє прогнозувати несучу здатність конструкції.

Аналіз досліджень руйнувань показав: а) руйнування в загальному випадку є не критична подія, а фізичний процес зародження, об'єднання і зро-

стання тріщин. Цей процес закінчується втратою стійкості однієї з таких тріщин; б) субмікро - та мікротріщини - звичайний елемент дефектної структури, подібний до дислокацій, а не наслідок недостатньо охайної технології виготовлення матеріалу.

У розрахунках на міцність елементів конструкцій та споруд із тріщинами відправною точкою є дослідження розподілу напруг та деформацій, що виникають у них при дії прикладених навантажень. Особливий інтерес представляє область у безпосередній близькості до вершини тріщини, оскільки саме в ній настає стадія II напружено-деформованого стану.

Для дослідження напруги та переміщень у лінійно пружних тілах нині широке застосування має метод розкладання за власними функціями [1].

Як зазначено в [2], метод розкладання за власними функціями заслуговує, щоб акцентувати на ньому увагу в лінійному випадку. Скористаємося цим методом та проаналізуємо напружено-деформований стан біля вершини тріщини нормального відриву.

АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДЖЕРЕЛ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Нижче розглядається постановка задачі про зростання тріщини в пошкодженому середовищі, що описана кінетичним рівнянням, що була запропонована в роботі [3], де побудовано чисельне рішення системи звичайних диференціальних рівнянь, до якої зводиться побудова асимптотичного рішення проблеми розповсюдження тріщини в середовищі з пошкодженням, що базується на застосуванні метода розкладання за власними функціями. Пізніше результати асимптотичного рішення, що отримано в [3], цитувалися у численних публікаціях. Так у [4], було знайдено уточнене чисельне рішення та аналітичне уявлення механічних полів біля вершини тріщини в середовищі з пошкодженням [5], а також аналітичне рішення нелінійної задачі на власні значення, що походить із проблеми визначення напружено-деформованого стану біля вершини тріщини для випадку плоского деформованого стану [6].

ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ

Використати асимптотичний аналіз для дослідження полів напруги, деформацій та суцільностей в області, що оточує вершину тріщини в залізобетонних елементах, що згинаються, при застосуванні поляризаційно-оптичного методу (методу фотопружності).

ОСНОВНИЙ МАТЕРІАЛ

Особливості напружено-деформованого стану біля вершини тріщини у будівельних конструк-



ціях визначають на полімерних моделях методом фотопружності як концентраторах напруги. Для інтерпретації та розшифровки отриманого експериментально напружено-деформованого стану біля вершини тріщини [7], що утворилася в зоні спільної дії згинального моменту та поперечної сили, в технологічно пошкоджених балках з важкого бетону, в результаті випробування їх на згин, дано асимптотичне рішення задачі про продовження тріщини в умовах циклічного навантаження в пошкодженому середовищі в межах поставленої задачі у зв'язці "пружність-пошкодженість" в умовах плоского напруженого стану.

Як відомо, фотопружність - експериментальний метод аналізу напруги та деформацій, особливо корисний при дослідженні об'єктів складної геометрії та за складних умов навантаження. В деяких випадках теоретичні методи можуть бути трудомісткими або взагалі непридатними, тому при дослідженні просторових завдань, проблем динамічного навантаження, залишкової напруги і непружної поведінки матеріалу, слід надати перевагу експериментальному аналізу [8].

Слід зазначити, що цей метод дозволяє отримати наочну картину розподілу напруги, деформацій та переміщень біля вершини тріщини. Тому він особливо придатний для знаходження слабких місць, концентрацій напруги або складних епіюр напруги, а також для виявлення тріщин і для спостереження за процесами зростання тріщин або розриву.

Розвиток обчислювальної техніки та чисельних методів дещо звузив традиційну сферу застосування поляризаційно-оптичного методу дослідження напруги. Проте він продовжує відігравати важливу роль при рішенні завдань механіки твердого тіла, що деформується, у тому числі в механіці композитів, теорії тріщин, в завданнях пружнов'язкопластичності тощо [9, 10]. З точки зору виміру характеристик напружено-деформованого стану, поляризаційно-оптичний метод дослідження напруги є одним із найбільш

інформативних і точних експериментальних методів механіки твердого тіла, що деформується. З цієї причини він з великим ефектом може бути використаний як засіб верифікації аналітичних, чисельних, а також інших експериментальних методів механіки твердого тіла, що деформується.

Таким чином, метод фотопружності дає можливість отримати картину розподілу максимальних дотичних та напрямів головної напруги в прозорих моделях. Використання додаткових способів обробки отриманих результатів дозволяє визначити усі компоненти нуля напруги.

Вище було відмічено, що важливою сферою застосування методу фотопружності є дослідження напруги і деформацій у виробках із пружних матеріалів, зокрема - у бетоні. Відомо, що бетон включено до номенклатури композиційних будівельних матеріалів. Характер розподілу напружено-деформованого стану, на нашу думку, для всіх композиційних матеріалів однаковий. Метою нашого експерименту було показати принцип роботи будівельних елементів, що згинаються та мають технологічну тріщину.

Тому при проведенні експерименту ми замінили залізобетонні балки зменшеними моделями з епоксидної смоли, що мають таку ж форму (прямокутну), а також високе значення коефіцієнта напруги. Ці зразки використовували для вивчення напружено-деформованого стану поблизу вершини технологічної тріщини.

Відмітимо, що модуль пружності матеріалів із епоксидної смоли близький до модуля пружності залізобетону, тому нині найширше застосовують саме ці оптично активні матеріали.

Проведення експерименту полягало в циклічному випробуванні зразків із епоксидної смоли, розміром 16 см×2,7 см×1,5 см (рис. 1, а). Вивчали розподіл ізохром в області технологічної тріщини, що розташовувалася в середині прольоту зразка. Зразки навантажували на установці в лабораторії кафедри "Виробництво будівельних конструкцій виробів та матеріалів" Одеської

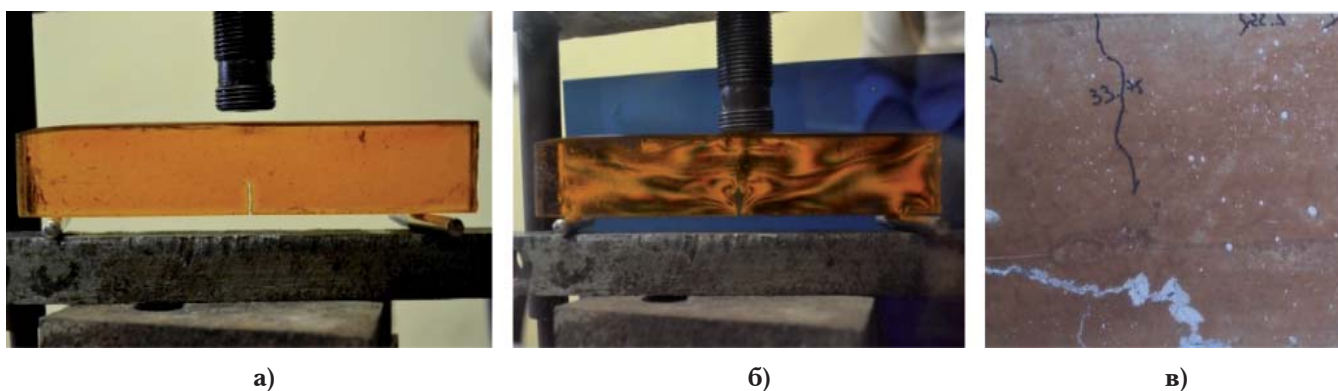


Рис. 1. Випробування зразків: а) зразок-модель із епоксидної смоли до прикладення навантаження; б) розподіл полів напруги у зразку-моделі з епоксидної смоли під навантаженням; в) поширення технологічної тріщини в залізобетонному зразку



державної академії будівництва і архітектури. Розподіл полів напруги в зразку спостерігали при різних навантаженнях: 12, 19, 29, 42 і 55 кгс (рис. 1, б). Аналіз результатів експерименту показує, що при послідовному навантаженні зразка ізохроми з'являються в найбільш навантажених точках і локалізуються біля вершини тріщини. У міру збільшення навантаження смуги утворюються на поверхні виробу та зрушуються в зону з найменшим рівнем напруги (рис. 1, б).

На підставі роботи [11] дамо асимптотичний аналіз для дослідження полів напруги, деформацій та суцільностей біля вершини тріщини в залізобетонних елементах (рис. 1, в), що згинаються, отриманих в результаті випробування моделей із оптично активних елементів за допомогою методу фотопружності.

Приведемо асимптотичне рішення задачі про зростання тріщини в середовищі з пошкодженням (у залізобетонному елементі, що згинається), що ґрунтується на двочленних асимптотичних розкладаннях функції напруги Ері і параметра суцільності біля вершини тріщини в реалізації плоского напруженого стану:

$$\chi(r, \theta) = \sum_{\kappa=0}^{\infty} \alpha_{\kappa} r^{\lambda_{\kappa}+2} f_{\kappa}(\theta), \quad (1)$$

$$\psi(r, \theta) = \sum_{\kappa=0}^{\infty} \beta_{\kappa} r^{\mu_{\kappa}} g_{\kappa}(\theta), \quad (2)$$

де $f_k(\theta)$, $g_k(\theta)$, $k=0,1,\dots$ – кутові розподіли асимптотичних розкладань функції напруги Ері χ та параметра суцільності ψ ; α_k , β_k – масштабні (амплітудні) множники, залежні від геометрії зразка та системи прикладених навантажень; λ_k , μ_k – показники мір асимптотичних розкладань, що підлягають визначенню.

Під дією циклічних навантажень у результаті циклічних пластичних деформацій можуть утворюватися тріщини [12, 13]. Навіть, якщо номінальна напруга набагато нижча межі пружності, локальна напруга внаслідок наявності концентрацій напруги на включеннях або механічних ушкодженнях може бути вища за межу плинності, тобто пластичні деформації утворюються локально.

Відмітимо, що вивчення зростання тріщини та оцінка життєздатності конструкції, в якій може утворитися та рости тріщина, є актуальним завданням сучасної механіки твердого тіла, що деформується [4, 5] та вимагає залучення математично розвинутих методів, здатних привести до аналітичних результатів, до рішень в замкнутій формі.

Нижче описано результат аналітичного рішення задачі про зростання тріщини в пошкодженому середовищі: знайдено аналітичні залежності для кутових розподілів коефіцієнтів асимптотичних розкладань компонент тензора напруги $\sigma_{ij}^{(l)}(\theta)$ та параметра суцільності $g_l(\theta)$.

Ґрунтуючись на класичних гіпотезах континуальної механіки пошкодженості [4, 14], можна прийняти, що накопичення розсіяних ушкоджень описується скалярним параметром ψ , еволюційне рівняння для якого постулювало степений закон накопичення пошкоджень [5]:

$$\frac{d\psi}{dN} = \begin{cases} -c\sigma_e^m \psi^{-n}, & \left(\sigma_e \geq \sigma_{th} \psi^{\gamma} \right) \\ 0, & \left(\sigma_e < \sigma_{th} \psi^{\gamma} \right) \end{cases} \quad (3)$$

де N – число циклів навантаження; c , m , n , γ та σ_{th} – додатні постійні матеріалу, що визначаються експериментально;

$\sigma_e = \sqrt{\sigma_{rr}^2 + \sigma_{\theta\theta}^2 + \sigma_{rr}\sigma_{\theta\theta} + 3\sigma_{r\theta}^2}$ – інтенсивність дотичної напруги у випадку плоского напруженого стану.

У двовірній постановці задачі зручно звернутися до функції напруги Ері, що пов'язана з компонентами тензора напруги співвідношеннями:

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{\partial^2 \chi}{\partial r^2}, \quad \sigma_{rr} = \Delta \chi - \sigma_{\theta\theta}, \quad \sigma_{r\theta} = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \chi}{\partial \theta} \right). \quad (4)$$

Двочленне асимптотичне представлення функції напруги Ері та параметра суцільності в області, що оточує вершину тріщини ($r \rightarrow 0$) (де формується область активного накопичення ушкоджень (рис. 1) і параметр суцільності еволюціонує відповідно до (3)) розшукуються у формі:

$$\chi(r, \theta) = \alpha_0 r^{\lambda_0+2} f_0(\theta) + \alpha_1 r^{\lambda_1+2} f_1(\theta) + \dots, \quad (5)$$

$$\psi(r, \theta) = \beta_0 r^{\mu_0} g_0(\theta) + \beta_1 r^{\mu_1} g_1(\theta) + \dots \quad (6)$$

Двочленні асимптотичні розкладання компонент тензора напруги у безпосередній області, що оточує вершину тріщини, в силу (4) та (5) мають таку структуру (7):

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \alpha_0 r^{\lambda_0} \sigma_{ij}^{(0)}(\theta) + \alpha_1 r^{\lambda_1} \sigma_{ij}^{(1)}(\theta) + \dots \quad (7)$$

Слід зазначити, що останнім часом у механіці руйнування вважається необхідним утримання в асимптотичних розкладаннях вищих наближень, що дають істотний вклад в рішення: залежно від конфігурації зразка, системи прикладених навантажень цей вклад може складати десять відсотків і більше [15-19]. Нині активно розробляються методи визначення коефіцієнтів асимптотичних розкладань (амплітудних множників, залежних від геометрії зразків і системи прикладених навантажень) [19].

Структура асимптотичних розкладань компонент тензора деформацій в області, що оточує вершину тріщини, задається співвідношеннями:



$$\begin{aligned}
 1. \quad \varepsilon_{\theta\theta}(r, \theta) &= \frac{\alpha_0}{E\beta_0} r^{\lambda_0 - \mu_0} \varepsilon_{\theta\theta}^{(0)}(\theta) + \frac{\alpha_1}{E\beta_0} r^{\lambda_1 - \mu_0} \varepsilon_{\theta\theta}^{(1)}(\theta) + \dots, \\
 2. \quad \varepsilon_{rr}(r, \theta) &= \frac{\alpha_0}{E\beta_0} r^{\lambda_0 - \mu_0} \varepsilon_{rr}^{(0)}(\theta) + \frac{\alpha_1}{E\beta_0} r^{\lambda_1 - \mu_0} \varepsilon_{rr}^{(1)}(\theta) + \dots, \\
 3. \quad \varepsilon_{r\theta}(r, \theta) &= \frac{1+\nu}{E} \frac{\alpha_0}{\beta_0} r^{\lambda_0 - \mu_0} \varepsilon_{r\theta}^{(0)}(\theta) + \frac{1+\nu}{E} \frac{\alpha_1}{\beta_0} r^{\lambda_1 - \mu_0} \varepsilon_{r\theta}^{(1)}(\theta) + \dots,
 \end{aligned} \quad (8)$$

де функція $\varepsilon_{ij}^{(k)}(\theta)$, $k=0,1$ визначається формулами:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{\theta\theta}^{(0)}(\theta) &= \left(\sigma_{\theta\theta}^{(0)} - \nu \sigma_{rr}^{(0)} \right) (g_0)^{-1}, \\
 \varepsilon_{rr}^{(0)}(\theta) &= \left(\sigma_{rr}^{(0)} - \nu \sigma_{\theta\theta}^{(0)} \right) (g_0)^{-1}, \\
 \varepsilon_{r\theta}^{(0)}(\theta) &= \sigma_{r\theta}^{(0)} (g_0)^{-1}, \\
 \varepsilon_{\theta\theta}^{(1)}(\theta) &= \frac{\theta_{\theta\theta}^{(1)} - \nu \sigma_{rr}^{(1)}}{g_0} - \frac{g_1}{g_0^2} \left[\sigma_{\theta\theta}^{(0)} - \nu \sigma_{rr}^{(0)} \right], \\
 \varepsilon_{rr}^{(1)}(\theta) &= \frac{\sigma_{rr}^{(1)} - \nu \sigma_{\theta\theta}^{(1)}}{g_0} - \frac{g_1}{g_0^2} \left[\sigma_{rr}^{(0)} - \nu \sigma_{\theta\theta}^{(0)} \right], \\
 \varepsilon_{r\theta}^{(1)} &= \frac{\sigma_{r\theta}^{(1)}}{g_0} - \frac{g_1}{g_0^2} \sigma_{r\theta}^{(0)}.
 \end{aligned} \quad (9)$$

Підстановка (8) в умову спільності деформацій:

$$2 \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \varepsilon_{r\theta}}{\partial \theta} \right) = \frac{\partial^2 \varepsilon_{rr}}{\partial \theta^2} - r \frac{\partial \varepsilon_{r\theta}}{\partial r} + r \frac{\partial^2 (r \varepsilon_{\theta\theta})}{\partial r^2} \quad (10)$$

та виділення коефіцієнтів при однакових степенях r приводять до системи нелінійних звичайних диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned}
 2(1+\nu)(\lambda_0 - \mu_0 + 1) \frac{d\varepsilon_{r\theta}^{(0)}}{d\theta} &= \frac{d^2 \varepsilon_{rr}^{(0)}}{d\theta^2} - \\
 - (\lambda_0 - \mu_0) \varepsilon_{rr}^{(0)} &+ (\lambda_0 - \mu_0 + 1)(\lambda_0 - \mu_0) \varepsilon_{\theta\theta}^{(0)}, \quad (11)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2(1+\nu)(\lambda_1 - \mu_0 + 1) \frac{d\varepsilon_{r\theta}^{(1)}}{d\theta} &= \frac{d^2 \varepsilon_{rr}^{(1)}}{d\theta^2} - \\
 - (\lambda_1 - \mu_0) \varepsilon_{rr}^{(1)} &+ (\lambda_1 - \mu_0 + 1)(\lambda_1 - \mu_0) \varepsilon_{\theta\theta}^{(1)}. \quad (12)
 \end{aligned}$$

Асимптотичний аналіз кінетичного рівняння накопичення ушкоджень (3) дозволить вивести звичайні диференціальні рівняння:

$$g_0' \sin \theta - \mu_0 g_0 \cos \theta = -f_e^m g_0^{-n}, \quad (13)$$

$$g_0' \sin \theta - \mu_1 g_1 \cos \theta = -f_e^m g_0^{-n} \left[\frac{m}{2} \frac{f_1}{f_e^2} - n \frac{g_1}{g_2} \right]. \quad (14)$$

Тому інтерес представляє рішення системи двох нелінійних звичайних диференціальних рівнянь (12), (14) з крайовими умовами:

$$\begin{aligned}
 f_1(\theta=0) &= 0, \quad f_1'''(\theta=0) = 0, \quad g_1'(\theta=0) = 0, \\
 f_1(\theta=\pi) &= 0, \quad f_1'(\theta=\pi) = 0, \quad g_1(\theta=\pi) = 0. \quad (15)
 \end{aligned}$$

Початкові умови яких мають:

$$\begin{aligned}
 f_1(\theta=0) &= A_1, \quad f_1'(\theta=0) = 0, \\
 f_1''(\theta=0) &= A_2, \quad f_1'''(\theta=0) = 0, \quad (16)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 g_1(\theta=0) &= \frac{\mu_0^{1-1/m} f_1(\theta=0)}{2(\mu_1 + n\mu_0) (g_0(\theta=0))^{(n+1)/m}}, \\
 g_1'(\theta=0) &= 0. \quad (17)
 \end{aligned}$$

Згідно з [14] ретельний аналіз системи рівнянь (12) та (14) дозволив знайти аналітичні представлення рішення:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{rr}^{(1)} &= \kappa \cdot \mu_1 \sin^2 \theta (\cos \theta)^{\mu_1}, \\
 \sigma_{\theta\theta}^{(1)} &= \kappa \cdot \mu_1 (\cos \theta)^{\mu_1 + 2}, \\
 \sigma_{r\theta}^{(1)} &= \kappa \cdot \mu_1 \sin \theta (\cos \theta)^{\mu_1 + 1}, \\
 g_1(0) &= \frac{1}{2} \kappa^{m/(n+1)} r^{\mu_1} (\cos \theta)^{\mu_1} \quad \mu_1 = 2\mu. \quad (19)
 \end{aligned}$$

Таким чином, описано аналітичні представлення кутових розподілів компонент тензора напруги та параметра суцільності - коефіцієнтів двочленних асимптотичних розкладань функції напруги Ері біля вершини зростаючої тріщини нормального відриву для залізобетонних елементів, що згинаються.

ВИСНОВКИ

У роботі розглянуто асимптотичний аналіз напружено-деформованого стану та поля суцільності, отриманого за допомогою методу фотопружності, біля вершини тріщини нормального відриву в залізобетонному елементі (у середовищі з пошкодженнями), що згинається, в пов'язаній постановці задачі (зв'язка "пружність - пошкодження") в припущенні плоского напруженого стану та оцінку взаємного впливу процесу накопичення розсіяних ушкоджень та еволюції напружено-деформованого стану поблизу вершини тріщини. Описано аналітичні представлення кутових розподілів компонент тензора напруги та параметра суцільності - коефіцієнтів двочленних асимптотичних розкладань функції напруги



Ері біля вершини зростаючої тріщини нормального відриву для залізобетонних елементів, що згинаються.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Williams M. L. On the stress distribution at the base of a stationary crack. *Trans. ASME. J. Appl. Mech.* – 1975. – Vol. 24. – P. 109-114.
2. Астафьев В. А. Нелинейная механика разрушения / В. А. Астафьев, Ю. Н. Радаев, Л. В. Степанова. – Самара : Самарский ун-т, 2004. – 54 с.
3. Zhao J., Zhao X. The asymptotic study of fatigue crack growth based on damage mechanics // *Eng. Fracture Mechanics.* – 1995. – Vol. 50. – № 1. – P. 131-141.
4. Степанова Л. В. Математические методы механики разрушения / Л. В. Степанова. – Самара : Самарский ун-т, 2006. – 336 с.
5. Степанова Л. В. Уточненный расчет напряженно-деформированного состояния у вершины трещины в условиях циклического нагружения / Л. В. Степанова // Самара: Вестн. Самарского государственного ун-та, 2011. – № 2 (83). – С. 105-115.
6. Адылина Е. М. О нелинейной задаче на собственные значения, следующей из анализа напряжений у вершины усталостной трещины / Е. М. Адылина, С. А. Игонин, Л. В. Степанова // Самара: Вестн. Самарского государственного ун-та, 2012. – № 3/1(94). – С. 83-102.
7. Дорофеев В. С. Исследование изгибаемых элементов конструкций из мелкозернистого известкового бетона при воздействии поперечных сил : автореф. дис. на соискание ученой степени канд. техн. наук : 05.23.01 «Строительные конструкции, здания и сооружения» / Дорофеев Виталий Степанович. – Одесса, 1972. – 18 с.
8. Ayatollahi M.R., Nejati M. Experimental evaluation of stress field around the sharp notches using photoelasticity. *Materials and Design.* – 2011. – № 32. – P. 561-569.
9. Wei R. P. *Fracture Mechanics. Integration of Mechanics, Materials Science and Chemistry.* – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2014. – 232 p.
10. Биргер Х. Фотоупругость / Х. Биргер // Экспериментальная механика: сб. научных трудов: [под ред. А. Кобаяси]. – Кн. 1. – М.: Мир, 1990. – С. 195-327.
11. Игонин С. А. Асимптотика полей напряжений и сплошности у вершины усталостной трещины в поврежденной среде в условиях плоского напряженного состояния / С. А. Игонин, Л. В. Степанова // Самара:

Вестн. Самарского государственного техн. ун-та. Естественная серия, 2013. – № 9/2 (110). – С. 97-108.

12. Wood W. A. Recent observations on fatigue fracture in metals. *ASTM STP.* – 1958. – Vol. 237. – P. 110 – 121.
13. Tetelman A. S., MacEvily A. J. *Fracture of structural materials.* – N. Y.: John Wiley, 1967. – 697 p.
14. Murakami S. *Continuum Damage Mechanics. A Continuum Mechanics Approach to the Analysis of Damage and Fracture.* — Dordrecht : Springer, 2012. – 423 p.
15. Hello G., Tahar M. B., Roelandt J. M. Analytical determination of coefficients in crack-tip stress expansions for a finite crack in an infinite plane medium. *Intern. J. of Solids and Structures.* – 2012. – Vol. 49. – P. 556–566.
16. Ayatollahi M. R., Dehgany M., Nejati M. Fracture analysis of V-notched components - Effects of first non-singular stress term. *Int. J. of Solids and Structures.* – 2011. – Vol. 48. – P. 1579-1589.
17. Астафьев В. И. Асимптотика напряженно-деформированного состояния в окрестности вершины трещины в условиях ползучести / В. И. Астафьев, С. А. Шестериков, Л. В. Степанова // Самара: Вестн. Самарского государственного ун-та. Спец. выпуск, 1995. – С. 59-64.
18. Степанова Л. В. Анализ собственных значений в задаче о трещине в материале со степенным определяющим законом / Л. В. Степанова // *Журн. вычислительной математики и математической физики.* – М., 2009. – № 8. – С. 1332-1347.
19. Адылина Е. А. О построении многомасштабных моделей неупругого разрушения / Е. А. Адылина, Л. В. Степанова // Самара: Вестн. Самарского государственного ун-та, 2012. – № 9 (100). – С. 70-83.

REFERENCES

1. Williams M. L. On the stress distribution at the base of a stationary crack. *Trans. ASME. J. Appl. Mech.* – 1975. – Vol. 24. – P. 109-114.
2. Astafev V.A., Radaev Yu.N., Stepanova L.V. (2004). *Non-linear damage mechanics, Samara, Samarskiy university, P. 54.*
3. Zhao J., Zhao X. The asymptotic study of fatigue crack growth based on damage mechanics // *Eng. Fracture Mechanics.* – 1995. – Vol. 50. – № 1. – P. 131-141.
4. Stepanova L.V. (2006). *Mechanical methods of damage mechanics, Samara, Samarskiy university, P. 336.*



5. Stepanova L.V. (2011). Refined calculation of a stressed-deformed state at a crack top in the conditions of cyclical load. Bull. of Samara State University. No. 83. Pp. 105–115.
6. Adylina E.M, Igonin S.A., Stepanova L.V. (2012). About non-linear task on its own meanings, following from the analysis of stress at the top of a fatigue crack. Bull. of Samara State University. No. 3/1(94). Pp. 83-102.
7. Dorofeyev V.S. (1972). The research of bended elements of constructions from fine-grained lime concrete while the influence of forces. PhD thesis in Engineering Science. Odessa State Academy of construction and architecture. Odessa.
8. Ayatollahi M.R., Nejati M. Experimental evaluation of stress field around the sharp notches using photoelasticity. Materials and Design. – 2011. – № 32. – Pp. 561-569.
9. Wei R. P. Fracture Mechanics. Integration of Mechanics, Materials Science and Chemistry. – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2014. – 232 p.
10. Birger H. (1990). Photoelasticity. Experimental mechanics, collection of research papers. – Book 1. — M.: Mir. Pp. 195-327.
11. Igonin S.A., Stepanova L.V. (2013). Asymptotic of stress fields and continuity at a top of a fatigue crack in damaged medium in conditions of a flat stressed state. Bull. of Samara State University. No. 9/2 (110). Pp. 97–108.
12. Wood W. A. Recent observations on fatigue fracture in metals. ASTM STP. – 1958. – Vol. 237. Pp. 110 – 121.
13. Tetelman A. S., MacEvily A. J. Fracture of structural materials. – N. Y.: John Wiley, 1967. – 697 p.
14. Murakami S. Continuum Damage Mechanics. A Continuum Mechanics Approach to the Analysis of Damage and Fracture. — Dordrecht : Springer, 2012. – 423 p.
15. Hello G., Tahar M. B., Roelandt J. M. Analytical determination of coefficients in crack-tip stress expansions for a finite crack in an infinite plane medium. Intern. J. of Solids and Structures. – 2012. – Vol. 49. Pp. 556–566.
16. Ayatollahi M. R., Dehgany M., Nejati M. Fracture analysis of V-notched components - Effects of first non-singular stress term. Int. J. of Solids and Structures. – 2011. – Vol. 48. Pp. 1579-1589.
17. Astafiev V.I., Shesterikov S.A., Stepanova L.V. (1995). Asymptotic of a stressed-deformed state in the limits of a crack top in the conditions of creep. Bull. of Samara State University. Special edition, pp. 59-64.
18. Stepanova L.V. (2009). The analysis of own meanings in a task about a crack in a material with the degree identifying law. Computational Mathematics and Mathematical Physics. No 8, pp. 1332-1347.
19. Adylina E.A., Stepanova L.V. (2012). About the formation of multiscale models of non-elastic damage. Bull. of Samara State University. No 9 (100), pp. 70-83.

Стаття надійшла до редакції 14.08.2017 р.