



УДК 691.553



**ДВОРКІН Л.Й.**

Др технічних наук, проф., зав. каф.,  
Національний університет  
водного господарства та при-  
родокористування,  
м. Рівне, Україна  
e-mail: dvorkin.leonid@gmail.com,  
тел.: +38 (068) 353-33-38,  
ORCID: 0000-0001-8759-6318



**БОРДЮЖЕНКО О.М.**

Канд. технічних наук, доц.,  
Національний університет водно-  
го господарства та природокори-  
стування,  
м. Рівне, Україна  
e-mail: bord@nuwn.edu.ua,  
тел.: +38 (067) 528-73-31,  
ORCID: 0000-0003-3686-5121



**КОВАЛИК І.В.**

Канд. технічних наук,  
ст. викладач, Національний  
університет водного господар-  
ства та природокористування,  
м. Рівне, Україна  
e-mail: i.v.kovalyk@nuwm.edu.ua,  
тел.: +38 (097) 791-27-45,  
ORCID: 0000-0002-2130-5319



**МАРЧУК В.В.**

Канд. технічних наук,  
ст. викладач, Національний  
університет водного gospodar-  
ства та природокористування,  
м. Рівне, Україна  
e-mail: v.v.marchuk@nuwm.edu.ua,  
тел.: +38 (097) 874-11-44,  
ORCID: 0000-0003-0999-0402

## РОЗРАХУНОК СКЛАДУ СУХОЇ БУДІВЕЛЬНОЇ СУМІШІ ЗА КРИТЕРІЄМ МІНІМАЛЬНОЇ ВАРТОСТІ

### АНОТАЦІЯ

У статті наведено результати експериментальних досліджень гіпсо-перлітових штукатурних розчинів на основі сухих будівельних сумішей. Приведено і проаналізовано експериментально-статистичні моделі технологічних та фізико-механічних властивостей розчинових сумішей та розчинів, показано шляхи їх покращення. Розглядається приклад вирішення задачі оптимізації складів гіпсо-перлітової сухої суміші. На основі отриманих даних запропонований розрахунок складу сухої будівельної суміші за критерієм мінімальної вартості.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** сухі будівельні суміші, розрахунок складу, спучений перлітовий пісок, будівельний розчин, міцність, ефір целюлози.

### CALCULATION OF THE CONTENT OF DRY BUILDING MIXTURE DUE TO MINIMUM-COST CRITERION

**DVORKIN L.Y.** Dr, Prof., Head of a chair, National University of Water and Environmental Engineering, Rivne, Ukraine,  
e-mail: dvorkin.leonid@gmail.com,

tel.: +38 (068) 353-33-38,  
ORCID: 0000-0001-8759-6318

**BORDUZHENKO O.M.** PhD, Ass. Prof., National University of Water and Environmental Engineering, Rivne, Ukraine,

e-mail: bord@nuwn.edu.ua,  
tel.: +38 (067) 528-73-31,  
ORCID: 0000-0003-3686-5121

**KOVALYK I.V.** PhD, Sen. Teacher, National University of Water and Environmental Engineering, Rivne, Ukraine,

e-mail: i.v.kovalyk@nuwm.edu.ua,  
tel.: +38 (097) 791-27-45,  
ORCID: 0000-0002-2130-5319

**MARCHUK V.V.** PhD, Sen. Teacher, National University of Water and Environmental Engineering, Rivne, Ukraine,

e-mail: v.v.marchuk@nuwm.edu.ua,  
tel.: +38 (097) 874-11-44,  
ORCID: 0000-0003-0999-0402

### ABSTRACT

Existing design approaches for building mixture composition do not consider the interaction between



the mixture components most often. It decreases the design efficiency and accuracy. The paper deals with the methodology for design of optimal building mixture composition based on minimal cost criterion. Such a methodology can be used for various construction mixtures, including for dry mixtures. The current investigation enables to find the influence of the main factors (water demand, content of the main binder and various fillers and additives) on compressive and flexural strengths of the gypsum-perlite mixture mortar. The study has also enabled to obtain corresponding mathematical models of mortar properties. Based on the models, a methodology for design of mixture composition is developed and it uses methods of mathematical programming. The proposed methodology allows obtaining optimal building mixture composition taking into account the required properties of mortar and its minimal cost.

Based on the obtained mathematical models, a design method for building mixture composition was proposed. This method allows to take into account the special properties of the investigated materials and to provide an easy optimization of mixture composition according to the given minimum-cost criterion. An additional advantage of the proposed method is a possibility to add a certain number of limitations. It allows to satisfy many quality indexes simultaneously according to the given value.

In the authors' opinion, application of the proposed method in the production of building mixtures enables more efficient use of raw materials and ensure high-quality mortars.

**KEY WORDS:** dry mixture, mortar, optimization, mixture design, minimal cost.

## ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Розвиток виробництва сухих будівельних сумішей (СБС) диктує необхідність виробництва ефективних місцевих сухих сумішей з високими будівельно-технічними характеристиками за доступними для широкого споживача цінами. Цього можна досягти за рахунок раціонального використання сировинної бази, залучення у виробництво відходів промисловості, оптимізації складів і властивостей продукції [1, 2]. У зв'язку з цим необхідний комплексний підхід до проектування СБС, який охоплював би планомірну розробку складів залежно від вибору сировинних компонентів та підтвердженні необхідних якісних показників розчинових сумішей та розчинів. В цьому аспекті перспективними є будівельні матеріали та вироби на основі гіпсових в'язучих. Гіпсові в'язучі речовини і матеріали на їх основі мають ряд переваг у порівнянні з матеріалами на основі портландцементу. В першу чергу, це відсутність усадочних деформацій, швидкий набір міцності, хороші тепло- і звукоізоляційні властивості, достат-

ня вогнестійкість, низька питома витрата палива і енергії (приблизно в 4-5 разів менше в порівнянні з виробництвом цементу) [3]. Крім того, використання гіпсових матеріалів для внутрішнього оздоблення забезпечує сприятливий клімат всередині приміщень за рахунок здатності матеріалу «дихати», легко поглинати і віддавати вологу.

Однак, відсутність ефективної методики проектування складів СБС різного призначення призводить до того, що їх виробництво супроводжується перевитратою вартісних сировинних компонентів або не забезпечує необхідні якісні показники.

## АНАЛІЗ ОСТАННІХ ПУБЛІКАЦІЙ

На сьогоднішній день аналіз, розробка та удосконалення рецептур є питаннями, що цікавлять більшість виробників СБС. Найбільш важливим фактором для оптимізації складів є зменшення витрат вартісних компонентів і зниження собівартості кінцевої продукції. Дуже часто виробники намагаються поліпшити якість суміші за рахунок підвищеної кількості в'язучого або введенням хімічних добавок. Однак, кожна добавка має свій механізм взаємодії з в'язучим, і, як правило, проявляє як позитивні, так і негативні ефекти [4]. При використанні великої кількості добавок відбувається суттєве збільшення собівартості сухої суміші при незначному покращенні її робочих характеристик. Тому важливим питанням є розробка складів СБС на основі гіпсу з максимальним використанням доступних місцевих дешевих сировинних ресурсів і оптимальним вмістом вартісних компонентів різного функціонального призначення.

Для кожного з видів СБС нормується комплекс певних властивостей, який обумовлений особливостями їх експлуатації. Якість СБС в першу чергу визначається їх складом [5, 6].

Підбір складів зазвичай зводиться до мінімізації витрат в'язучого та вартісних добавок за умови забезпечення необхідних фізико-механічних властивостей як розчинових сумішей, так і затверділих розчинів.

Перші приклади розв'язування задач проектування оптимальних складів розчинів на основі СБС наведені в роботах [7-10].

На даний час не розроблена загальна методологія проектування складів СБС. Розробка такої методології ускладнюється відсутністю загальних розрахункових залежностей, які зв'язують властивості суміші з їх речовинним складом. Отримання таких залежностей можливе при використанні методів математичного планування експерименту. Такі методи дозволяють отримати експериментально-статистичні моделі властивостей сумішей і розчинів на їх основі і дозволяють при відповідному аналізі запропонувати найбільш раціональний склад суміші, що забезпечує комплекс нормованих властивостей. Для одержання поліноміальних моделей властивостей застосовують різні типові плани, що дозволя-



ють варіювати досліджувані фактори на двох, трьох і більше рівнях, оптимізуючи число дослідів та інші статистичні параметри [11].

Враховуючи, що до складу СБС входить значна кількість компонентів, вартість яких може бути співставна з вартістю цементу, в якості критерію оптимізації складів СБС може виступати їх загальна вартість за умови забезпечення нормованих властивостей та ряду встановлених обмежень.

**МЕТА РОБОТИ** полягає у розробці методики розрахунку складу СБС за критерієм мінімальної вартості за умови забезпечення необхідних якісних показників.

### МАТЕРІАЛИ І МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕНЬ

В якості вихідних компонентів були використані: гіпсове в'язуче Г-5 Н ІІ ПАТ «Івано-Франківськцемент», спучений перлітовий пісок М100, фракції 0,16...1,25 мм, вапнякове борошно ПрАТ «Гіпсовик» м. Кам'янець-Подільський, вапно гідратне Calmit CL90S, ефір целюлози JoinceL MK70M та ефір крохмалю AMITROLIT 8850. Витрата води визначалась експериментально для забезпечення рухомості суміші 8 см. Виготовлення та випробування зразків проводили згідно ДСТУ Б.В.2.7-126-2011.

Постановку задачі знаходження оптимального складу СБС із заданими показниками якості можна сформулювати наступним чином: знайти значення факторів складу СБС  $x_1... x_n$ , що дозволяють мінімізувати його вартість:

$$V_p = V_1K_1 + V_2K_2 + V_3K_3 + \dots + V_n \cdot K_n \rightarrow \min \quad (1)$$

за умови забезпечення необхідних показників якості розчину

$$\begin{aligned} P_1 &\geq f(x_1, x_2, \dots, x_n); \\ P_2 &\geq f(x_1, x_2, \dots, x_n); \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} P_m &\geq f(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \text{при } x_1 \dots x_n &\in [a \dots b], \end{aligned} \quad (3)$$

де  $V_1, V_2, V_3 \dots V_n$  – відповідно вартість компонентів СБС, у.о./кг;  $K_1, K_2, K_3 \dots K_n$  – відповідно витрата компонентів СБС, кг/м<sup>3</sup>;  $P_1 \dots P_m$  – задані показники якості розчину;  $x_1 \dots x_n$  – фактори складу;  $a, b$  – обмеження на можливі значення факторів.

Розв'язування такої задачі можливе за допомогою методів математичного програмування. Програмне середовище Microsoft Excel, зокрема його додаток «Пошук рішення», дозволяє вирішувати задачі даного типу, застосовуючи вказані методи. Даний додаток призначений для пошуку рішення рівнянь та задач оптимізації.

Для отримання поліноміальних моделей властивостей розчинових сумішей та розчинів були виконані алгоритмізовані експерименти відповідно до трирівневого п'ятифакторного плану НаБ [11].

### РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ

Відповідно до умов планування (табл. 1), проведено комплекс необхідних експериментальних досліджень, результати яких наведено у табл. 2-3.

Після проведення обробки і статистичного аналізу експериментальних даних, отримано математичні моделі міцності розчину на стиск та розтяг при згині стандартних зразків балочок 40×40×160 мм у віці 7 діб, середньої густини розчину та водопотреби суміші. Адекватність отриманих моделей підтверджена відповідними критеріями Фішера.

Моделі міцності розчину на стиск та розтяг при згині у віці 7 діб (МПа), його густини (кг/м<sup>3</sup>) та витрати води (% від маси суміші) представлено в кодованому вигляді, відповідно:

$$\begin{aligned} f_m^7 = & 2,456 - 0,050X_1 + 0,044X_2 + 0,006X_3 - 0,106X_4 + \\ & 0,183X_5 + 0,161X_1^2 + 0,211X_2^2 + 0,561X_3^2 - 0,339X_4^2 - \\ & 0,439X_5^2 - 0,144X_1X_2 - 0,069X_1X_3 - 0,156X_1X_5 - \\ & 0,069X_2X_3 - 0,156X_2X_5 + 0,044X_3X_4 + 0,269X_3X_5; \end{aligned} \quad (4)$$

Таблиця 1. Умови планування експерименту

Фактори впливу		Рівні варіювання			Інтервал
Натуральні	Кодовані	-1	0	1	
Відношення перліту до гіпсу, П/Г	X <sub>1</sub>	0,02	0,04	0,06	0,02
Відношення вапнякового борошна до гіпсу, Вб/Г	X <sub>2</sub>	0,4	0,6	0,8	0,2
Відношення вапна пушонки до гіпсу, Вп/Г	X <sub>3</sub>	0,17	0,37	0,57	0,2
Вміст ефіру целюлози ЕЦ, % від маси суміші	X <sub>4</sub>	0,23	0,25	0,27	0,02
Вміст ефіру крохмалю ЕКр, % від маси суміші	X <sub>5</sub>	0,03	0,05	0,07	0,02



Таблиця 2. Матриця планування та склади гіпсо-перлітової суміші

№ т. плану	Натуральні значення факторів					Витрати компонентів					
	П/Г	В6/Г	Вп/Г	ЕЦ, %	ЕКр, %	Гіпс, кг/т	Спучений перліт (П), кг/т	Вапнякове борошно (В6), кг/т	Вапно пушонка (Вп), кг	Ефір целюлози (ЕЦ), %	Ефір крохмалю ЕКр, %
1	0,06	0,8	0,057	0,27	0,07	520	31,2	416	29,6	2,7	0,7
2	0,02	0,4	0,057	0,27	0,07	675	13,5	269	38,5	2,7	0,7
3	0,02	0,8	0,017	0,23	0,03	543	10,9	434	9,2	2,3	0,3
4	0,06	0,4	0,017	0,23	0,03	675	40,5	270	11,5	2,3	0,3
5	0,02	0,8	0,017	0,27	0,07	543	10,9	434	9,2	2,7	0,7
6	0,06	0,4	0,017	0,27	0,07	675	40,5	269	11,5	2,7	0,7
7	0,06	0,8	0,057	0,23	0,03	520	31,2	416	29,7	2,3	0,3
8	0,02	0,4	0,057	0,23	0,03	675	13,5	270	38,5	2,3	0,3
9	0,02	0,8	0,057	0,27	0,03	531	10,6	424	30,3	2,7	0,3
10	0,06	0,4	0,057	0,27	0,03	657,	39,4	262	37,5	2,7	0,3
11	0,06	0,8	0,017	0,23	0,07	531	31,9	424	9,0	2,3	0,7
12	0,02	0,4	0,017	0,23	0,07	693	13,9	277	11,8	2,3	0,7
13	0,02	0,8	0,057	0,23	0,07	531	10,6	424	30,3	2,3	0,7
14	0,06	0,4	0,057	0,23	0,07	657	39,4	262	37,5	2,3	0,7
15	0,06	0,8	0,017	0,27	0,03	531	31,9	424	9,0	2,7	0,3
16	0,02	0,4	0,017	0,27	0,03	693	13,9	277	11,8	2,7	0,3
17	0,06	0,6	0,037	0,25	0,05	587	35,3	352	21,7	2,5	0,5
18	0,02	0,6	0,037	0,25	0,05	601	12,0	361	22,3	2,5	0,5
19	0,04	0,8	0,037	0,25	0,05	531	21,2	424	19,7	2,5	0,5
20	0,04	0,4	0,037	0,25	0,05	675	27,0	270,0	25,0	2,5	0,5
21	0,04	0,6	0,057	0,25	0,05	587	23,5	352	33,5	2,5	0,5
22	0,04	0,6	0,017	0,25	0,05	601	24,1	361	10,2	2,5	0,5
23	0,04	0,6	0,037	0,27	0,05	594	23,8	356	22,0	2,7	0,5
24	0,04	0,6	0,037	0,23	0,05	594	23,8	356	22,0	2,3	0,5
25	0,04	0,6	0,037	0,25	0,07	594	23,8	356	22,0	2,5	0,7
26	0,04	0,6	0,037	0,25	0,03	594	23,8	356	22,0	2,5	0,3
27	0,04	0,6	0,037	0,25	0,05	594	23,8	356	22,0	2,5	0,5

$$f_{if}^2 = 1,863 - 0,022X_1 + 0,022X_2 - 0,039X_3 - 0,011X_4 + 0,017X_5 + 0,132X_1^2 + 0,132X_2^2 - 0,018X_3^2 - 0,068X_4^2 + 0,082X_5^2 + 0,013X_1X_2 + 0,025X_1X_4 - 0,088X_1X_5 + 0,013X_2X_3 - 0,038X_2X_4 + 0,075X_3X_4 + 0,013X_4X_5; \quad (5)$$

$$\rho_o = 998,92 - 67,99X_1 + 9,45X_2 + 3,55X_3 - 3,39X_4 - 4,49X_5 + 37,19X_1^2 + 0,69X_2^2 - 0,30X_3^2 + 0,19X_4^2 + 0,19X_5^2 + 4,81X_1X_2 + 5,18X_1X_3 + 6,18X_2X_3 + 6,81X_2X_4 + 2,56X_2X_5 - 6,56X_3X_4 - 2,06X_3X_5 - 5,43X_4X_5; \quad (6)$$

$$B = 53,31 + 2,057X_1 - 1,223X_2 + 0,448X_3 + 0,333X_4 - 0,194X_5 + 0,79X_1^2 + 0,79X_2^2 + 0,29X_3^2 + 0,29X_4^2 + 0,04X_5^2 - 0,218X_1X_2 - 0,531X_1X_3 - 0,281X_1X_4 + 0,406X_2X_4 - 0,281X_2X_5 - 0,343X_3X_5 - 0,281X_4X_5. \quad (7)$$

Аналіз наведених моделей дозволяє проранжувати вплив дослідних факторів на основні властивості гіпсо-перлітового розчину (табл. 4).

Для даного випадку визначальними параметрами якості розчину приймаємо його міцність на стиск у віці 7 діб та середню густину. Тоді задача знаходження оптимального складу виглядатиме наступним чином: знайти значення факторів складу розчину  $x_1 \dots x_5$ , що дозволяють мінімізувати його вартість:

$$BP = B_e \cdot \Gamma + B_{II} \cdot \Pi + B_{B6} \cdot B_6 + B_{Bn} \cdot B_n + B_{Ц} \cdot Ц + B_{Кр} \cdot K_p \rightarrow \min \quad (8)$$



Таблиця 3. Експериментальні значення властивостей штукатурного розчину

№ т. плану	Міцність розчину на стиск, МПа		Міцність розчину на розтяг при згині, МПа		Середня густина $\rho_0$ , кг/м <sup>3</sup>	Водопотреба В, %
	3 доби	7 діб	3 доби	7 діб		
	$f_m^3$ , МПа	$f_m^7$ , МПа	$f_{lf}^3$ , МПа	$f_{lf}^7$ , МПа		
1	1,82	2	1,9	1,5		
2	2,63	3,1	2	2	1031	54
3	2,52	3	1,9	2,2	1064	49
4	1,85	1,95	1,7	1,6	929	57
5	2,43	2,9	1,6	2,05	1080	50
6	1,73	1,75	1,8	1,46	910	58
7	1,39	1,9	1,7	1,7	976	54
8	2,30	2,6	1,7	2,1	1087	54
9	2,50	2,3	1,9	2,2	1093	55
10	1,78	1,95	1,7	1,6	931	57
11	1,90	1,8	1,9	1,53	936	54
12	2,30	2,9	1,8	2	1084	53
13	2,50	3,3	1,6	1,95	1093	50
14	1,87	1,8	1,8	1,55	942	58
15	1,91	2,3	1,7	1,46	960	54
16	2,44	3	2,1	2,1	1085	52
17	1,76	1,9	1,6	1,8	938	56
18	2,23	2,9	1,8	1,8	1088	49
19	2,50	2,4	1,9	1,92	980	53
20	2,30	2,3	1,5	1,82	973	52
21	2,50	2,3	1,6	1,82	975	53
22	1,80	2,1	1,5	1,92	976	52
23	1,60	2,3	1,4	1,87	976	53
24	1,70	2,4	1,7	1,88	976	52
25	1,60	2,3	1,5	1,87	974	52
26	1,80	2	1,6	1,88	975	52
27	2,00	2,5	1,8	1,86	977	52

Таблиця 4. Вплив факторів на властивості розчину

Властивість	Вплив факторів
Міцність розчину на стиск у віці 7 діб, МПа	$X_5 > X_4 > X_1 > X_2 > X_3$
Міцність розчину на розтяг при згині у віці 7 діб, МПа	$X_3 > X_1 > X_2 > X_5 > X_4$
Середня густина, кг/м <sup>3</sup>	$X_1 > X_2 > X_3 > X_5 > X_4$
Витрати води, % від маси суміші	$X_1 > X_2 > X_3 > X_4 > X_5$





за умови забезпечення необхідних показників якості

$$f_m^7 \geq f(x_1, x_2, \dots, x_5); \quad (9)$$

$$\rho_o \leq f(x_1, x_2, \dots, x_5);$$

$$\text{при } x_1, \dots, x_5 \in [-1 \dots +1], \quad (10)$$

де  $B_{\vartheta}$ ,  $B_{\Gamma}$ ,  $B_{B\vartheta}$ ,  $B_{B\Gamma}$ ,  $B_{\Gamma}$ ,  $B_{Kp}$  – відповідно вартість гіпсового в'язучого, перліту, вапнякового борошна, гідратного вапна, добавки ефіру целюлози та ефіру крохмалю, у.о./кг;  $\Gamma$ ,  $\Pi$ ,  $B\delta$ ,  $Bn$ ,  $EЦ$ ,  $EКp$  – відповідно витрата гіпсового в'язучого, перліту, вапнякового борошна, гідратного вапна, добавки ефіру целюлози та ефіру крохмалю, кг/м<sup>3</sup> суміші.

Переведення значень параметрів складу гіпсоперлітової штукатурної суміші в кодований вигляд виконується за наступними залежностями:

$$x_1 = \frac{\Pi/\Gamma - 0,04}{0,02}; \quad x_2 = \frac{B\delta/\Gamma - 0,6}{0,2}; \quad x_3 = \frac{Bn/\Gamma - 0,37}{0,2};$$

$$x_4 = \frac{EЦ - 0,25}{0,02}; \quad x_5 = \frac{EКp - 0,05}{0,02}. \quad (11)$$

З урахуванням отриманих моделей (4-7) були побудовані графічні залежності вихідних параметрів від двох факторів впливу (рис. 1 – 4). При цьому фактори, не представлені на кожному з графіків, були зафіксовані на нульовому рівні.

Аналізуючи отриману експериментально-статистичну модель міцності на стиск (4), можна відзначити, що найбільш суттєвим фактором, який на неї впливає, є вміст перліту по відношенню до гіпсового в'язучого ( $X_1$ ), збільшення якого від -1 до +1 (від  $\Pi/\Gamma=0,02$  до  $\Pi/\Gamma=0,06$ ) призводить до зменшення міцності на 35%.

Характер залежностей міцності на розтяг при згині, що побудовані на основі моделі (5) суттєво не відрізняються (рис. 2). Фактором, що найбільше

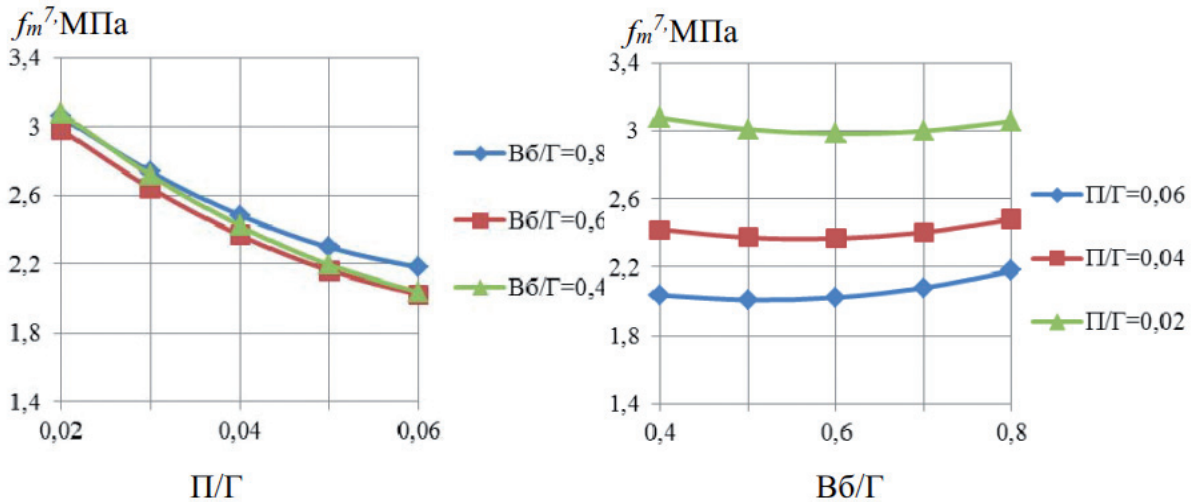


Рис. 1. Залежність міцності на стиск штукатурного розчину у віці 7 діб від вмісту перліту ( $\Pi/\Gamma$ ) та вапнякового борошна ( $B\delta/\Gamma$ )

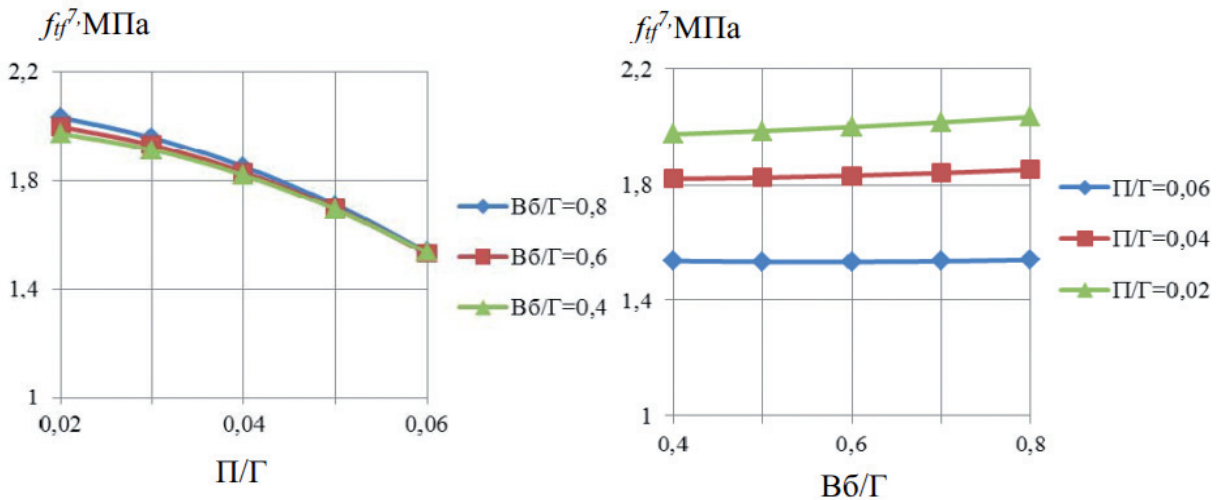


Рис. 2. Залежність міцності на згин штукатурного розчину у віці 7 діб від вмісту перліту ( $\Pi/\Gamma$ ) та вапнякового борошна ( $B\delta/\Gamma$ )

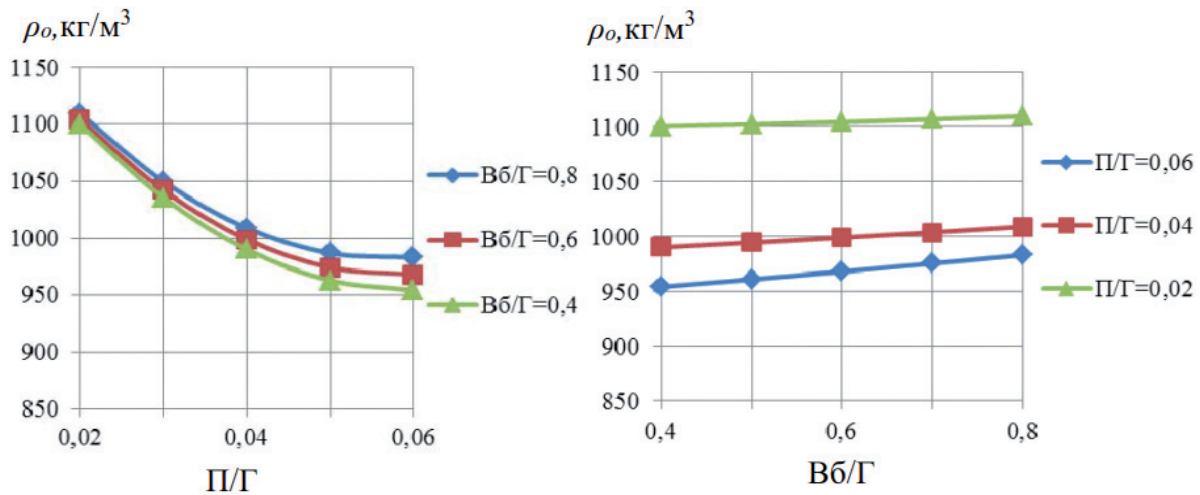


Рис. 3. Залежність густини штукатурного розчину від вмісту перліту ( $\Pi/\Gamma$ ) та вапнякового борошна ( $B6/\Gamma$ )

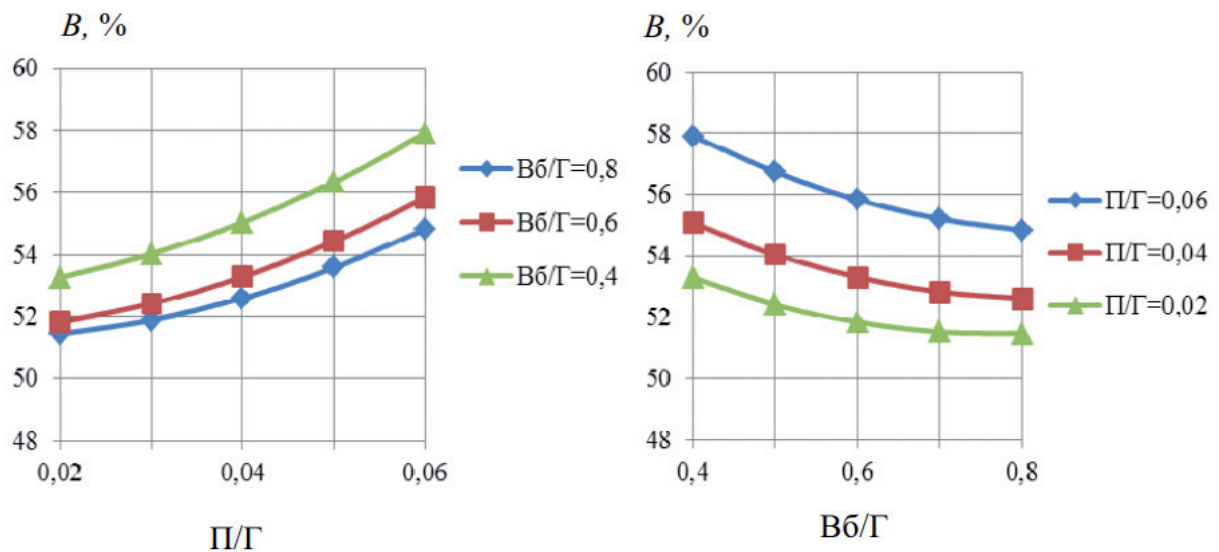


Рис. 4. Залежність витрати води від вмісту перліту ( $\Pi/\Gamma$ ) та вапнякового борошна ( $B6/\Gamma$ )

впливає на міцність на згин, є також відношення вмісту перліту до гіпсового в'язучого ( $X_1$ ). Збільшення вмісту вапнякового борошна ( $X_2$ ) та інших факторів у варійованих межах суттєво не впливають на міцність досліджуваних штукатурних розчинів.

Аналіз моделі густини розчину та відповідних графічних залежностей (рис. 3) дає можливість встановити, що найбільш впливовим фактором, який зменшує густину розчину, є вміст перліту  $\Pi/\Gamma$  ( $X_1$ ). Значення його лінійного коефіцієнта у рівнянні регресії (6) суттєво перевищує значення коефіцієнтів для чотирьох інших факторів.

Аналізуючи отриману експериментально-статистичну модель з визначення витрати води (7) та графічні залежності (рис. 4), слід відмітити, що очікувана із збільшенням вмісту перліту ( $\Pi/\Gamma$ ) від 0,02 до 0,06 витрата води збільшується в середньому на 10%. Вплив інших досліджуваних факторів можна вважати несуттєвим.

Для того, щоб розрахувати оптимальний склад гіпсо-перлітової штукатурної суміші, необхідно

розв'язати задачу математичного програмування з наступною постановкою: знайти такий склад суміші, який би дозволяв забезпечити необхідні показники якості розчину за мінімальної сумарної вартості в межах допустимих значень факторів.

В нашому випадку показниками якості виступають міцність на стиск у віці 7 діб та густина розчину. Причому, міцність повинна бути не меншою певного значення, а густина розчину – не більшою певного значення.

#### ПОСЛІДОВНІСТЬ РОЗРАХУНКУ НАСТУПНА

Підставляємо у моделі (4) і (6) значення міцності та густини, що повинні забезпечуватись, а у вираз (8) – значення вартості компонентів гіпсо-перлітової суміші. У виразі (10) встановлюємо обмеження значень факторів (в кодованих значеннях від -1 до 1). Далі програма перебирає різні комбінації факторів, забезпечуючи не менше заданого значення міцності та не більше заданого значення густини за виразами (4) та (6), мінімізуючи при цьому функцію (8).



Результатом таких ітерацій є визначення оптимальних значень факторів складу:  $\Pi/\Gamma$ ,  $B6/\Gamma$ ,  $Bn/\Gamma$ ,  $EЦ$ ,  $EКр$ . Витрату води визначаємо за рівнянням (7).

Значення витрати гіпсового в'язучого знаходимо за виразом:

$$= \frac{1000 - ( \quad + \quad )}{ / + / + / + 1 }, \quad (12)$$

### ПРИКЛАД РОЗРАХУНКУ

Необхідно визначити склад гіпсо-перлітового штукатурного розчину з міцністю у віці 7 діб на стиск 2,3 МПа з середньою густиною 950 кг/м<sup>3</sup> із рухомістю суміші 8 см, використовуючи експериментально-статистичні моделі (4-6). Приймаємо вартості основних компонентів гіпсо-перлітової суміші наступними, у.о./кг:  $\Gamma=2$ ;  $\Pi=10$ ;  $B6=1$ ;  $Bn=4$ ;  $EЦ=190$ ;  $EКр=104$ .

Матеріали: гіпсове в'язуче Г-5, спучений перлітовий пісок марки М100, фракції 0,16...1,25 мм; вапнякове борошно фракції 0...0,63 мм; вапно гідратне, ефір целюлози та ефір крохмалю.

1. Підставляючи значення міцності на стиск у віці 7 діб ( $f_m^7 \geq 2,3$ ) та густини ( $\rho_o \leq 950$ ) у вирази (4) та (6), отримуємо функції обмежень (9) задачі.

2. У вираз (8) підставляємо значення вартості компонентів суміші, а також задаємо обмеження значень факторів: від -1 до 1 (в кодованому вигляді).

3. За допомогою програмного додатку «Пошук рішення» знаходимо значення факторів, що задовольняють обмеження задачі і мінімізують загальну вартість суміші:

$$x_1 = 0,89; x_2 = -0,44; x_3 = -1; x_4 = 0,6; x_5 = 1.$$

За таких значеннях факторів за виразами (4, 6)  $f_m^7 = 2,4$  МПа, а  $\rho_o = 950$  кг/м<sup>3</sup>, що забезпечує необхідні значення міцності та густини розчину.

4. Значення факторів в натуральному вигляді визначаємо за виразами (11):

$$\Pi/\Gamma = 0,02 \cdot x_1 + 0,04 = 0,02 \cdot 0,89 + 0,04 = 0,057;$$

$$B6/\Gamma = 0,2 \cdot x_2 + 0,6 = 0,2 \cdot (-0,44) + 0,6 = 0,512;$$

$$Bn/\Gamma = 0,2 \cdot x_3 + 0,37 = 0,2 \cdot (-1) + 0,37 = 0,17;$$

$$EЦ = 0,02 \cdot x_4 + 0,25 = 0,02 \cdot 0,6 + 0,25 = 0,26 \text{ кг/м}^3;$$

$$EКр = 0,02 \cdot x_5 + 0,05 = 0,02 \cdot 1 + 0,05 = 0,07 \text{ кг/м}^3.$$

5. Витрата води, що забезпечить рухомість суміші 8 см, визначиться за рівнянням (7):

- у % від маси суміші:

$$B = 57\%$$

- за масою:

$$B = B \cdot 1000 / 100 = 57 \cdot 1000 / 100 = 570 \text{ л.}$$

6. Витрата гіпсового в'язучого визначалась за виразом (12):

$$\Gamma = \frac{1000 - (Ц + Кр)}{\Pi/\Gamma + B6/\Gamma + Bn/\Gamma + 1} = \frac{1000 - (0,26 + 0,07)}{0,057 + 0,512 + 0,17 + 1} = 572,7 \text{ кг.}$$

7. Значення мінімально можливої вартості 1000 кг гіпсо-перлітової суміші (знаходиться

під час ітерацій в програмному додатку «Пошук рішення», вираз (8)):

$$B_{гпс} = 10 \cdot 33,1 + 1 \cdot 293 + 4 \cdot 97,4 + 190 \cdot 2,63 + 104 \cdot 0,7 + 2 \cdot 573 = 2731,5 \text{ у.о.}$$

Остаточний склад гіпсо-перлітової суміші, кг:

$$\Gamma = 573; \Pi = 33; B6 = 293; Bn = 97; EЦ = 2,6; EКр = 0,7.$$

На етапі формулювання задачі визначення складу суміші необхідно коректно задаватись бажаними значеннями міцності на стиск та густини. Очевидно, що ці значення повинні знаходитись в межах мінімально та максимально можливого значення вихідного параметру, оскільки саме в цих межах поліноміальна модель адекватно описує досліджувану властивість. Такі значення можна досить легко знайти, використовуючи вже згаданий програмний додаток «Пошук рішення». Так, для розглянутого прикладу 1, граничні значення міцності та густини в межах області варіювання факторів будуть наступними:

$$f_m^7 = 1,5-3,4 \text{ МПа}; \rho_o = 926-1120 \text{ кг/м}^3.$$

Можливим є також деякий вихід за граничні межі вихідних параметрів. В цьому випадку, поряд із задачею оптимізації вирішується також екстраполяційна задача, що дозволяє приймати значення факторів поза межами області варіювання (наприклад,  $x_1 \dots x_3 = 1,1; 1,2; 1,3$ ). Однак необхідно мати на увазі, що екстраполяція може бути пов'язана з певними помилками і ці помилки стають більш відчутними, чим далі вихід за межі області варіювання. Екстраполяція можлива, якщо за результатами досліджень не виникає сумнівів, що за межами області варіювання факторів характер функції залишається без змін.

Запропонований метод розрахунку складу СБС дозволяє враховувати конкретні особливості досліджуваних матеріалів і оптимізувати склад за заданим критерієм, наприклад критерієм мінімальної вартості.

### БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Використання техногенних продуктів у будівництві / [Дворкін Л.Й., Дворкін О.Л., Пушкарьова К.К., Кочевих М.О., Мохорт М.А.]. – Рівне: НУВГП, 2009. – 340 с.
2. Dvorkin, L., Dvorkin, O. & Ribakov, Y. (2016). Construction materials Based on Industrial Waste Products, Nova science publishers, pp. 242.
3. L. Dvorkin, O. Dvorkin & S. Nwoubani. (2010). Construction Materials, Nova Science Publishers, Inc. New York, p. 409.





4. H. Sebaalya, S. Varmab & W. James. (2018). Optimizing asphalt mix design process using artificial neural network and genetic algorithm, *Construction and Building Materials*. 168 (20), April, 660-670.
5. A. Vimmrová, M. Keppert, O. Michalko & R. Černý. (2014). Calcined gypsum-lime-metakaolin binders: Design of Optimal Composition Cement and Concrete Composites, 52, September, 91-96.
6. S. Nunes, A. Mafalda Matos, T. Duarte, H. Figueiras & J. Sousa-Coutinho. (2013). Mixture design of self-compacting glass mortar, *Cement and Concrete Composites*. 43, October, 1-11.
7. Дворкін Л.Й., Дворкін О.Л., Гоц В.І. Випробування бетонів і розчинів. Проектування їх складів. – Київ: Основа, 2014. – 304 с.
8. Design and control of concrete mixtures / by Steven H. Kosmatka ... EB001, 14<sup>th</sup> edition, Portland Cement Association, Skokie, Illinois, USA, 2002, pp. 358.
9. Sivaldo L. Correia, Tânia Partala, Felipe C. Loch, A. M. (2010). Segadães Factorial design used to model the compressive strength of mortars containing recycled rubber, *Composite Structures*, 92, Iss. 9, August, 2047-2051.
10. V. Ferrándiz-Mas, L.A. Sarabia, M.C. Ortiz, C.R. Cheeseman, E. García-Alcocel. (2016). Design of bespoke lightweight cement mortars containing waste expanded polystyrene by experimental statistical methods, *Materials & Design*. 89, 901-912.
11. M. Nepomuceno, L. Oliveira, S.M. R. Lopes. (2012). Methodology for mix design of the mortar phase of self-compacting concrete using different mineral additions in binary blends of powders, *Constr. and Building Materials*, 26, Iss. 1, 317-326.
12. L. Dvorkin, O. Dvorkin & Y. Ribakov. (2012). *Mathematical experiments planning in Concrete Technology*. Nova Science Publishers, New York, 173 p.
13. ISO 679:2009. Cement-test methods-determination of strength, international organization for standardization; 01 May, 2009, p. 29.
14. Lazić Živorad, R. (2004). *Design of experiments in chemical engineering: a practical guide*. KCaA Weinheim: Wiley-VCH Verlag GmbH & Co, 610 p.
2. Dvorkin, L., Dvorkin, O. & Ribakov, Y. (2016). *Construction Materials Based on Industrial Waste Products*, Nova scitnce publishers.
3. L. Dvorkin, O. Dvorkin & S. Nwobani. (2010). *Construction Materials*, Nova Science Publishers, Inc. New York.
4. H. Sebaalya, S. Varmab & W. James. (2018). Optimizing asphalt mix design process using artificial neural network and genetic algorithm, *Construction and Building Materials*. 168 (20), April, 660-670.
5. A. Vimmrová, M. Keppert, O. Michalko & R. Černý. (2014). Calcined gypsum-lime-metakaolin binders: Design of Optimal Composition Cement and Concrete Composites, 52, p.91-96.
6. S. Nunes, A. Mafalda Matos, T. Duarte, H. Figueiras & J. Sousa-Coutinho. (2013). Mixture design of self-compacting glass mortar, *Cement and Concrete Composites*. 43, p.1-11.
7. Dvorkin L. (2014) Y. Vyprobuvannia betoniv i rozchyniv. Proektuvannia yikh skladiv / Dvorkin L.I., Dvorkin, O.L., Hots V.I. – K.: Osnova.
8. Design and control of concrete mixtures (2002) / by Steven H. Kosmatka ... EB001, 14<sup>th</sup> edition, Portland Cement Association, Skokie, Illinois, USA.
9. Sivaldo L. Correia, Tânia Partala, Felipe C. Loch, A. M. (2010). Segadães Factorial design used to model the compressive strength of mortars containing recycled rubber, *Composite Structures*, 92, Iss. 9.
10. V. Ferrándiz-Mas, L.A. Sarabia, M.C. Ortiz, C.R. Cheeseman, E. García-Alcocel. (2016). Design of bespoke lightweight cement mortars containing waste expanded polystyrene by experimental statistical methods, *Materials & Design*. 89.
11. M. Nepomuceno, L. Oliveira, S.M. R. Lopes. (2012). Methodology for mix design of the mortar phase of self-compacting concrete using different mineral additions in binary blends of powders, *Constr. and Building Materials*, 26, Iss. 1.
12. L. Dvorkin, O. Dvorkin & Y. Ribakov. (2012). *Mathematical experiments planning in Concrete Technology*. Nova Science Publishers, New York.
13. ISO 679:2009. Cement-test methods-determination of strength, international organization for standardization.
14. Lazić Živorad, R. (2004). *Design of experiments in chemical engineering: a practical guide*. KCaA Weinheim: Wiley-VCH Verlag GmbH & Co.

## REFERENCES

1. *Vykorystannia tekhnohennykh produktiv u budivnytstvi* (2009) / [Dvorkin L.I., Dvorkin O.L., Pushkarova K.K., Kochevykh M.O., Mokhort M.A.]. NUVHP, Rivne.

Стаття надійшла до редакції 27.02.2019 р.