

І. А. Вереїтіна, Одеська національна академія харчових технологій

МЕТОДИКА АНАЛІЗУ ВІРОГІДНОСТІ РЕЗУЛЬТАТІВ ОЦІНЮВАННЯ ПРОФЕСІЙНИХ ЗНАНЬ

Вереїтіна І. А.

Методика аналізу вірогідності результатів оцінювання професійних знань

Наведено методику визначення вірогідності результатів, отриманих у ході формувального етапу експерименту з оцінювання професійних знань респондентів, і приклад перевірки задіяних гіпотез. Методика буде корисною для аспірантів та молодих науковців.

Ключові слова: експеримент, варіаційний ряд; вірогіднісний аналіз, вибірка, масив значень, шкала інтервалів.

Вереїтіна І. А.

Методика анализа достоверности результатов оценивания профессиональных знаний.

Приведена методика определения достоверности результатов, полученных в ходе формирующего этапа эксперимента по оценке профессиональных знаний респондентов, и пример проверки задействованных гипотез. Методика будет полезной для аспирантов и молодых ученых.

Ключевые слова: эксперимент, вариационный ряд; вероятностный анализ, выборка, массив значений, шкала интервалов.

Кожна дослідницька робота потребує узагальнення результатів, одержаних в результаті наукової роботи. Вчені, вивчивши та проаналізувавши репрезентативну вибіркову сукупність даних можуть робити висновки щодо явища, що вивчається або ступеню навченості студентів при запровадженні нової методики викладання дисципліни. Тому визначення послідовності проведення аналізу результатів оцінювання професійних знань студентів за допомогою вірогідної вибіркової величини є актуальною задачею.

Метою аналізу результатів оцінювання є отримання невеликої кількості ключових (найбільш інформативних) параметрів, які дають об'єктивну та точну картину стану навченості групи – професійних знань, умінь та навичок,

засвоєних протягом курсу навчання. Вибіркове спостереження є найпоширенішим з усіх видів несучільного спостереження. Під час проведення вибіркового спостереження вивчаються не всі одиниці досліджуваного об'єкта, а лише деяка відібрана частина цих одиниць. Однак спостереження організоване таким чином, що ця частина відібраних одиниць відобразила всю сукупність, але у зменшеному масштабі. Переваги вибіркового методу полягають у тому, що його використання дає змогу краще організувати спостереження, забезпечує проведення дослідження у стисліші терміни, з мінімальними затратами праці і витратами коштів.[3, 4, 5]

Ціллю статті є доведення до відома молодих науковців та аспірантів розроблену процедуру та алгоритми методики визначення вірогідності результатів, отриманих у ході формувального етапу оцінювання професійних знань респондентів.

Математична обробка результатів формувального етапу експерименту проводиться з метою додаткової перевірки основної гіпотези дослідження.

Статистичний аналіз або оцінка параметрів розподілу розпочинається з перетворення вибірки експериментальних даних до виду варіаційного ряду. Якщо в результаті експерименту отримано вибірку будь-якої величини у вигляді масиву значень, наприклад: $u_{\min}, u_1, u_2, u_3, \dots, u_{\max}$, то:

- для побудови інтервального варіаційного ряду необхідно визначити величину інтервалу щодо вибірки,
- встановити повну шкалу інтервалів,
- відповідно до обраної шкали інтервалів згрупувати значення вибірки.

Для визначення оптимального розміру інтервалу h , або такого, при якому побудований інтервальный ряд не був би дуже громіздким і водночас дозволяв виявити характерні риси явища, що вивчається, можна використовувати формулу Стерджеса:

$$h = (u_{\max} - u_{\min}) / (1 + 3,322 \lg n),$$

де u_{\max} , u_{\min} – найбільше та найменше значення в ряді вибірки; n – загальна кількість елементів вибірки.

Якщо h дрібне число, то воно округляється до найближчого цілого числа, або до найближчої простої дробі.

За початок першого інтервалу приймається величина $u_{\min} - h/2$.

В цьому разі, якщо a_i початок i -ого інтервалу, то інтервальний варіаційний ряд становить $a_1 = u_{\min} - h/2$; $a_2 = a_1 + h$; $a_3 = a_2 + h$ і т.п.

Побудова інтервалів продовжується до того часу, поки початок наступного за порядком інтервалу не буде рівним або більшим ніж u_{\max} .

- Визначення кількості елементів вибірки n_i які попали у кожний з напівінтервалів (u_{i-1}, u_i) та відносну частоту влучення несподіваної величини до відповідного напівінтервалу $P_i = n_i/n$.

- Варіаційний ряд оформлюють у вигляді таблиці, причому елементам вибірки, які влучили до i -ого інтервалу, приписують значення $u_i^* = (u_{i-1} + u_i)/2$.

Таблиця 1

Розподіл вірогідності варіаційного ряду

i	(u_{i-1}, u_i)	u_i^*	n_i	P_i
1	(u_{\min}, u_1)	u_1^*	n_1	P_1
2	(u_1, u_2)	u_2^*	n_2	P_2
3	(u_2, u_3)	u_3^*	n_3	P_3
4	(u_3, u_4)	u_4^*	n_4	P_4
5	(u_4, u_5)	u_5^*	n_5	P_5
κ			$\Sigma = n$	$\Sigma = 1$

- Варіаційний ряд надають у вигляді графіка-гістограми, рис.1, а саме емпіричного або вибіркового розподілу вірогідності, на якому по осі ординат відкладають значення P_i / h_i , а по осі абсцис – u_i^* . Для всієї кількості елементів вибірки n_i , які потрапили до інтервалу h , вірогідність P_i вважається однаковою, а тому гістограму складено з прямокутників.

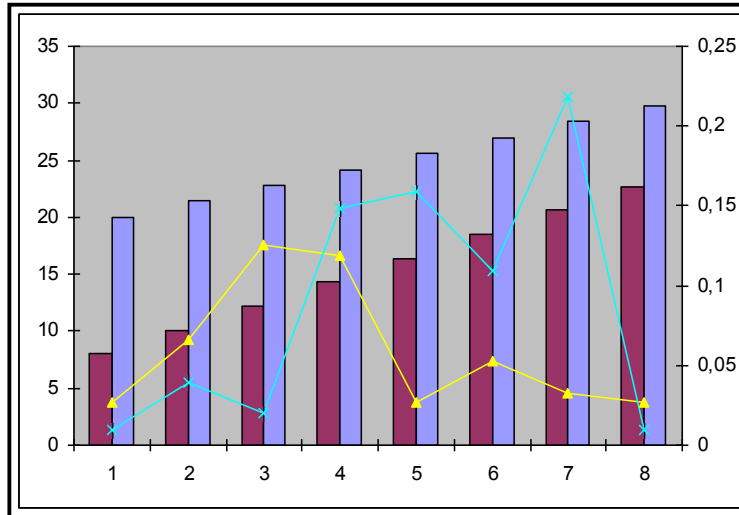


Рис. 1. Графік-гістограма вибіркового розподілу вірогідності

Після побудови варіаційного ряду розраховується оцінка математичного очікування істинного значення величини

$$\bar{u} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k u_i^* n_i = \sum_{i=1}^k u_i^* P_i$$

При обчисленні оцінки дисперсії або середнього квадратичного відхилення, величину \bar{u} беруть з тією ж кількістю знаків, що і величину u_i . Оцінка дисперсії становить

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k n_i (u_i^* - \bar{u})^2 = \frac{n}{n-1} \sum_{i=1}^k (u_i^* - \bar{u})^2 P_i ,$$

або для першого інтервалу

$$S_1^2 = \frac{n}{n-1} (u_1^* - \bar{u})^2 P_1 .$$

Після підрахунку оцінок дисперсії необхідно здійснити перевірку ступеню їх точності та надійності. Для цього знаходять такі числа $\Delta \bar{u}$, при яких довірчий інтервал $(\bar{u} - \Delta \bar{u}; \bar{u} + \Delta \bar{u})$ покриватиме невідоме дійсне значення величини варіаційного ряду \bar{u} з достатньо великою вірогідністю P . Такий інтервал має назву довірчого з довірчою вірогідністю P .

Вважаючи, що вихідна раптова величина u_i має нормальний закон розподілу, можна побудувати довірчий інтервал для отримання оцінок математичного очікування m_i оцінюваного в цьому разі за допомогою середньої

арифметичної величини \bar{u} , та для дисперсії генеральної сукупності, оцінюваної за допомогою дисперсії вибірки S^2 .

Побудову довірчого інтервалу для математичного очікування m_i засновано на визначенні по таблицям розподілу Стьюдента такого числа t_{qv} , при якому інтервал $(\bar{u} - t_{qv} \frac{S}{\sqrt{n}}; \bar{u} + t_{qv} \frac{S}{\sqrt{n}})$ буде довірчим інтервалом, який відповідає довірчій вірогідності $P = 1 - \frac{q}{100}$, де q – рівень значимості дійсного значення величини, який обирається у межах (1...5)%; $v = n - 1$ – число ступенів свободи.

Побудову довірчого інтервалу щодо дисперсій генеральної сукупності σ_x^2 засновано на тому, що величина

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_x^2}$$

розподіляється за законом χ^2 (хі-квадрат) розподілу за Пірсоном з $v = n - 1$ ступенями свободи. Це обумовлено тим, що у деяких випадках потрібно визначати не середнє значення вимірюваної величини, а дрібне – окремих вимірювань відносно цієї середньої величини, яка характеризується величиною дисперсії розподілу. При цьому довірчий інтервал для σ_x^2 дорівнює $\left[\frac{(n-1)S^2}{\chi_2^2}; \frac{(n-1)S^2}{\chi_1^2} \right]$.

Значення χ_2^2 та χ_1^2 знаходять за табличними даними для відомої ступені свободи $v = n - 1$ та розрахованими за наданим значенням рівня значущості вірогідностями $P_1 = 1 - 0,5 \frac{q}{100}$ та $P_2 = 0,5 \frac{q}{100}$.

Визначаючи оцінки математичного очікування за допомогою середньої арифметичної, а дисперсію генеральної сукупності – за дисперсією вибірки, ми приймаємо гіпотезу про те, що випадкова величина підпорядковується нормальному закону розподілу. Тому необхідно здійснити перевірку статистичної гіпотези відносно значень генеральних статистичних характеристик та генеральних розподілів вірогідності.

Перевірку гіпотези проводять шляхом порівняння деяких статистичних показників – критеріїв перевірки, розрахованих за даними вибірки, із значеннями цих показників, визначених теоретичним шляхом за умови, що гіпотеза, яка перевіряється, є дійсною.

Для критеріїв перевірки обираємо належні рівні значущості ($q=10\%$, 5% , 2% і т.п.), що відповідають випадкам, які при проведенні досліджень вважаються практично неймовірними. У подальшому визначається область застосованого критерію, вірогідність влучання у яку в разі, якщо гіпотеза вірна, достеменно дорівнює рівню значущості.

Якщо значення критерію належить області допустимих значень, можна вважати, що дані вибірки не суперечать гіпотезі.

Перевірку гіпотези про тотожність математичного очікування (m_i) наданому значенню (\bar{u}), або «нуль» гіпотези, виконують так. Розглянуті раніше методи перевірки побудовані на передумові, що форма закону розподілу раптової величини відома та поширюється вона лише на значення параметрів цього закону. Однак, у ряді випадків, сам вигляд цього закону нормального розподілу є гіпотетичним і потребує перевірки. З'являється потреба в критерії перевірки (за даними вибірки) гіпотези про те, що надана величина u_i підкорюється закону розподілу $F(x)$. Якщо такий критерій для випадку, що розглядається, перевищує належну встановлену норму, то гіпотеза приймається, якщо ні – навпаки. У разі такого критерію приймається критерій Пірсона (χ^2).

Якщо за даними вибірки побудовано варіаційний ряд з кількістю елементів n_i , які потрапили до i -ого напівінтервалу, а вірогідність потрапляння величини u_i до i -ого напівінтервалу, обчислена з використанням гіпотетичного розподілу – P_i , то критерій Пірсона формується так:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - n\tilde{P}_i)^2}{n\tilde{P}_i}.$$

Критерій χ^2 має $\nu = k - \ell$ ступенів свободи, де ℓ – кількість параметрів, що оцінюються у зоні їх розподілу. Наприклад, якщо дотримується закон

нормального розподілу випадкової величини то здійснюється оцінка її дисперсії і математичного очікування $\ell=2$.

Передостанній етап статистичної обробки результатів експерименту це вирівнювання емпіричного розподілу вірогідності за допомогою закону нормального розподілу. Оскільки вибірка не суперечить гіпотезі про нормальний розподіл випадкової величини, то доцільно виразити гістограму розподілу за допомогою функції густини вірогідностей закону нормального розподілу:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{S} e^{-\frac{(x-\bar{u})^2}{2S^2}} = \frac{1}{S} \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{u})^2}{2S^2}} \right],$$

де величина в дужках є табульована.

На заключному етапі статистичної обробки здійснюється розрахунок необхідного об'єму елементів вибірки (n) для отримання ступеня оцінки математичного очікування з потрібною точністю δ від 1% до 10% з довірчою вірогідністю $P=0,95$, якщо відома оцінка дисперсії S^2 обчислена за однією вибіркою малого об'єму і за однією генеральною сукупністю. Так, за даними довірчої вірогідності P знаходять $\Phi_o(t) = P/2$. Величину t , яка відповідає цьому значенню $\Phi_o(t)$, знаходять за таблицею. Необхідний об'єм вибірки становить $n = \frac{t^2 S^2}{\delta^2}$. Отримані значення зводять до таблиці $(\delta, \Delta\bar{u}, n)$, за результатами якої будують графік залежності $n(\delta)$ і за ним визначають потрібну кількість елементів вибірки.

Приклад 1. Перевіряється гіпотеза H_0 : стан знань респондентів (студентів-екологів) не підвищився після вивчення інтегрованого курсу. Альтернативна гіпотеза: респонденти (студенти-екологи) зможуть підвищити свій професійний рівень засобами англійської мови за умови організації процесу навчання за принципами інтеграції двох видів діяльності: професійно орієнтованої та іншомовної-мовленнєвої.

1. Результати вхідного і вихідного тестування подамо у вигляді варіаційного ряду змін імовірної величини, одержаної в результаті експерименту.

19, 11, 13, 12, 17, 15, 18, 14, 12, 22, 15, 13, 11, 14, 13, 22, 5, 13, 10, 20, 13, 17, 9, 18, 20, 13, 14, 12, 15, 8, 13, 14, 10, 13, 20, 15, 10, 14, 22, 18, 20, 18, 10, 11, 15, 8, 15, 13, 23, 13, 20, 13, 11, 13, 14, 14, 10, 13, 15, 15, 15, 10, 16, 8, 19, 18, 13, 12, 18, 13, 14, 15;

24,25, 26, 24, 26, 23, 24, 26, 26, 27, 22, 28, 27, 23, 22, 30, 26, 27, 24, 29, 28, 24, 25, 25, 25, 28, 24, 24, 27, 24, 27, 28, 29, 24, 28, 26, 27, 26, 29, 24,22, 29, 29, 24, 28, 28, 24, 26, 29, 24, 25, 28, 29, 22, 29, 20, 28, 27, 29, 28, 27, 29, 24, 28, 27, 24, 27, 26, 27, 26, 25, 28.

2. Оскільки в результаті формувального етапу експерименту одержані результати вхідного і вихідного зрізів у вигляді вибірки кількості правильних відповідей на 30 контрольних запитань рідною і англійською мовою, подамо їх у вигляді інтервального варіаційного ряду. Для побудови такого ряду визначимо величину інтервалу всередині вибірки. Для визначення оптимального розміру інтервалу h , або такого, при якому побудований інтервальний ряд не був таким громіздким і водночас дозволяв би виявити характерні риси явища, що вивчається, використаємо формулу Стерджеса:

$$h = (U_{max.} - U_{min.}) / (1 + 3,322 \lg n), \quad (1)$$

де $U_{max.}$, $U_{min.}$ – найбільше і найменше значення оцінок у вибірці;
 n – загальна кількість оцінок у вибірці.

$$\begin{aligned} h_1 &= (23 - 8) / (1 + 3,322 \lg 72) = 2,09 \sim 2,1; \\ h_2 &= (30 - 20) / (1 + 3,322 \lg 72) = 1,39 \sim 1,4; \\ a_1 &= U_{min.} - h/2 \\ a_2 &= a_1 + h; \\ a_3 &= a_2 + h; \\ &\dots\dots\dots \\ a_n &= a_{n+1} + h. \end{aligned}$$

Побудова інтервального ряду продовжується до того часу, поки початок наступного за порядком інтервалу не буде дорівнювати або буде більшим, ніж U_{max} (вхідний тест – a_i ; вихідний тест – b_i).

$$\begin{aligned}
a_1 &= 8 - 1,05 = 6,95; \\
a_2 &= 6,95 + 2,1 = 9,05; \\
a_3 &= 9,05 + 2,1 = 11,15; \\
a_4 &= 11,15 + 2,1 = 13,25; \\
a_5 &= 13,25 + 2,1 = 15,35; \\
a_6 &= 15,35 + 2,1 = 17,45; \\
a_7 &= 17,45 + 2,1 = 19,55; \\
a_8 &= 19,55 + 2,1 = 21,65; \\
a_9 &= 21,65 + 2,1 = 23,75 > 23;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_1 &= 20 - 0,7 = 19,3; \\
b_2 &= 19,03 + 1,4 = 20,70; \\
b_3 &= 20,70 + 1,4 = 22,10; \\
b_4 &= 22,10 + 1,4 = 23,50; \\
b_5 &= 23,50 + 1,4 = 24,90; \\
b_6 &= 24,90 + 1,4 = 26,30; \\
b_7 &= 26,30 + 1,4 = 27,70; \\
b_8 &= 27,70 + 1,4 = 29,10; \\
b_9 &= 29,10 + 1,4 = 30,50 > 30;
\end{aligned}$$

$$K = (1 + 3,322 \lg 72) = 7,2 \sim 8;$$

$$K_1 = 8; \quad K_2 = 8.$$

3. Визначимо кількість елементів вибірки (n), ($i=1,2,3,\dots,72$), які потрапили до кожного з напівінтервалів (u_{i+1}, u_i), і відносну частоту потрапляння випадкової величини до відповідного напівінтервалу

$$P_i = n_i / n_{(i=72)}.$$

Кількість елементів вибірки (n)

$$\begin{aligned}
n_1 &= 4; \\
n_2 &= 10; \\
n_3 &= 19; \\
n_4 &= 18; \\
n_5 &= 4; \\
n_6 &= 8; \\
n_7 &= 5; \\
n_8 &= 4;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_1 &= 1; \\
n_2 &= 4; \\
n_3 &= 2; \\
n_4 &= 15; \\
n_5 &= 16; \\
n_6 &= 11; \\
n_7 &= 22; \\
n_8 &= 1.
\end{aligned}$$

Відтак, відносна частота попадання випадкової величини до кожного інтервалу становить:

$$\begin{aligned}
P_1 &= 4 / 72 = 0,0556; \\
P_2 &= 10 / 72 = 0,1389; \\
P_3 &= 19 / 72 = 0,2639; \\
P_4 &= 18 / 72 = 0,2500; \\
P_5 &= 4 / 72 = 0,0556; \\
P_6 &= 8 / 72 = 0,1111; \\
P_7 &= 5 / 72 = 0,0694; \\
P_8 &= 4 / 72 = 0,0556;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_1 &= 1 / 72 = 0,0139; \\
P_2 &= 4 / 72 = 0,0556; \\
P_3 &= 2 / 72 = 0,0278; \\
P_4 &= 15 / 72 = 0,2083; \\
P_5 &= 16 / 72 = 0,2222; \\
P_6 &= 11 / 72 = 0,1528; \\
P_7 &= 22 / 72 = 0,3056; \\
P_8 &= 1 / 72 = 0,0139.
\end{aligned}$$

4. Елементом вибірки, які попали у $i^{\text{й}}$ інтервал, надаємо значення:

$$\begin{aligned}
a_1 &= 0,5 \quad (a_1 + a_2) = 8; \\
a_2 &= 0,5 \quad (a_2 + a_3) = 10,1; \\
a_3 &= 0,5 \quad (a_3 + a_4) = 12,2; \\
a_4 &= 0,5 \quad (a_4 + a_5) = 14,3;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_1 &= 0,5 \quad (b_1 + b_2) = 20,0; \\
b_2 &= 0,5 \quad (b_2 + b_3) = 21,4; \\
b_3 &= 0,5 \quad (b_3 + b_4) = 22,8; \\
b_4 &= 0,5 \quad (b_4 + b_5) = 24,2;
\end{aligned}$$

$$a_5 = 0,5 (a_5 + a_6) = 16,4;$$

$$a_6 = 0,5 (a_6 + a_7) = 18,5;$$

$$a_7 = 0,5 (a_7 + a_8) = 20,6;$$

$$a_8 = 0,5 (a_8 + a_9) = 22,7;$$

$$b_5 = 0,5 (b_5 + b_6) = 25,6;$$

$$b_6 = 0,5 (b_6 + b_7) = 27,0;$$

$$b_7 = 0,5 (b_7 + b_8) = 28,4;$$

$$b_8 = 0,5 (b_8 + b_9) = 29,8.$$

Дані варіаційних рядів зводимо в таблицю 2 і таблицю 3.

Таблиця 2

Дані варіаційних рядів вхідного тесту

i	$(u_{i-1}; u)$	u_i	n_i	P_i
1.	(6,95; 9,05)	8	4	0,0556
2.	(9,05; 11,15)	10,1	10	0,1389
3.	(11,15; 13,25)	12,2	19	0,2639
4.	(13,25; 15,35)	14,3	18	0,2500
5.	(15,35; 17,45)	16,4	4	0,0556
6.	(17,45; 19,55)	18,5	8	0,1111
7.	(19,55; 21,65)	20,6	5	0,0694
8.	(21,65; 23,75)	22,7	4	0,0556
k=8	-	-	72	1,0000

Таблиця 3

Дані варіаційних рядів вихідного тесту

i	$(u_{i-1}; u)$	u_i	n_i	P_i
1.	(19,3; 20,70)	20,0	1	0,0139
2.	(20,70; 22,10)	21,4	4	0,0556
3.	(22,10; 23,50)	22,8	2	0,0278
4.	(23,50; 24,90)	24,2	15	0,2083
5.	(24,90; 26,30)	25,6	16	0,2222
6.	(26,30; 27,70)	27,0	11	0,1528
7.	(27,70; 29,10)	28,4	22	0,3056
8.	(29,10; 30,50)	29,8	1	0,0139
k=8	-	-	72	1,0000

5. Варіаційний ряд подамо у вигляді графіка-гістограми (рис.1), або емпіричного, вибіркового розподілення вірогідності, на якому уздовж осі ординат відкладаємо P_i/h_i , а уздовж осі абсцис – u_i .

Отримаємо:

Вхідне тестування:

$$P_1/h_i = 0,0556/2,1 = 0,0265;$$

$$P_2/h_i = 0,1389/2,1 = 0,0661;$$

$$P_3/h_i = 0,2639/2,1 = 0,1257;$$

$$P_4/h_i = 0,25/2,1 = 0,1190;$$

Вихідне тестування:

$$P_1/h_2 = 0,0139/1,4 = 0,0099;$$

$$P_2/h_i = 0,0556/1,4 = 0,0397;$$

$$P_3/h_i = 0,0278/1,4 = 0,0199;$$

$$P_4/h_i = 0,2083/1,4 = 0,1488;$$

$$\begin{aligned}
P_5/h_i &= 0,0556/2,1 = 0,0265; \\
P_6/h_i &= 0,1111/2,1 = 0,0529; \\
P_7/h_i &= 0,0694/2,1 = 0,0330; \\
P_8/h_i &= 0,0556/2,1 = 0,0265;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_5/h_i &= 0,2222/1,4 = 0,1587; \\
P_6/h_i &= 0,1528/1,4 = 0,1091; \\
P_7/h_i &= 0,3056/1,4 = 0,2183; \\
P_8/h_i &= 0,0139/1,4 = 0,0099;
\end{aligned}$$

6. Після побудови варіаційного ряду розраховується оцінка математичного очікування істинного значення величини

$$\bar{u} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k u_i^* n_i = \sum_{i=1}^k u_i^* P_i, \quad (2)$$

для вхідного тестування:

$$\begin{aligned}
\bar{a} &= 8 \cdot 0,0556 + 10,1 \cdot 0,1389 + 12,2 \cdot 0,2639 + 14,3 \cdot 0,25 + 16,4 \cdot 0,0556 + 18,5 \cdot 0,1111 + \\
&+ 20,6 \cdot 0,0694 + 22,7 \cdot 0,0556 = 0,4448 + 1,403 + 3,220 + 3,575 + 0,9118 + 2,0554 + \\
&+ 1,430 + 1,262 = 14,302
\end{aligned}$$

для вихідного тестування:

$$\begin{aligned}
\bar{b} &= 20 \cdot 0,0139 + 21,4 \cdot 0,0556 + 22,8 \cdot 0,0278 + 24,2 \cdot 0,2083 + 25,6 \cdot 0,2222 + 27,0 \cdot 0,1528 + \\
&+ 28,4 \cdot 0,3056 + 29,8 \cdot 0,0139 = 0,278 + 1,1898 + 0,6338 + 5,041 + 5,6883 + 4,1256 + \\
&+ 8,6790 + 0,4142 = 26,05
\end{aligned}$$

7. При обчисленні оцінки дисперсії або середнього квадратичного відхилення, величину \bar{u} беруть з тією ж кількістю знаків, що і величину u_i . Оцінка дисперсії становить

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k n_i (u_i^* - \bar{u})^2 = \frac{n}{n-1} \sum_{i=1}^k (u_i^* - \bar{u})^2 P_i \quad (3)$$

Отримаємо: для вхідного тестування:

$$\begin{aligned}
S^2 &= \frac{72}{71} [(8-14,3)^2 \cdot 0,0556 + (10,1-14,3)^2 \cdot 0,1389 + (12,2-14,3)^2 \cdot 0,2639 + \\
&+ (14,3-14,3)^2 \cdot 0,25 + (16,4-14,3)^2 \cdot 0,0556 + (18,5-14,3)^2 \cdot 0,1111 + \\
&+ (20,6-14,3)^2 \cdot 0,0694 + (22,7-14,3)^2 \cdot 0,0556] = 14,91
\end{aligned}$$

для вихідного тестування:

$$\begin{aligned}
S^2 &= \frac{72}{71} [(20,0-26,1)^2 \cdot 0,0139 + (21,4-26,1)^2 \cdot 0,0556 + (22,8-26,1)^2 \cdot 0,0278 + \\
&+ (24,2-26,1)^2 \cdot 0,2083 + (25,6-26,1)^2 \cdot 0,2222 + (27-26,1)^2 \cdot 0,1528 + \\
&+ (28,4-26,1)^2 \cdot 0,3056 + (29,8-26,1)^2 \cdot 0,0139] = 4,85
\end{aligned}$$

8. Після підрахунку оцінок дисперсії необхідно здійснити перевірку ступеня їх точності та надійності. Для цього знаходять такі числа $\Delta\bar{u}$, при яких довірчий інтервал $(\bar{u}-\Delta\bar{u}; \bar{u}+\Delta\bar{u})$ покриватиме невідоме дійсне значення величини варіаційного ряду \bar{u} з достатньо великою вірогідністю P . Такий інтервал має назву довірчого з довірчою вірогідністю P .

Уважаючи, що вихідна раптова величина u_i має нормальний закон розподілу, можна побудувати довірчий інтервал для отримання оцінок математичного очікування m_i оцінюваного в цьому випадку за допомогою середньої арифметичної величини \bar{u} , та для дисперсії генеральної сукупності, оцінюваної за допомогою дисперсії вибірки S^2 .

Побудову довірчого інтервалу для математичного очікування m_i засновано на визначенні по таблицям розподілу Стьюдента такого числа t_{qv} , при якому інтервал

$$\left(\bar{u} - t_{qv} \frac{S}{\sqrt{n}}; \bar{u} + t_{qv} \frac{S}{\sqrt{n}}\right)$$

$$P = 1 - \frac{q}{100}$$

де q – рівень значущості дійсного значення величини, який обирається в межах (1 ... 5) %; $v = n-1$ – число ступенів свободи.

Побудову довірчого інтервалу щодо дисперсій генеральної сукупності σ_x^2 засновано на тому, що величина

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_x^2}$$

розподіляється за законом χ^2 (x^i – квадрат) розподілу Пірсона з $v = n-1$ ступенями свободи. Відтак, для

$$\bar{a} = 14,3; \quad S^2 = 14,91; \quad S = 3,86$$

побудуємо довірчий інтервал для математичного очікування (m_i) з точністю 95%. За таблицями Стьюдента для $v=71$ и $q = 100-95 = 5\%$, значення $t_{q,v} = 1,67$, а довірчий інтервал складе

$$\left(14,3 - 1,67 \cdot \frac{3,86}{\sqrt{72}}; 14,3 + 1,67 \frac{3,86}{\sqrt{72}}\right) \quad \text{або } (13,5; 15,06).$$

9. Визначимо при $q = 5\%$, або 95% довірчий інтервал для дисперсії σ_u^2 , приймаючи, що величина $\frac{(n-1)S^2}{\sigma_u^2}$ розподіляється за законом χ^2 (хі- квадрат) розподілу за Пірсоном з $\nu = n-1=71$ ступенями свободи.

Це обумовлено тим, що в деяких випадках потрібно визначати не середнє значення вимірюваної величини, а дрібне – окремих вимірювань відносно цієї середньої величини, яка характеризується величиною дисперсії розподілу. При цьому довірчий інтервал для σ_x^2 дорівнює:

$$\left[\frac{(n-1)S^2}{\chi_2^2}; \frac{(n-1)S^2}{\chi_1^2} \right].$$

Значення χ_2^2 та χ_1^2 знаходять за табличними даними для відомого ступеня свободи $\nu = n-1$ та, розрахованими за наданим значенням рівня значущості, вірогідностями

$$P_1 = 1 - 0,5 \frac{q}{100} \qquad P_2 = 0,5 \frac{q}{100} \quad \text{тобто}$$

$$P_1 = 1 - 0,5 \frac{5}{100} = 0,975 \qquad P_2 = 0,025$$

$$\chi_1^2 = 0,699 \cdot 71 = 49,6; \qquad \chi_2^2 = 1,355 \cdot 71 = 96,2$$

$$\left[\frac{(n-1)S^2}{\chi_2^2}; \frac{(n-1)S^2}{\chi_1^2} \right] = \left[\frac{71 \cdot 14,91}{96,2}; \frac{71 \cdot 14,91}{49,6} \right] = [11,0; 21,3]$$

$$\left[\frac{(n-1)S^2}{\chi_2^2}; \frac{(n-1)S^2}{\chi_1^2} \right] = \left[\frac{71 \cdot 4,85}{96,2}; \frac{71 \cdot 4,85}{49,6} \right] = [3,6; 6,9]$$

по вхідному тестуванню:

по вихідному тестуванню:

$$11 < \sigma_u^2 < 21,3$$

$$3,6 < \sigma_u^2 < 6,9$$

$$3,3 < \sigma_u^2 < 4,6$$

$$1,9 < \sigma_u^2 < 2,6$$

10. Визначаючи оцінки математичного очікування за допомогою середньої арифметичної, а дисперсію генеральної сукупності – дисперсією

вибірки, ми приймаємо гіпотезу про те, що випадкова величина підпорядковується нормальному закону розподілу. Тому необхідно здійснити перевірку статистичної гіпотези відносно значень генеральних статистичних характеристик та генеральних розподілів вірогідності.

Перевіримо гіпотезу про рівність нулю математичного очікування (m_i) істинної величини із 5 % рівнем її значущості, якщо при обробці вибірки з $n=72$ їх значеннями отримано:

$$\begin{aligned}\bar{a} &= 14,3; S = 3,86; \\ \bar{b} &= 26,05; S = 2,20.\end{aligned}$$

Критерієм при перевірці гіпотези обираємо t критерій Стьюдента:

$$t = \sqrt{n} \left(\frac{\bar{u} - c}{S} \right),$$

Отримаємо:

для вхідного тестування:

$$\begin{aligned}t &= \sqrt{72} \left(\frac{a - 0}{S} \right) = \sqrt{72} \left(\frac{14,3}{3,86} \right) = 31,4; \\ t &= \sqrt{72} \left(\frac{b - 0}{S} \right) = \sqrt{72} \left(\frac{26,05}{2,20} \right) = 100,5;\end{aligned}$$

який значно перевищує його критичне значення $t=1,67$, яке знайдено за табличними даними при $q = 5\%$ и $\nu = 71$.

Тому, відповідно до правила прийняття рішення, нульова гіпотеза відхиляється на рівні значущості 0,05 і приймається альтернативна гіпотеза, що дозволяє зробити висновок, що студенти-екологи зможуть підвищити рівень своїх професійних знань за умови організації процесу навчання за експериментальною методикою.

З метою покращення якості інформації про рівень навченості студентів вищої школи в результаті виконання навчального плану, в подальшому методика може бути адаптована для впровадження відповідних розрахунків на рівні навчального закладу, а також є корисною для фахівців наукових організацій і навчальних закладів, що проводять дослідження в галузі методології вибірових обстежень.

Література

1. **Байдак Ю. В.** Методологія та організація наукових досліджень: навч. посіб. / Ю. В. Байдак, І. А. Вереїтіна. – Одеса : ОДАХ, 2007. – 114 с.
2. **Вереїтіна І. А.** Інтегроване навчання майбутніх екологів професійно орієнтованого спілкування англійською мовою: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: спец. 13.00.02 „Теорія та методика навчання” (германські мови) / І. А. Вереїтіна – Одеса, 2011 – 22 с.
3. **Кузьмінський А. І.** Педагогіка вищої школи. Навчальний посібник / А. І. Кузьмінський. – К. : Знання, 2005. – 486 с.
4. **Сариогло В. Г.** Проблеми статистичного зважування вибіркового даних: Монографія / В. Г. Сариогло. – К. : ІВЦ Держкомстату України, 2005. – 264 с.
5. **Черняк О. І.** Техніка вибіркового дослідження / О. І. Черняк. – К. : МІВВЦ. – 2001. – 120 с.

Vereitina I. A.

The Method of Professional Knowledge Estimation Results Reliability Analysis

The methodology determining the validity of the results obtained during the forming stage of the experiment to assess the professional knowledge of the respondents, and sample testing of hypotheses involved are given. The methodology will be useful for postgraduate students and young scientists.

Key words: experiment, variation series, probability analysis, sample, array of values, scale of intervals

Відомості про автора

Вереїтіна Ірина Анатоліївна – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри гуманітарних та соціально-економічних наук навчально-наукового інституту холоду, кріотехнології та екоенергетики Одеської національної академії харчових технологій. Коло наукових інтересів зосереджене навколо інтегрованого навчання професійного спілкування студентів ВТНЗ з використанням комп'ютерних технологій.

Стаття надійшла до редакції 18.12.2012 р.
Прийнято до друку 26.04.2013 р.

I. A. Vereitina, Odesa National Academy of Food Technologies

THE METHOD OF PROFESSIONAL KNOWLEDGE ESTIMATION RESULTS RELIABILITY ANALYSIS

Vereitina I. A.

The Method of Professional Knowledge Estimation Results Reliability Analysis

The methodology determining the validity of the results obtained during the forming stage of the experiment to assess the professional knowledge of the respondents, and sample testing of hypotheses involved are given. The methodology will be useful for postgraduate students and young scientists.

Key words: experiment, variation series, probability analysis, sample, array of values, scale of intervals.

The methodology determining the validity of the results obtained during the forming stage of the experiment to assess the professional knowledge of the respondents, and sample testing of hypotheses involved are given. The methodology will be useful for postgraduate students and young scientists

Every research work requires generalization of results collected after research process. Scientists studying and analyzing represented sample data set can make conclusions about research or students knowledge level under the implementation of new methods of teaching. That is the reason why ordering analysis results realization of student's professional knowledge estimation analysis results of the evaluation with the help of probability sample is very important.

The purpose of the assessment results analysis is obtaining a small amount of key (the most informative) parameters that give an objective and accurate picture of learning groups – professional knowledge and skills, learned during the course. Selective observation is the most common of all types not overall observation. During the sample observation study not all units of the object are studied, but only some part of these selected units. However, observation is organized in such a way that the part of the

selected items reflected the whole set but in a reduced scale. Advantages of sampling method lie in the fact that its use enables to organize observation better, provides researching in minimized terms with minimal working and financial inputs. [3, 4, 5].

The purpose of the article is to bring the procedures and algorithms of method for determining the probability of results obtained during the formative stage of the evaluation of professional knowledge of the respondents to the attention of young scientists and graduate students.

Mathematical processing of the results of forming stage experiment is conducted for additional testing of the main hypothesis of the study.

Statistical analysis or parameters estimation of distribution starts with experimental data samples transformation to the type of a number variations. If as a result of the experiment a sample of any size array of values is received, for example, $u_{min}, u_1, u_2, u_3, \dots, u_{max}$, then:

- to build a number variations of interval it is necessary to define value range due to the sample,
- establish full scale ranges
- according to the chosen intervals scale to group values of sample.

To determine the optimal size of the interval h , or the one where the interval number would not be too cumbersome and at the same time would allow to identify the characteristics of the situation that is under study, Sturges formula can be used:

$$h = (u_{max} - u_{min}) / (1 + 3,322 \lg n),$$

where u_{max}, u_{min} are the highest and lowest values in some samples; n is total number of sample units.

If h is a fractionary number, it is rounded to the nearest integer or to the nearest simple fraction.

As the beginning of the first interval $a_1 = u_{min} - h/2$ is taken .

In this case if a_i is the beginning of i interval, the interval variation range is $a_1 = u_{min} - h/2, a_2 = a_1 + h; a_3 = a_2 + h$ etc.

Construction of intervals continues until the beginning of next following order of the interval will be equal or higher than u_{max} .

- Determination of the number of sample units n_i that got in each halfinterval (u_{i-1}, u_i) and relative rate of including of random value to corresponding halfinterval $P_i = n_i/n$.
- Variation range is shaped as a table and the sample units that were included to i interval are given the values $u^*_i = (u_{i-1} + u_i)/2$.

Table 1

Variations range probability distribution

i	(u_{i-1}, u_i)	u^*_i	n_i	P_i
1	(u_{min}, u_1)	u^*_1	n_1	P_1
2	(u_1, u_2)	u^*_2	n_2	P_2
3	(u_2, u_3)	u^*_3	n_3	P_3
4	(u_3, u_4)	u^*_4	n_4	P_4
5	(u_4, u_5)	u^*_5	n_5	P_5
κ			$\Sigma = n$	$\Sigma = 1$

- Variation range is provided in the form of graphics-histograms Fig. 1, that is empirical or random probability distribution, where the vertical axis lays value P_i / h_i And on the horizontal axis – u^*_i . For the total number of elements of the sample n^*_i that got in the interval h , the probability P_i is considered the same, so the histogram is composed of rectangles.

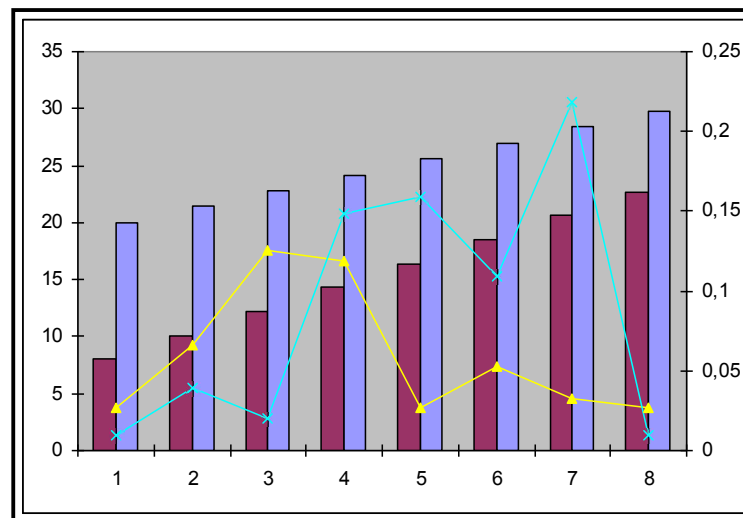


Fig.1 Graphic-histogram of probability distribution

After building a variation range assessment of mathematical expectation of the true quantity value is calculated

$$\bar{u} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k u_i^* n_i = \sum_{i=1}^k u_i^* P_i$$

When calculating variance estimation or mean square deviation the value \bar{u} is taken with the same number of characters as the value of u_i . Estimation of the variance is

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k n_i (u_i^* - \bar{u})^2 = \frac{n}{n-1} \sum_{i=1}^k (u_i^* - \bar{u})^2 P_i$$

or for the first interval

$$S_1^2 = \frac{n}{n-1} (u_1^* - \bar{u})^2 P_1$$

After calculating variance evaluations it is necessary to examine the degree of their accuracy and reliability. To do this, find the following numbers $\Delta\bar{u}$, in which confidence interval $(\bar{u} - \Delta\bar{u}; \bar{u} + \Delta\bar{u})$ will cover the unknown true valuation size of variation range \bar{u} with quite high probability of P . This interval is called a confidence with probability confidence P .

Assuming that the initial sudden value u_i has a normal rule of distribution, we can construct a confidence interval for obtaining evaluations of expectation m_i estimated in this case using the average arithmetic value \bar{u} , and dispersion general totality, estimated using the sample variance S^2 .

Construction of confidence interval for mathematical expectation m_i is based on the determination by a Student's distribution tables number t_{qv} , where interval $(\bar{u} - t_{qv} \frac{S}{\sqrt{n}}; \bar{u} + t_{qv} \frac{S}{\sqrt{n}})$ is the confidence interval, which corresponds to a confidence level of probability $P = 1 - \frac{q}{100}$ where q – significant valid quantity value which is chosen within (1.....5)%; $\nu = n - 1$ – the number of degrees of freedom.

Construction of confidence interval on the variance general totality σ_x^2 based on the fact that the value

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_x^2}$$

is distributed according to the law of χ^2 (xi-square) distribution by Pearson with $\nu = n-1$ degrees of freedom. This is because in some cases it is necessary to define not the average value of the measured value and fractional - some measurements relative to this average value, which is characterized by variance distribution. In this case, the confidence interval for σ_x^2 equals

$$\left[\frac{(n-1)S^2}{\chi_2^2}, \frac{(n-1)S^2}{\chi_1^2} \right].$$

Values χ_2^2 and χ_1^2 are found by the tabular data for the known extent freedom $\nu = n-1$ and the calculated value of the resulting significance level probability $P_1 = 1 - 0,5 \frac{q}{100}$ and $P_2 = 0,5 \frac{q}{100}$.

Defining the mathematical expectation evaluation using the average arithmetical, and the variance general totality – for the sample variance, we accept the hypothesis that the random variable obeys normal distribution rule. It is therefore necessary to examine the statistical hypotheses relative to values of general statistical characteristics and general probability distributions.

Hypothesis testing is carried out by comparing of some statistical indicators – criteria test, calculated according to the sample of values of these parameters determined theoretically by assuming that the hypothesis tested is valid.

For criteria of the checkup we choose the appropriate level of significance ($q = 10\%, 5\%, 2\%, \text{etc.}$), which corresponds to the cases that in research are considered to be almost incredible. Later on the area of applicable criteria chance to hit which, if the hypothesis is true, exactly equals that value is defined.

If the criterion belongs to the permissible values it can be assumed that the sample data do not contradict the hypothesis.

Testing hypotheses on the identity of the expectation (m_i) is set to (\bar{u}), or "zero" hypothesis is done so. The previously mentioned test methods are built on the assumption that the random value distribution law shape is known and it applies only to values of this law. However, in some cases, the look of the law of normal distribution is hypothetical and needs verification. There is a need for hypothesis test

criteria (according to sample) that the given value u_i subjects to the laws of distribution $F(x)$. If the criterion for the case in question extends the norm set, the hypothesis is accepted, if not – vice versa. In this case Pearson criterion (χ^2) is accepted.

If according to the sample a variational series with a number of elements n_i which came to i halfinterval is constructed, and the probability of getting value u_i to i halfivinterval is calculated using a hypothetical distribution – P_i , The Pearson criterion is formed as follows:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - n\tilde{P}_i)^2}{n\tilde{P}_i}$$

Criteria χ^2 has $\nu = k - \ell - 1$ degrees of freedom where ℓ is the number of parameters measured in the area of their distribution. For example, if you follow the law of normal distribution of the random variable then an assessment of its variance and expectation $\ell = 2$ is performed.

Penultimate stage of the statistical analysis of the experimental results is an alignment of the empirical probability distribution using the law of normal distribution. Because the sample does not contradict the hypothesis of normally distributed random amounts, it is advisable to express the histogram distribution using the density of the normal law of probabilities distribution:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{S} e^{-\frac{(u-\bar{u})^2}{2S^2}} = \frac{1}{S} \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(u-\bar{u})^2}{2S^2}} \right]$$

where the value in parentheses is tabulated.

At the final stage of statistical analysis a calculation of required volume of sample units (n) for obtaining a degree of evaluation of expectation with the right accuracy δ from 1% to 10% with a confidence probability $P = 0.95$, if we know the score variance S^2 calculated for one small volume of sample and one general totality. Thus, according to confidence probability P are $F_0(t) = P/2$. The ammount of t , corresponding to this value of $F_0(t)$, can be found in the table. The required sample size is $n = \frac{t^2 S^2}{\delta^2}$. Obtained values are reduced to the table ($\delta, \Delta\bar{u}, n$) upon the results of

which we plot the dependence $n(\delta)$ and define them the right amount elements in the sample.

Example 1. Checking hypothesis H_0 : state of knowledge of the respondents (students-ecologists) has not increased after the integrated course. Alternative hypothesis: respondents (students-ecologists) can enhance their professional level of English by means provided for the organization of the learning process principles of integration of the two types of activities: professionally oriented and foreign-language-speech.

1. The results of input and output tests are presented in the form of variation range of probable changes in value obtained from the experiment.

19, 11, 13, 12, 17, 15, 18, 14, 12, 22, 15, 13, 11, 14, 13, 22, 5, 13, 10, 20, 13, 17, 9, 18, 20, 13, 14, 12, 15, 8, 13, 14, 10, 13, 20, 15, 10, 14, 22, 18, 20, 18, 10, 11, 15, 8, 15, 13, 23, 13, 20, 13, 11, 13, 14, 14, 10, 13, 15, 15, 15, 10, 16, 8, 19, 18, 13, 12, 18, 13, 14, 15;

24,25, 26, 24, 26, 23, 24, 26, 26, 27, 22, 28, 27, 23, 22, 30, 26, 27, 24, 29, 28, 24, 25, 25, 25, 28, 24, 24, 27, 24, 27, 28, 29, 24, 28, 26, 27, 26, 29, 24,22, 29, 29, 24, 28, 28, 24, 26, 29, 24, 25, 28, 29, 22, 29, 20, 28, 27, 29, 28, 27, 29, 24, 28, 27, 24, 27, 26, 27, 26, 25, 28.

2. As a result of the formative stage of the experiment the obtained results of the input and output sections provided in a sample of correct responses to the 30 control questions in their native language and English, we will present them in the form of interval variation range. To construct such range we have to determine the interval value inside the sample. To determine the optimal interval size h , or one in which the interval range constructed is not so cumbersome and at the same time would allow to identify the characteristics of the phenomenon, that is under study, we use the formula of Sturges:

$$h=(U_{max}-U_{min})/(1+3,322\lg n),$$

where u_{max} , u_{min} are the highest and lowest values in some samples; n is total number of sample units.

$$h_1 = (23 - 8) / (1 + 3,322 \lg 72) = 2,09 \sim 2,1;$$

$$h_2 = (30-20) / (1+3,322 \lg 72) = 1,39 \sim 1,4;$$

$$a_1 = U_{\min.} - h/2$$

$$a_2 = a_1 + h;$$

$$a_3 = a_2 + h;$$

.....

$$a_n = a_{n+1} + h.$$

Construction of interval range lasts as long as the start of following interval will be equal to or greater than U_{\max} (input test – a_i , output test – b_i)

$$a_1 = 8 - 1,05 = 6,95;$$

$$b_1 = 20 - 0,7 = 19,3;$$

$$a_2 = 6,95 + 2,1 = 9,05;$$

$$b_2 = 19,03 + 1,4 = 20,70;$$

$$a_3 = 9,05 + 2,1 = 11,15;$$

$$b_3 = 20,70 + 1,4 = 22,10;$$

$$a_4 = 11,15 + 2,1 = 13,25;$$

$$b_4 = 22,10 + 1,4 = 23,50;$$

$$a_5 = 13,25 + 2,1 = 15,35;$$

$$b_5 = 23,50 + 1,4 = 24,90;$$

$$a_6 = 15,35 + 2,1 = 17,45;$$

$$b_6 = 24,90 + 1,4 = 26,30;$$

$$a_7 = 17,45 + 2,1 = 19,55;$$

$$b_7 = 26,30 + 1,4 = 27,70;$$

$$a_8 = 19,55 + 2,1 = 21,65;$$

$$b_8 = 27,70 + 1,4 = 29,10;$$

$$a_9 = 21,65 + 2,1 = 23,75 > 23; \quad b_9 = 29,10 + 1,4 = 30,50 > 30;$$

$$K = (1+3,322 \lg 72) = 7,2 \sim 8;$$

$$K_1=8; K_2=8.$$

3. Let's determine the number of sample units (n), ($i = 1, 2, 3 \dots 72$) that were in each halfvinterval ($u_{i+1}; u_i$) and relative frequency of random amounts getting to corresponding halfvinterval $P_i = n_i/n_{i=72}$.

The number of sample units

$$n_1 = 4; \quad n_1 = 1;$$

$$n_2 = 10; \quad n_2 = 4;$$

$$n_3 = 19; \quad n_3 = 2;$$

$$n_4 = 18; \quad n_4 = 15;$$

$$n_5 = 4; \quad n_5 = 16;$$

$$n_6 = 8; \quad n_6 = 11;$$

$$n_7 = 5; \quad n_7 = 22;$$

$$n_8 = 4; \quad n_8 = 1.$$

Thus, the relative frequency of getting random amounts to each interval is:

$$P_1 = 4 / 72 = 0,0556;$$

$$P_1 = 1 / 72 = 0,0139;$$

$$P_2 = 10 / 72 = 0,1389;$$

$$P_2 = 4 / 72 = 0,0556;$$

$$P_3 = 19 / 72 = 0,2639;$$

$$P_3 = 2 / 72 = 0,0278;$$

$$P_4 = 18 / 72 = 0,2500;$$

$$P_4 = 15 / 72 = 0,2083;$$

$$P_5 = 4 / 72 = 0,0556;$$

$$P_5 = 16 / 72 = 0,2222;$$

$$P_6 = 8 / 72 = 0,1111;$$

$$P_6 = 11 / 72 = 0,1528;$$

$$P_7 = 5 / 72 = 0,0694;$$

$$P_7 = 22 / 72 = 0,3056;$$

$$P_8 = 4 / 72 = 0,0556;$$

$$P_8 = 1 / 72 = 0,0139.$$

4. Elements in the sample that are in the i interval are provided the values:

$$\begin{aligned} a_1 &= 0,5 \quad (a_1 + a_2) = 8; & b_1 &= 0,5 \quad (b_1 + b_2) = 20,0; \\ a_2 &= 0,5 \quad (a_2 + a_3) = 10,1; & b_2 &= 0,5 \quad (b_2 + b_3) = 21,4; \\ a_3 &= 0,5 \quad (a_3 + a_4) = 12,2; & b_3 &= 0,5 \quad (b_3 + b_4) = 22,8; \\ a_4 &= 0,5 \quad (a_4 + a_5) = 14,3; & b_4 &= 0,5 \quad (b_4 + b_5) = 24,2. \end{aligned}$$

Data of variation ranges are summarized in Table 2 and Table 3.

Таблица 2

Data of variation ranges for input test

i	$(u_{i-1}; u)$	u_i	n_i	P_i
1.	(6,95; 9,05)	8	4	0,0556
2.	(9,05; 11,15)	10,1	10	0,1389
3.	(11,15; 13,25)	12,2	19	0,2639
4.	(13,25; 15,35)	14,3	18	0,2500
5.	(15,35; 17,45)	16,4	4	0,0556
6.	(17,45; 19,55)	18,5	8	0,1111
7.	(19,55; 21,65)	20,6	5	0,0694
8.	(21,65; 23,75)	22,7	4	0,0556
$k=8$	—	—	72	1,0000

Таблица 3

Data of variation ranges for output test

i	$(u_{i-1}; u)$	u_i	n_i	P_i
1.	(19,3; 20,70)	20,0	1	0,0139
2.	(20,70; 22,10)	21,4	4	0,0556
3.	(22,10; 23,50)	22,8	2	0,0278
4.	(23,50; 24,90)	24,2	15	0,2083
5.	(24,90; 26,30)	25,6	16	0,2222
6.	(26,30; 27,70)	27,0	11	0,1528
7.	(27,70; 29,10)	28,4	22	0,3056
8.	(29,10; 30,50)	29,8	1	0,0139
$k=8$	—	—	72	1,0000

5. Variation range served in a graph-histogram (Fig. 1) or sample of probability distribution, with P_i/h_i plotted along the ordinate axis and u_i – along the x-axis.

Result:

Input Test:

$$P_1/h_i = 0,0556/2,1 = 0,0265;$$

$$P_2/h_i = 0,1389/2,1 = 0,0661;$$

Output test:

$$P_1/h_2 = 0,0139/1,4 = 0,0099;$$

$$P_2/h_i = 0,0556/1,4 = 0,0397;$$

$$P_3/h_i = 0,2639/2,1 = 0,1257;$$

$$P_3/h_i = 0,0278/1,4 = 0,0199;$$

$$P_4/h_i = 0,25/2,1 = 0,1190;$$

$$P_4/h_i = 0,2083/1,4 = 0,1488;$$

$$P_5/h_i = 0,0556/2,1 = 0,0265;$$

$$P_5/h_i = 0,2222/1,4 = 0,1587;$$

$$P_6/h_i = 0,1111/2,1 = 0,0529;$$

$$P_6/h_i = 0,1528/1,4 = 0,1091.$$

6. After building a variation range the score of mathematical expectation of the value of a quantity is calculated

$$\bar{u} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k u_i^* n_i = \sum_{i=1}^k u_i^* P_i, \quad (2)$$

for input testing:

$$\begin{aligned} \bar{a} &= 8 \cdot 0,0556 + 10,1 \cdot 0,1389 + 12,2 \cdot 0,2639 + 14,3 \cdot 0,25 + 16,4 \cdot 0,0556 + 18,5 \cdot 0,1111 + \\ &+ 20,6 \cdot 0,0694 + 22,7 \cdot 0,0556 = 0,4448 + 1,403 + 3,220 + 3,575 + 0,9118 + 2,0554 + \\ &+ 1,430 + 1,262 = 14,302 \end{aligned}$$

for output testing:

$$\begin{aligned} \bar{b} &= 20 \cdot 0,0139 + 21,4 \cdot 0,0556 + 22,8 \cdot 0,0278 + 24,2 \cdot 0,2083 + 25,6 \cdot 0,2222 + 27,0 \cdot 0,1528 + \\ &+ 28,4 \cdot 0,3056 + 29,8 \cdot 0,0139 = 0,278 + 1,1898 + 0,6338 + 5,041 + 5,6883 + 4,1256 + \\ &+ 8,6790 + 0,4142 = 26,05 \end{aligned}$$

7. When calculating variance estimation or mean square deviation, value \bar{u} is taken with the same number of characters as the value of u_i . Estimation of the variance is

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k n_i (u_i^* - \bar{u})^2 = \frac{n}{n-1} \sum_{i=1}^k (u_i^* - \bar{u})^2 P_i \quad (3)$$

We obtain: For test input:

$$\begin{aligned} S^2 &= \frac{72}{71} [(8-14,3)^2 \cdot 0,0556 + (10,1-14,3)^2 \cdot 0,1389 + (12,2-14,3)^2 \cdot 0,2639 + \\ &+ (14,3-14,3)^2 \cdot 0,25 + (16,4-14,3)^2 \cdot 0,0556 + (18,5-14,3)^2 \cdot 0,1111 + \\ &+ (20,6-14,3)^2 \cdot 0,0694 + (22,7-14,3)^2 \cdot 0,0556] = 14,91 \end{aligned}$$

for output testing:

$$\begin{aligned} S^2 &= \frac{72}{71} [(20,0-26,1)^2 \cdot 0,0139 + (21,4-26,1)^2 \cdot 0,0556 + (22,8-26,1)^2 \cdot 0,0278 + \\ &+ (24,2-26,1)^2 \cdot 0,2083 + (25,6-26,1)^2 \cdot 0,2222 + (27-26,1)^2 \cdot 0,1528 + \\ &+ (28,4-26,1)^2 \cdot 0,3056 + (29,8-26,1)^2 \cdot 0,0139] = 4,85 \end{aligned}$$

8. After calculating variance estimates it is necessary to examine the degree of accuracy and reliability. To do this, find the following numbers $\Delta\bar{u}$, where confidence interval $(\bar{u} - \Delta\bar{u}; \bar{u} + \Delta\bar{u})$ covers the unknown true value of amount of \bar{u} variation range of sufficiently high probability of P. This interval is called a confidence with confidential probability P.

Considering that the initial random value u_i has a normal law of distribution, we can construct a confidence interval for obtaining estimates of mathematical expectation m_i estimated in this case using arithmetic mean of value \bar{u} , and for the variance general totality, estimated using the sample variance S^2

Construction of a confidence interval for mathematical expectation m_i is based on the determination by a Student's distribution table of numbers t_{qv} , in which the interval

$$\left(\bar{u} - t_{qv} \frac{S}{\sqrt{n}}; \bar{u} + t_{qv} \frac{S}{\sqrt{n}}\right)$$

$$P = 1 - \frac{q}{100}$$

where q – the significance level of the actual quantity value which is chosen in range (1 ... 5)%; $\nu = n-1$ is the number of degrees of freedom.

Construction of a confidence interval on the variance general totality σ_x^2 based on the fact that the value

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_x^2}$$

is distributed according to the law χ^2 (xi – square) distribution of Pearson with $\nu = n-1$ degrees of freedom. Thus, for

$$\bar{a} = 14,3; \quad S^2 = 14,91; \quad S = 3,86$$

we construct confidence interval for mathematical expectation (m_i) With a 95% accuracy. For the Student's table for $\nu = 71$ and $q = 100-95 = 5\%$, the value $t_{q,\nu} = 1,67$ and confidence interval will make

$$\left(14,3 - 1,67 \cdot \frac{3,86}{\sqrt{72}}; 14,3 + 1,67 \cdot \frac{3,86}{\sqrt{72}}\right) \text{ or } (13,5; 15,06).$$

9. Define when $q = 5\%$ or 95% confidence interval for the variance σ_u^2 assuming that the value $\frac{(n-1)S^2}{\sigma_u^2}$ is distributed according by the law χ^2 (xi-square) distribution by Pearson with $\nu = n-1 = 71$ degrees of freedom.

This is because in some cases it is necessary to determine not the mean value of the measured value but low value - separate measurements relative to this average, which is characterized by the variance of the distribution. In this case the confidence interval for σ_x^2 is:

$$\left[\frac{(n-1)S^2}{\chi_2^2}; \frac{(n-1)S^2}{\chi_1^2} \right].$$

Value χ_2^2 and χ_1^2 can be found by tabular data for the known extent freedom $\nu = n-1$ and calculated for given values of significance probability.

$$P_1 = 1 - 0,5 \frac{q}{100} \qquad P_2 = 0,5 \frac{q}{100}$$

$$P_1 = 1 - 0,5 \frac{5}{100} = 0,975 \qquad P_2 = 0,025$$

$$\chi_1^2 = 0,699 \cdot 71 = 49,6; \qquad \chi_2^2 = 1,355 \cdot 71 = 96,2$$

$$\left[\frac{(n-1)S^2}{\chi_2^2}; \frac{(n-1)S^2}{\chi_1^2} \right] = \left[\frac{71 \cdot 14,91}{96,2}; \frac{71 \cdot 14,91}{49,6} \right] = [11,0; 21,3]$$

$$\left[\frac{(n-1)S^2}{\chi_2^2}; \frac{(n-1)S^2}{\chi_1^2} \right] = \left[\frac{71 \cdot 4,85}{96,2}; \frac{71 \cdot 4,85}{49,6} \right] = [3,6; 6,9]$$

Input testing:

$$11 < \sigma_u^2 < 21,3$$

$$3,3 < \sigma_u^2 < 4,6$$

Output testing:

$$3,6 < \sigma_u^2 < 6,9$$

$$1,9 < \sigma_u^2 < 2,6$$

10. Defining the evaluation of mathematical expectation using the arithmetic mean and the variance general totality – dispersion sample, we accept the hypothesis that the random variable obeys the normal distribution law. Therefore it is necessary to carry out testing statistical hypotheses relatively to general statistical values characteristics and general probability distributions.

Let's check the hypothesis of "zero" value of mathematical expectation (m_i) of the true amount of 5% level of significance, if the processing of a sample of $n = 72$ their values obtained, we obtain:

$$\bar{a} = 14,3; S = 3,86;$$

$$\bar{b} = 26,05; S = 2,20.$$

Criterion when testing hypotheses we choose t Student test: $t = \sqrt{n} \left(\frac{\bar{u} - c}{S} \right)$

We obtain:

for input testing:

$$t = \sqrt{72} \left(\frac{a - 0}{S} \right) = \sqrt{72} \left(\frac{14,3}{3,86} \right) = 31,4;$$

$$t = \sqrt{72} \left(\frac{b - 0}{S} \right) = \sqrt{72} \left(\frac{26,05}{2,20} \right) = 100,5;$$

which is much greater than its critical value $t = 1,67$, obtained by tabular data with $q = 5$ and $v = 71$.

So in accordance with the rules of decision, the null hypothesis is rejected at level of significance 0.05 and the alternative hypothesis that suggests that students-ecologists will enhance their professional knowledge provided by the organization of the learning process with experimental techniques is accepted.

In order to improve the quality of information about the level of training of students higher school as a result of the curriculum in the future technique can be adapted for implementation of the corresponding calculations for institutional level and also is useful for scientific organizations and educational institutions that conduct research in methodology of sample surveys.

References

1. **Baidak Yu.V.** Metodologiya ta orhanizacia naykovih doslidzhen' [Methodology and organizatioan of scientific researches] tutorial / Yu.V. Baidak, I. A. Vereitina. – Odessa : ODAH, 2007. – 114 p.
2. **Vereitina I.A.** Integrovane navchannya maibutnih ekologiv profesiino orientovanoho spilkuvannya angliiskou movou [Training or future ecologists

professionally-oriented communication using English language] Dissertation author “Teoriya ta metodika navchannya germanskoï movi (Theory and Methodology of Studying German language)” /I.A.Veretina. – Odessa, 2011. – 22 p.

3. **Kyzminski A. I.** Pedagogika Vyshchoi Shkoly [Pedagogic of Highest School] /A. I. Kyzminski – K. : Znannya, 2005. – 486 p.

4. **Sarioglo V. G.** Problemy statystychnogo zvazhyvannya vybirkovykh dannykh [Problems of valuing Sample Datas] Monograph / V.G.Sarioglo. – K. : IVC Derzhkomstat of Ukraine, 2005. – 264 p.

5. **Chernyak O. I.** Tehnika vibirkovih doslidzhn' [Technique of Sample Research] / O. I. Chernyak. – K. : MIVVC. – 2001. – 120 p.

Вереїтіна І. А.

Методика аналізу вірогідності результатів оцінювання професійних знань
Наведено методику визначення вірогідності результатів, отриманих у ході формувального етапу експерименту з оцінювання професійних знань респондентів, і приклад перевірки задіяних гіпотез. Методика буде корисною для аспірантів та молодих науковців.

Ключові слова: експеримент, варіаційний ряд; вірогіднісний аналіз, вибірка, масив значень, шкала інтервалів.

Вереїтіна І. А.

Методика анализа достоверности результатов оценивания профессиональных знаний

Приведена методика определения достоверности результатов, полученных в ходе формирующего этапа эксперимента по оценке профессиональных знаний респондентов, и пример проверки задействованных гипотез. Методика будет полезной для аспирантов и молодых ученых.

Ключевые слова: эксперимент, вариационный ряд; вероятностный анализ, выборка, массив значений, шкала интервалов.

Information about the author

Iryna Anatoyivna Vereitina – Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor of Department of Humanities and Social and Economic Sciences Education and Scientific Institute of Refrigeration, Cryotechnology and Ekoenergy of Odessa National Academy of Food Technologies. Research interests are centered around

integrated education professional communication of students of VTNZ using the computer technology.

The article was received by the Editorial Office on 18.12.2012

The article was put into print on 26.04.2013