

УЧЕТ ВЛИЯНИЯ УПРУГОСТИ ВАЛА НА ДВИЖЕНИЕ ЧЕТЫРЕХКОЛЕСНОГО МОСТОВОГО КРАНА С ОБЩИМ ПРИВОДОМ

Поликарпов Ю. В.

Путем сравнения теоретических и экспериментальных кривых свободного движения четырехколесного крана с общим приводом установлено, что предложенная ранее математическая модель, не учитывающая упругую податливость вала, неудовлетворительно описывает процесс движения. Предложена новая модель, учитывающая упругую податливость соединительного вала. Новая модель устанавливает зависимости между основными конструктивными параметрами крана, включая перекосы колес, и текущими значениями радиусов кривизны траектории крана, смещениями реборд в поле зазоров, моментом упругого закручивания вала. Сравнение теоретических кривых, построенных на основе новой модели, с результатами экспериментов показало их качественное соответствие. В связи с недостаточной полнотой экспериментальных данных вывод о качественном соответствии является предварительным.

Шляхом порівняння теоретичних і експериментальних кривих вільного руху чотириколісного крана із загальним приводом встановлено, що запропонована раніше математична модель, що не враховує пружну податливість валу, незадовільно описує процес руху. Запропонована нова модель, що враховує пружну податливість сполучного валу. Нова модель встановлює залежності між основними конструктивними параметрами крана, включаючи перекося коліс, і поточними значеннями радіусів кривизни траєкторії крана, зсувами реборд у полі зазорів, моментом пружного закручування валу. Порівняння теоретичних кривих, побудованих на основі нової моделі, з результатами експериментів показало їх якісну відповідність. У зв'язку з недостатньою повнотою експериментальних даних висновок про якісну відповідність є попереднім.

By comparison of theoretical and experimental curves of free motion of four-wheel faucet with a common drive it is set that the mathematical model offered before, not taking into account resilient pliability of a shaft, describes the process of motion unsatisfactorily. A new mathematical model taking with resilient pliability of connecting shaft is offered. A new mathematical model sets dependences between the basic structural parameters of faucet, which includes the corners of wheels deflect, and current values of curvature radiuses of faucet trajectory, displacements of wheels lateral borders in the boundaries of gaps, moment of resilient rollup of a shaft. The comparison of the theoretical curves, built on the basis of new model, with the results of experiments rotined their quality compliance. In connection with insufficient plenitude of experimental information a conclusion about quality compliance is preliminarily.

Поликарпов Ю. В.

канд. техн. наук, доц. кафедры ПТМ ДГМА
ptm@dgma.donetsk.ua

УДК 621.874.04

Поликарпов Ю. В.

УЧЕТ ВЛИЯНИЯ УПРУГОСТИ ВАЛА НА ДВИЖЕНИЕ ЧЕТЫРЕХКОЛЕСНОГО МОСТОВОГО КРАНА С ОБЩИМ ПРИВОДОМ

В решении проблемы повышения срока службы колес мостовых кранов на рельсовом ходу первостепенное значение имеет задача определения закона движения крана.

В работах [1, 2] свободное движение четырехколесных и многоколесных кранов с общим приводом рассмотрено в предположении, что вал, соединяющий приводные колеса, является абсолютно жестким. Для анализа правомерности этого допущения рассмотрим экспериментальные данные других исследователей, касающиеся движения кранов с общим приводом. К их числу относится работа [3]. Значительная её часть посвящена исследованию движения крана на цилиндрических колесах. Исследования проводились на четырехколесном кране со следующими параметрами: грузоподъемность – 20 т; пролет – 30 м; база – 4,3 м; масса моста 53,5 т; масса тележки – 7,9 т; мощность привода передвижения – 30 кВт. Колеса этого крана были установлены под следующими углами: $\beta_1 = 10^\circ$; $\beta_2 = 25^\circ$; $\beta_3 = -140^\circ$; $\beta_4 = 50^\circ$. База измерений в тексте статьи не указана. Предполагаем, что за базу было принято направление рельсового пути. Двухсторонняя величина бокового зазора между ребрами и рельсами составляла 40 мм.

При проведении экспериментов измерялись зазоры между левыми колесами крана и рельсами. Результаты представлены в виде графика, рис. 1. В числе прочих кривых (на рис. 1 не показаны) на нем имеются траектории движения левых колес крана в поле зазора. Кривые построены на основе данных пяти экспериментов, причем отмечена высокая повторяемость результата. По оси X отложен путь крана, м, по оси Y – смещение левых колес, мм.

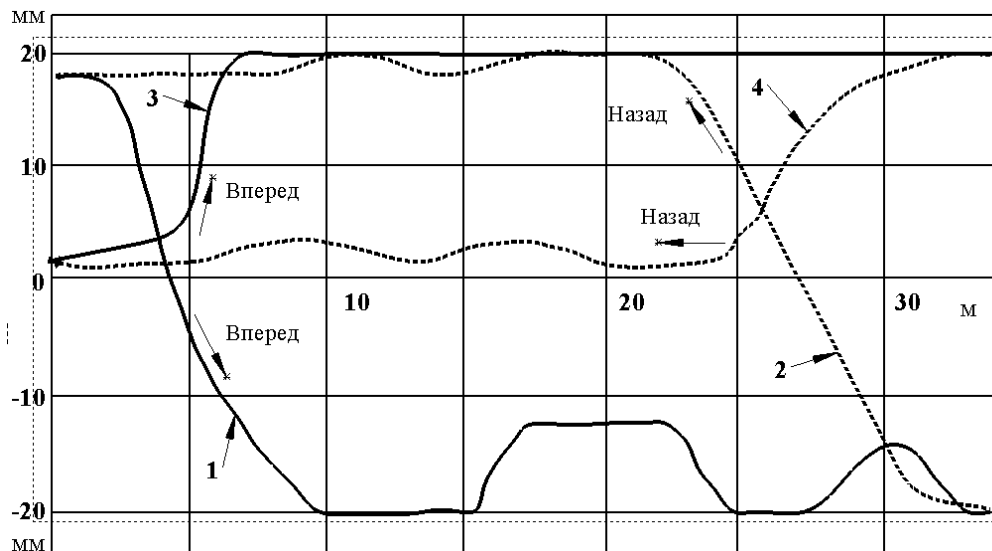


Рис. 1. Траектории движения левых колес крана в поле зазоров [2]:

1 и 2 – траектории движения левого холостого колеса вперед, в сторону приводных колес, и назад; 3 и 4 – траектории движения левого приводного колеса вперед и назад

Вид этих кривых показывает, что, несмотря на наличие общего привода, реборды, как передних, так и задних колес крана довольно быстро вступают в контакт с рельсами. Это вызвано чрезмерно большими перекасами колес, значительно превышающими допускаемые величины.

Определим общую тенденцию изменения вида кривых движения крана при изменении податливости валопровода. Очевидно, что кривые соответствующие отличным от нуля конечным значениям податливости валопровода, будут располагаться между кривыми, соответствующими двум предельным значениям его податливости: абсолютной податливости (раздельный привод) и нулевой податливости (общий привод с абсолютно жестким валом). Вид этих кривых схематически показан на рис. 2. Кривизна каждой из них постоянна.

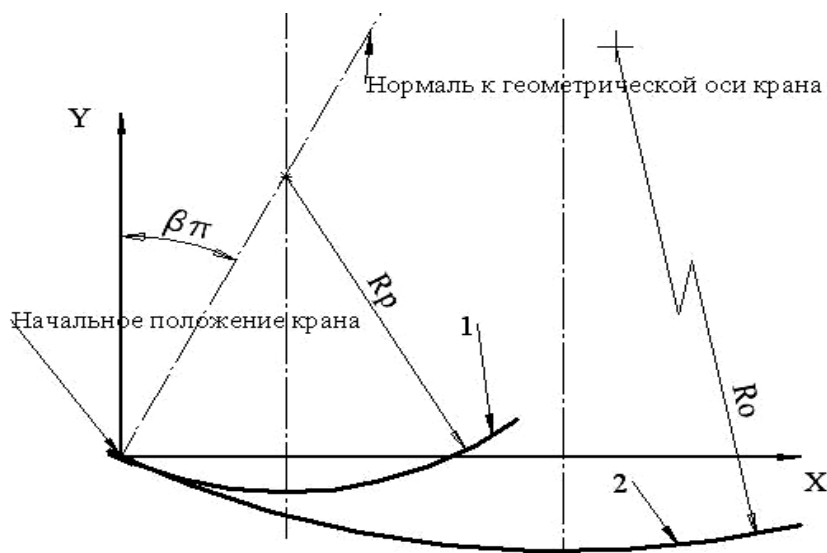


Рис. 2. Схема предельных траекторий движения крана:

1 – при раздельном приводе; 2 – при общем приводе и абсолютной жесткости валопровода

На схеме рис. 2 в качестве направления оси X принято направление рельсового пути, а в качестве начала координат – геометрический центр крана в исходном положении, или, приближенно, средняя точка линии левых колес крана. Кран в исходном положении развернут относительно направления OX на угол β_n . Центры кривизны траекторий при раздельном R_p , и общем R_o приводе находятся на нормали к геометрической оси крана.

Из рис. 2 видно, что при учете податливости валопровода (переход от кривой 2 к кривой 1) те же значения положительных смещений колес крана будут соответствовать меньшим значениям путей крана, а экстремальные значения отрицательных смещений будут убывать. На основании этого можно сделать вывод о том, что при учете податливости валопровода возрастут положительные смещения и уменьшатся отрицательные. Кроме того, при достаточно малых углах начального перекоса кривые 1 и 2 на начальном участке могут располагаться по разные стороны оси OX .

Построим теоретические кривые движения колес этого крана в соответствии с результатами работы [1]. Для этого, переведя результаты измерений углов перекоса в радианы, определим угол эффективного перекоса колес $\beta_э$, угол перекоса крана относительно базового направления β_n и радиусы кривизны траектории при раздельном и общем приводе без учета податливости вала:

$$\beta_э = (\beta_1 + \beta_2) - (\beta_3 + \beta_4) = 0,036361 ;$$

$$\beta_n = (\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4) / 4 = -0,0039997 ;$$

$$R_p = \frac{2B}{\beta_э} = 236,517\text{м} ;$$

$$R_o = \frac{2B^2 + L^2}{B * \beta_3} = 5992,7\text{м},$$

где B – база крана; L – пролет крана.

Расчет смещения колес крана до момента касания реборд с рельсами для крана с раздельным приводом и абсолютно жестким валом выполним по обычным формулам для определения координат точек на окружности с учетом угла начального перекоса крана. Результаты расчета приведены на рис. 3.

Анализ данных рис. 3 показывает, что при общем приводе с абсолютно жестким валом начальное смещение колес происходит в отрицательном направлении, т. е. противоположно их смещению по данным экспериментов.

При раздельном приводе направление смещения совпадает с данными эксперимента, но путь крана до вступления реборд в контакт с рельсами примерно в три раза короче.

Такие большие различия говорят о том, что допущение об абсолютной жесткости вала неприемлемо, но и пренебрегать влиянием общего вала нельзя. На основании рис. 2 можно предположить, что учет податливости вала позволит точнее описать движение крана.

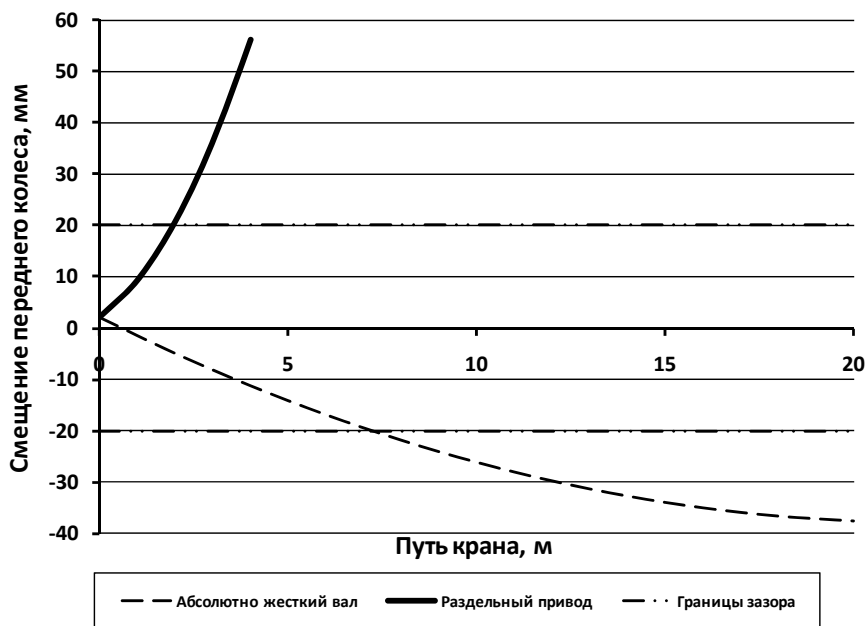


Рис. 3. Теоретические кривые смещения левого переднего колеса рассматриваемого крана при раздельном приводе и общем приводе с абсолютно жестким валом

Целью данной работы является разработка математической модели свободного движения четырехколесного крана с общим приводом с учетом упругой податливости вала и разности диаметров приводных колес.

В общем случае можно выделить три характерных участка свободного движения крана до момента касания реборд с рельсами: выбор зазоров в муфтах соединяющего колеса валопровода; упругое закручивание вала; движение при постоянном угле закручивания вала и радиусе кривизны траектории (свободное движение может закончиться раньше начала третьего участка).

Схема крана и приложения к его колесам продольных и поперечных сил приведена на рис. 4.

В начальный момент движения крана разность путей колес равна нулю, продольные силы S действуют в одном направлении и зазоры в муфтах b выбираются в одну сторону.

По мере движения участок валопровода к колесу, катящемуся по окружности меньшего радиуса, например 1, за счет разности путей колес постепенно разгружается. Недостающая величина момента воспринимается участком валопровода к колесу 2. Наступает время, когда момент, передаваемый участком валопровода к колесу 1, становится равным нулю. Затем следует участок движения, на котором разность путей колес компенсируется зазорами в муфтах участка валопровода от привода 5 к отстающему колесу 1, которые выбираются в противоположном направлении. По окончании выбора зазоров этот участок валопровода начинает закручиваться в противоположную сторону. При этом сумма крутящих моментов на участках валопровода $5 - 1$ и $5 - 2$ остается постоянной и равной моменту сопротивления движению крана.

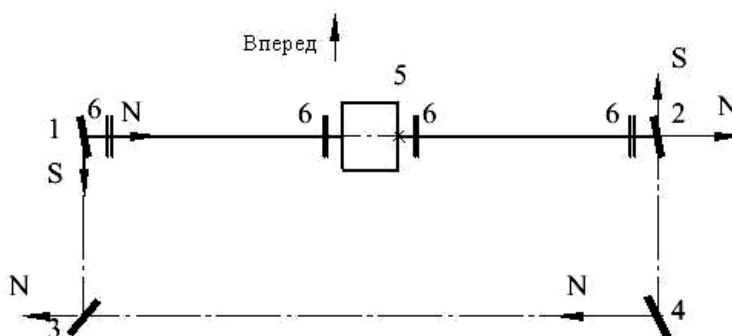


Рис. 4. Схема установки колес и действия сил:

1, 2, 3, 4 – колеса; 5 – привод; 6 – муфты; S – продольные силы; N – поперечные силы

Считаем, что до окончания выбора зазоров в муфтах привод можно принять отдельным и радиус кривизны траектории на этом участке определять по соответствующей формуле. Основанием для этого служит то, что предполагаемая величина момента упругого закручивания значительно превышает половину момента сопротивления движению крана.

После выбора зазоров фрикционные контакты колес с рельсами нагружаются постепенно возрастающими продольными усилиями S разных знаков, которые вызывают появление продольного упругого скольжения колес, а также поперечных сил N и обусловленного ими поперечного упругого скольжения колес.

По достижении усилиями S такой величины, при которой разность путей колес будет полностью компенсироваться продольным упругим скольжением, закручивание вала прекратится, и радиус кривизны траектории достигнет установившегося значения. Считая, в первом приближении, приложенные к колесам 1 и 2 силы сопротивления движению равными по величине [4], отбросим их. Тогда силы S будут равными по модулю.

В общем случае разность путей колес, имеющих разные диаметры, при их движении по траекториям с различными радиусами кривизны компенсируется упругим закручиванием вала и продольным упругим скольжением колес. На основании этого можем записать следующее дифференциальное уравнение перемещения крана:

$$dx \frac{L}{R_o} = \frac{R_k^2}{G * J_p} * L * dS + \frac{2S}{k_s} * dx, \tag{1}$$

где dx – приращение пути крана; R_k – радиус колеса; G – модуль упругости при сдвиге; J_p – полярный момент инерции сечения вала; k_s – коэффициент продольного скольжения.

В выражении (1) две зависимые переменные – S и R_o . Выразим R_o через S . Для этого вычислим текущее значение радиуса кривизны траектории как величину, обратную сумме

кривизны траектории при раздельном приводе и добавочной кривизны, обусловленной наличием продольных сил S , а также разностью диаметров колес:

$$R_o = \frac{R\delta * R_p}{R\delta - R_p},$$

где $R\delta$ – радиус кривизны траектории, обусловленной действием продольных усилий и разности диаметров колес.

После подстановки значений и преобразований получим:

$$R_o = \frac{R_p * B^2 * k_n}{B^2 * k_n \left(1 \pm \frac{R_p \delta}{R_k L} \right) - R_p * S * L}, \tag{2}$$

где k_n – коэффициент поперечного скольжения; δ – разность диаметров колес; знак плюс в знаменателе ставится в том случае, если диаметр приводного колеса, более удаленного от центра кривизны, больше диаметра второго приводного колеса.

После подстановки (2) в (1) получим:

$$\frac{R_k^2}{G * J_p} * \frac{dS}{dx} + S * \left(\frac{2}{k_s L} + \frac{L}{B^2 k_n} \right) - \frac{1}{R_p} \mp \frac{\delta}{R_k L} = 0. \tag{3}$$

Рассмотрим некоторые частные случаи.

Приравняв знаменатель выражения (2) нулю, найдем величину продольного усилия, при которой траектория движения крана спрямляется:

$$S_c = \frac{B^2 * k_n}{R_p * L} \left(1 \pm \frac{R_p \delta}{R_k L} \right), \tag{4}$$

где S_c – величина продольного усилия, при которой спрямляется траектория движения крана.

Приняв в (3) $dS = 0$ и $k_s = k_n$, найдем максимальную величину продольного усилия, которая соответствует окончанию закручивания вала при равенстве коэффициентов продольного и поперечного скольжения:

$$S^{\max} = \frac{L * k_n}{2R_p \left(1 + \frac{L^2}{2B^2} \right)} \left(1 \pm \frac{R_p \delta}{R_k L} \right).$$

Подставив найденную величину в (2) после преобразований получим выражение для определения максимальной величины радиуса кривизны траектории четырехколесного крана с общим приводом, соответствующей окончанию закручивания вала:

$$R_o^{\max} = R_p * \left(1 + \frac{L^2}{2B^2} \right) / \left(1 \pm \frac{R_p \delta}{R_k L} \right). \tag{5}$$

При $\delta = 0$ выражение (5) совпадает с полученным другим путем в работе [1] выражением для определения R_o без учета упругой деформации вала.

Обозначим в уравнении (3):

$$\frac{R_k^2}{G * J_p} = a; \quad \frac{2}{k_s L} + \frac{L}{B^2 k_n} = b. \quad \frac{1}{R_p} \mp \frac{\delta}{R_k L} = c. \quad (6)$$

Решение дифференциального уравнения (3) с учетом (6) при начальных условиях $x = 0$; $S = 0$ имеет вид:

$$S = \frac{c}{b} \left(1 - e^{\left(-\frac{bx}{a} \right)} \right). \quad (7)$$

Выражение (7) можно представить в виде:

$$S = S^{\max} \left(1 - e^{\left(-\frac{bx}{a} \right)} \right).$$

Подставив (7) в (2) и выполнив преобразования, получим выражение для определения закона изменения радиуса кривизны:

$$R_o = \frac{R_p * (2B^2 + L^2)}{\left(2B^2 + L^2 e^{-\frac{bx}{a}} \right) \left(1 \pm \frac{R_p \delta}{R_k L} \right)}. \quad (8)$$

На рис. 4 приведены построенные по выражению (8) графики изменения R_o в функции пути рассматриваемого крана при диаметре колес 500 мм и различных диаметрах соединяющего вала (в работе [3] данные о диаметрах вала и колес не приведены) без учета разности диаметров колес.

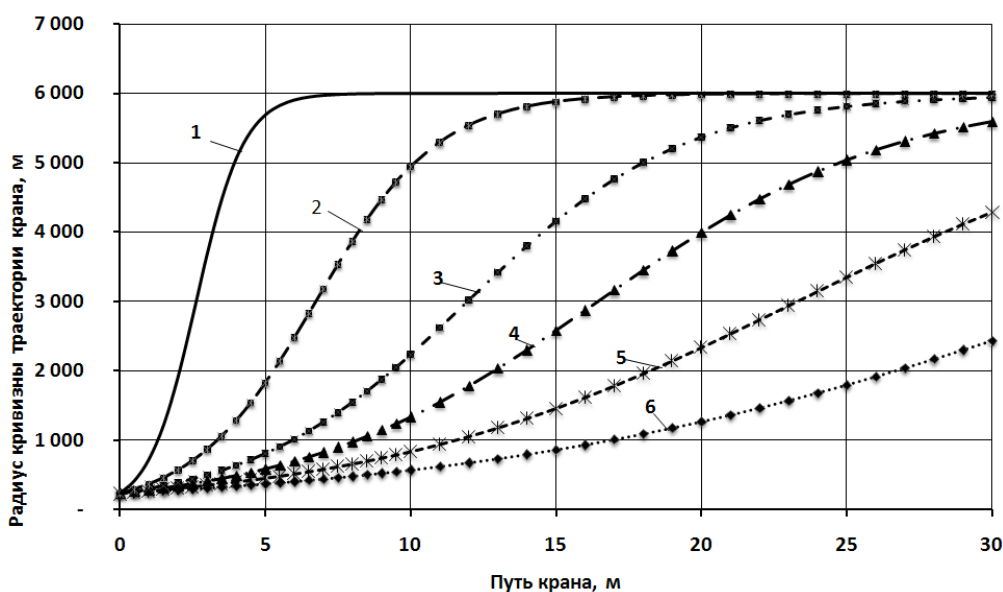


Рис. 5. Изменение радиуса кривизны траектории крана в функции его пути при различных диаметрах соединительного вала диаметром:

1 – 95 мм; 2 – 75 мм; 3 – 65 мм; 4 – 60 мм; 5 – 55 мм; 6 – 50мм

Из рис. 4 видно, что характер изменения радиуса кривизны траектории сильно зависит от диаметра вала, а точнее, податливости элементов привода на участке между колесами 1, 2.

Очевидно, что в связи с переменным значением радиуса выражение (8) не позволяет построить траекторию движения крана. Для ее построения необходимо найти функциональную зависимость вида $y = f(x)$, где x – путь крана, y – его смещение. Под смещением крана будем понимать смещение его геометрического центра, приняв в качестве такового среднюю точку линии, соединяющей левые колеса. Воспользуемся известным выражением для кривизны плоской линии, на основании которого с учетом (8) можем записать:

$$y'' = \left(1 + (y')^2\right)^{\frac{3}{2}} \times \frac{2B^2 + L^2 \times e^{-\frac{bx}{a}}}{Rp \times (2B^2 + L^2)} \left(1 \pm \frac{R_p \delta}{R_k L}\right).$$

Пренебрегая величиной $(y')^2$ в сравнении с единицей, получим:

$$y'' = \frac{2B^2 + L^2 \times e^{-\frac{bx}{a}}}{Rp \times (2B^2 + L^2)} \left(1 \pm \frac{R_p \delta}{R_k L}\right). \tag{9}$$

Общее решение (9) при вещественном x имеет вид:

$$y(x) = \left\{ \frac{B^2 x^2 + \frac{L^2 \times a^2 \times e^{-\frac{bx}{a}}}{b^2}}{Rp \times (2B^2 + L^2)} + C_1 x + C_2 \right\} \left(1 \pm \frac{R_p \delta}{R_k L}\right), \tag{10}$$

где C_1 и C_2 – константы, определяемые из начальных условий. При начальных условиях $y(0) = 0$; $y'(0) = 0$, решение примет вид:

$$y(x) = \left\{ \frac{B^2 x^2 + \frac{L^2 \times a^2 \times e^{-\frac{bx}{a}}}{b^2}}{Rp \times (2B^2 + L^2)} + \frac{L^2 ax}{Rp \times (2B^2 + L^2) b} - \frac{L^2 a^2}{Rp \times (2B^2 + L^2) b^2} \right\} \left(1 \pm \frac{R_p \delta}{R_k L}\right).$$

Определим начальные условия применительно к рассматриваемому эксперименту. Не имея данных о зазорах, считаем, что начало закручивания вала совпадает с началом движения. Координата $y(0)$, соответствующая средней точке левой стороны крана, определится как полусумма соответствующих координат переднего и заднего колеса. Из рис. 1 $y_1(0) = 2$ мм; $y_3(0) = 18$ мм, тогда $y(0) = 10$ мм. В качестве величины $y'(0)$ может быть принят угол перекоса крана в исходной точке β_n . Его значение, определенное выше исходя из перекосов колес, равно – 0,0039997 рад.

При этих начальных условиях построен показанный на рис. 6 график зависимости смещения геометрического центра крана в функции его пути.

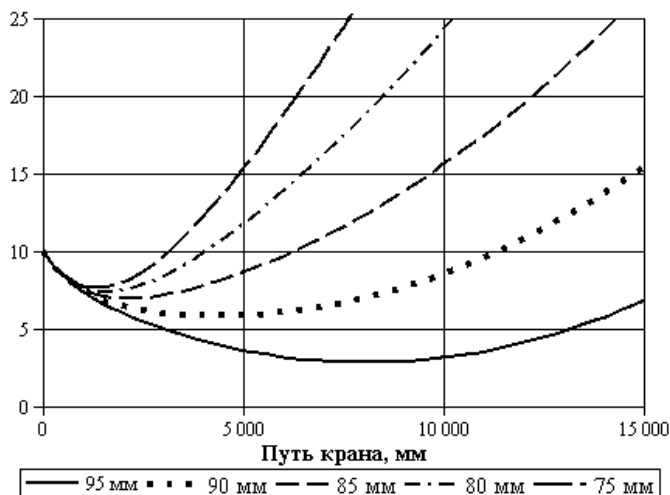


Рис. 6. Теоретические кривые смещения средней точки левой стороны крана в поле зазора при различных диаметрах соединяющего вала

Тенденция изменения вида кривых при изменении диаметра вала соответствует схеме рис. 2.

В конечном счете, нас интересуют смещения в поле зазора не геометрического центра, а колес крана. Уравнение движения колес в поле зазора имеет вид:

$$y_{1(3)}(x) = y(x) \pm \frac{B}{2} y'(x), \tag{11}$$

где $y_{1(3)}(x)$ – координата у первого, или третьего колеса.

В выражении (11) определению координаты переднего колеса 1 соответствует знак плюс, а заднего колеса 3 – минус.

Построенные по выражению (11) теоретические кривые смещения переднего и заднего колес приведены на рис. 7.

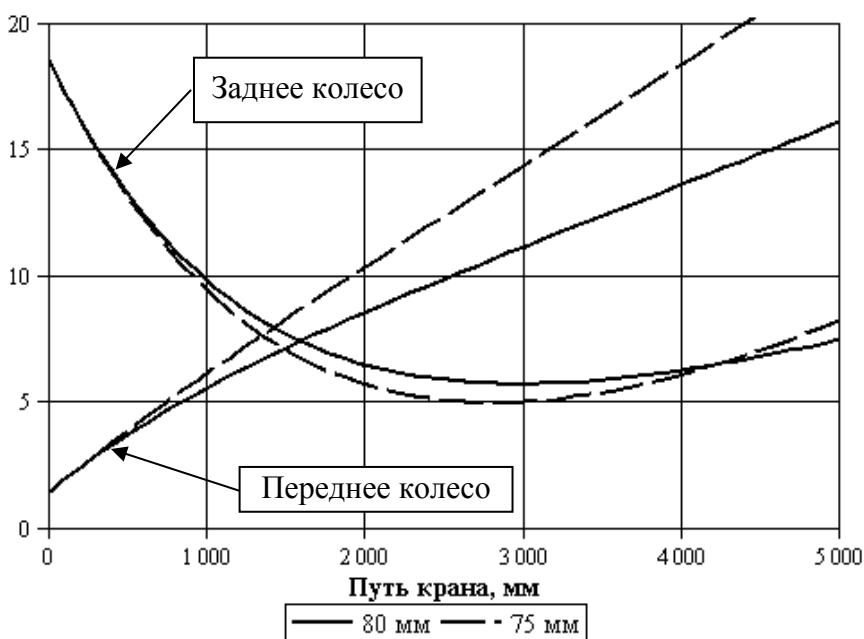


Рис. 7. Смещение переднего и заднего колес на участке свободного движения крана при валах диаметром 75 и 80 мм

Вид кривых смещения колес в поле зазора на качественном уровне соответствует виду начальных участков кривых на рис. 1:

1. Смещение переднего колеса возрастает, а заднего – убывает.
2. Переднее колесо первым достигает предельной величины смещения.
3. Пути крана до момента касания реборды переднего колеса и рельса по данным экспериментов (7 м), и по теоретическим кривым (4,5–6,5 м) соизмеримы.

Имеющиеся отличия, кроме обычных погрешностей эксперимента и принятых в модели допущений, обусловлены следующими причинами:

- теоретические кривые не включают участок движения крана при выборе зазоров в элементах валопровода;
- измеренная в процессе экспериментов величина зазора включает составляющую, обусловленную отклонением положения рельсов от номинала, в то время как в теоретической модели принято допущение об идеальном пути.

Полученные результаты говорят о том, что учет упругой податливости соединяющего колеса валопровода позволяет существенно уточнить закономерности изменения зазоров между ребордами и рельсами на участке свободного движения крана. Данный вывод следует рассматривать как предварительный, поскольку в данных экспериментов отсутствуют значения некоторых важных величин. К ним относятся диаметры колес и податливость валопровода на участке между приводными колесами. Для окончательного вывода необходимо проведение целенаправленных экспериментов.

В теоретическом плане для описания дальнейшего движения крана с общим приводом необходимо разработать модель его движения на участке контакта реборд с рельсами.

ВЫВОДЫ

1. Разработанная ранее математическая модель свободного движения мостового четырехколесного крана с общим приводом в предположении абсолютной жесткости соединяющего колеса валопровода недостаточно точно отражает реальный процесс.
2. Разработана математическая модель этого процесса, учитывающая влияния упругой податливости валопровода на участке между колесами. Сравнение построенных в соответствии с этой моделью теоретических кривых смещения колес в поле зазоров между ребордами и рельсами с экспериментальными кривыми показывает их качественное соответствие.
3. Для окончательного вывода об адекватности модели, учитывающей упругую податливость вала, необходимо проведение целенаправленных экспериментов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Поликарпов Ю. В. Кинематика движения четырехколесной ходовой тележки грузоподъемного крана / Ю. В. Поликарпов // *Подъемно-транспортная техника*. – 2004. – № 3. – С. 47–55.
2. Поликарпов Ю. В. Кинематика движения многоколесных ходовых тележек грузоподъемных кранов. / Ю. В. Поликарпов // *Подъемно-транспортная техника*. – 2005. – № 1. – С. 88–95.
3. Ромащенко В. А. Экспериментальное исследование эффективности применения конических ходовых колес на мостовом кране / В. А. Ромащенко, С. П. Яковец, Ю. М. Григорьев // *Вестник машиностроения*. – 1974. – № 5. – С. 25–28.
4. Поликарпов Ю. В. Установившееся движение грузоподъемного крана на цилиндрических колесах с раздельным приводом по рельсовому пути / Ю. В. Поликарпов // *Вестник ДДМА*. – 2007. – № 3 (9). – С. 202 – 207.