

## АВТОРЕГРЕССИВНЫЕ СТРУКТУРЫ С РЕГУЛЯРИЗАЦИЕЙ

Щокин В. П., Щокина О. В.

Приведены общие теоретические положения определения частотных спектров разработанных нейросетевых авторегрессионных структур, которые используются в качестве эмуляторов динамического состояния объектов управления. Результаты проведенного анализа позволили определить основные свойства частотных характеристик, которые являются непрерывными функциями частоты: выявлена периодичность частотной функции ARMABIS-структуры; полосы задержки и пропускания ARMABIS-структуры в процессе адаптации не изменяются; эффект квантования по времени ARMABIS-структуры связан с потерей информации.

Наведені загальні теоретичні положення визначення частотних спектрів розроблених нейромережових авторегресійних структур, які використовуються в якості емуляторів динамічного стану об'єктів керування. За результатами проведеного аналізу визначені основні властивості частотних характеристик, які є неперервними функціями частоти: виявлена періодичність частотної функції ARMABIS-структури; смуги затримання та пропускання ARMABIS-структури в процесі адаптації не змінюються; ефект квантування за часом ARMABIS-структурою пов'язаний з втратою інформації.

The theoretical generals of determination of frequency spectrums of the developed neural-networks autoregressive structures which are used as emulators of the dynamic state of control objects are resulted. The results of the conducted analysis allowed to define basic properties of frequency descriptions which are the continuous functions of frequency: periodicity of frequency function of ARMABIS-structure is exposed; the bars of delay and key-in of ARMABIS-structure do not change in the process of adaptation; the effect of quantum at times of ARMABIS-structure is related to the loss of information.

Щекин В. П.

канд. техн. наук, доц. КНУ

Shchokin@rambler.ru

Щекина О. В.

ст. преп. КНУ

УДК 681.5.015

Щокін В. П., Щокіна О. В.

**АВТОРЕГРЕСІЙНІ СТРУКТУРИ З РЕГУЛЯРИЗАЦІЄЮ**

Блок емуляції (ідентифікації) об'єкту є необхідним складовим елементом переважної більшості сучасних інтелектуальних систем керування [1, 2]. Побудова вказаних блоків на основі нейронних мереж [1, 2] дозволяє в one-line режимі екстраполювати різницеве рівняння, яким описують динамічний стан об'єкту керування (дана модель широко відома під назвою «авторегресія») [3]. Недоліки вказаного підходу до синтезу моделі добре відомі: для оцінки виходу об'єкту у даний момент часу використовуються фактичні значення виходу об'єкту отримані раніш, що призводить до накопичення похибки при моделюванні вперед на число кроків більше одного, також не виключений варіант виходу системи керування за межі стійкості.

Мета роботи: висвітлення результатів розробки методики синтезу ARMABIS-моделей динамічних об'єктів керування, принципово нової методики визначення передаточних функцій розроблених нейромережових структур та результатів дослідження зміни спектральних щільностей нейромережових елементів в структурах систем автоматичного керування.

Аналіз попередніх досліджень. Доведено [3], що в якості моделей прямої та зворотної динаміки об'єктів керування як лінійних, так і нелінійних нестационарних, може бути застосована структура ARMA-моделі з розподіленим лагом.

Якщо записати дискретну ARMA-модель з розподіленим лагом порядку (0,q) (MA(q)) для еталонного значення  $y^*(t)$  вихідної координати об'єкту керування  $y(t)$  (desired):

$$y^*[i] = \alpha + \sum_{j=0}^q \gamma_j x[i-j] + \varepsilon[i] , \tag{1}$$

кінцеву різницю порядку  $m$  запропоновано [3] визначити наступним чином:

$$\Delta^m y[i] = \mu(1 - B)^m = \mu(\Delta^{m-1} y^*[i] - \Delta^{m-1} y[i-1]), i = 0 \dots n - m \tag{2}$$

де  $\mu$  – коефіцієнт регуляризації ADL-структури.

Виключивши з (2) еталонну величину  $y^*(t)$ , отримують [3] дискретні адаптивні структури моделей ADL (p, q), що характеризують адаптивні ARMA-процеси:

$$y[i] = \mu \sum_{j=0}^q \gamma_j x[i-j] + (1 - \mu) \cdot \left( \sum_{j=1}^{p-1} (-1)^{j+1} \cdot p \cdot y[i-j] + (-1)^{p+1} \cdot y[i-p] \right) + \mu \varepsilon[i]. \tag{3}$$

З метою надання адаптивних властивостей ADL-моделям розроблено [3] алгоритм адаптації вагових коефіцієнтів  $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2 \dots \gamma_n$  на базі модифікованого градієнтного методу мінімізації квадратичного функціонала:

$$J(\varepsilon_u) = 0,5 \varepsilon_u^T \varepsilon_u . \tag{4}$$

З урахуванням рівняння  $k$ -ої різниці:

$$\Delta^k f_i = \sum_{v=0}^k (-1)^v C_k^v f_{i+k-v} , \tag{5}$$

де  $C_k^v$  – біноміальні коефіцієнти, адаптивна модель з розподіленим лагом ADL(p, q) (3) може бути представлена в формі різницевого рівняння шляхом перетворення загальної форми рівняння в кінцевих різницях:

$$a_p y[i] = d_0 \Delta^q \zeta[i] + d_1 \Delta^{q-1} \zeta[i] + \dots + d_q \zeta[i] - a_1 \Delta^{p-1} y[i] - \dots - a_0 \Delta^p y[i] + \nu \varepsilon[i] , \tag{6}$$

$$c_0 y[i+p] = b_0 \zeta[i+q] + b_1 \zeta[i+q-1] + \dots + b_q \zeta[i] - c_1 y[i+p-1] - \dots - c_p y[i] + v \varepsilon[i] \quad (7)$$

або, при скороченні дискрету  $n$ :

$$c_0 y[i] = b_0 \zeta[i+q-p] + b_1 \zeta[i+q-1-p] + \dots + b_m \zeta[i-p] - c_1 y[i-1] - \dots - c_n y[i-p] + v \varepsilon[i]. \quad (8)$$

Загальний шаблон різницевого рівняння (8) дозволив [3] записати рівняння моделі ADL(p, q) з урахуванням прийняття в якості регресора вхідної координати  $x$ :

$$y[i] - (1 - \mu) \left( \sum_{j=1}^{p-1} (-1)^{j+1} \cdot p \cdot y[i-j] \right) - (1 - \mu) \cdot (-1)^{p+1} \cdot y[i-p] = \mu \sum_{j=0}^q \gamma_j x[i-j] + \mu \varepsilon[i]. \quad (9)$$

З урахуванням адаптивних властивостей моделі (9), які забезпечуються нейромережним настроюванням вагових коефіцієнтів  $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$  дискретні адаптивні структури моделей ADL (p,q), що характеризують адаптивні ARMA-процеси скорочено прийнято [3] називати ARMABIS (*AutoRegressive with Moving Average Brain-inspired Systems*).

Відповідно до зазначеного вище, характеристичне рівняння ARMABIS-структури (9) має вид:

$$y[i] - (1 - \mu) \left( \sum_{j=1}^{p-1} (-1)^{j+1} \cdot p \cdot y[i-j] \right) - (1 - \mu) \cdot (-1)^{p+1} \cdot y[i-p] = 0. \quad (10)$$

Загальне рішення неоднорідного різницевого рівняння (10) представляють [3] у вигляді суми перехідної та вимушеної складової. Перехідна складова визначається за загальною формулою:

$$y(i) = C_1 \lambda_1^i + C_2 \lambda_2^i + \dots + C_n \lambda_n^i, \quad (11)$$

де  $\lambda_v (v = 1, 2, \dots, n)$  – некрратні корені характеристичного рівняння (10),  $C_v$  – довільні постійні.

Відповідно до рівняння перехідної складової (11) умова загасання вільного руху системи (умова стійкості), яка описується різницеvim рівнянням (10) має відомий [4] вид:

$$|\lambda_v| < 1 \quad (v = 1, 2, \dots, n). \quad (12)$$

Відповідно з вищевикладеним сформульована [3] наукова новизна запропонованого метода синтезу ARMABIS-моделей: розроблена ARMABIS-модель зі структурою ADL(p, q) характеризується адаптивними властивостями за рахунок настроювання вагових коефіцієнтів регресійного лагу (MA(p)-складова) на базі модифікованого градієнтного методу мінімізації квадратичного функціоналу, а умова стійкості системи забезпечується настроюванням вагових коефіцієнтів критеріального лагу (AR(q)-складова).

Необхідно відмітити, що специфікація ARMA-процесу (визначення лагової структури ARMABIS-моделей) (9) проводиться відповідно до розробленого методу оцінки величини найбільшого лага [5], який ґрунтується на дослідженні кінцевих різниць перехідної функції.

З метою аналітичного розв'язку рівнянь ARMABIS-структур застосуємо  $z$ -перетворення до обох частин основного рівняння адаптивної ARMABIS-моделі зі структурою ADL (1,1):

$$y[i] = \mu \gamma_0 x[i] + \mu \gamma_1 x[i-1] + (1 - \mu) y[i-1] + \mu \varepsilon[i], \quad (13)$$

з урахуванням сталого режиму та зсуву функції  $y(i-p) \Leftrightarrow zp Y(z)$ :

$$y[i] - (1 - \mu) y[i-1] = \mu \gamma_0 x[i] + \mu \gamma_1 x[i-1] + \mu \varepsilon[i], \quad (14)$$

$$Y(z) (1 - (1 - \mu) z^{-1}) = X(z) \mu \sum_{q=0}^1 b_q z^q, \quad (15)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\mu \sum_{q=0}^1 b_q z^q}{1 + (1 - \mu)z^1} . \quad (16)$$

Відповідно до вищевикладеного, передаточна функція ARMABIS-структури матиме вид:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\mu \sum_{q=0}^Q b_q z^q}{1 - (1 - \mu) \cdot \left( \left[ \sum_{p=1}^{P-1} (-1)^{p+1} \cdot p \cdot z^p \right] + (-1)^{P+1} \cdot z^P \right)} . \quad (17)$$

В даному випадку при дії на вході імпульсу Кронекера  $\delta_0$ , з  $z$ -образом  $\delta(z) = z^n = 1$ , сигнал на виході буде мати вид імпульсної реакції  $y(i) \equiv h(i)$ :

$$H(z) = \frac{Y(z)}{\delta(z)} = Y(z) = \mu \sum_{i=0}^Q h(i) z^i . \quad (18)$$

Тобто передаточна функція ARMABIS-структури є  $z$ -образом його імпульсної реакції. Отже передаточна функція ARMABIS-структури може бути представлена степеневим поліномом прямим діленням чисельника на знаменник правої частини виразу (17).

Матеріал та результати досліджень. Загальні положення визначення частотних спектрів ARMABIS-структур. Розглянемо частотну функцію узагальненої ARMABIS-структури ADL ( $p, q$ ) (9):

$$A(\omega) e^{j\omega i \Delta t} - (1 - \mu) \cdot ((-1)^{p+1}) \cdot A(\omega) e^{(j\omega i \Delta t - j\omega p \Delta t)} - \sum_{u=1}^{p-1} (-1)^{u+1} p A(\omega) e^{(j\omega i \Delta t - j\omega u \Delta t)} = \mu \sum_{u=0}^q \gamma_u B(\omega) e^{(j\omega i \Delta t - j\omega u \Delta t)} ; \quad (19)$$

$$A(\omega) e^{j\omega i \Delta t} \left[ 1 - (1 - \mu) \cdot \left( (-1)^{p+1} \cdot e^{-j\omega p \Delta t} - \sum_{u=1}^{p-1} (-1)^{u+1} p e^{-j\omega u \Delta t} \right) \right] = \mu B(\omega) e^{j\omega i \Delta t} \sum_{u=0}^q \gamma_u e^{-j\omega u \Delta t} ; \quad (20)$$

$$A(\omega) \left[ 1 - (1 - \mu) \cdot \left( (-1)^{p+1} \cdot e^{-j\omega p \Delta t} - \sum_{u=1}^{p-1} (-1)^{u+1} p e^{-j\omega u \Delta t} \right) \right] = B(\omega) \mu \sum_{u=0}^q \gamma_u e^{-j\omega u \Delta t} ; \quad (21)$$

$$H(\omega) = \frac{A(\omega)}{B(\omega)} = \frac{\mu \sum_{u=0}^q \gamma_u e^{-j\omega u \Delta t}}{1 - (1 - \mu) \cdot \left( (-1)^{p+1} \cdot e^{-j\omega p \Delta t} - \sum_{u=1}^{p-1} (-1)^{u+1} p e^{-j\omega u \Delta t} \right)} . \quad (22)$$

Частотна характеристика ARMABIS-структури ADL ( $p, q$ ) являє собою Фур'є-образ його імпульсної реакції. Останнє може бути доведено за умови  $\Delta t = 1$ :

$$H(\omega) = \sum_{u=-\infty}^{\infty} h(u) e^{-j\omega u} ; \quad (23)$$

$$h(u) = \frac{1}{2\pi} \int_{-p}^p H(\omega) e^{j\omega u} d\omega . \quad (24)$$

Проведемо дослідження динаміки зміни частотних характеристик ARMABIS-структур. Передаточна частотна функція ARMABIS-структури ADL ( $p, q$ ) має вигляд:

$$\begin{aligned} A(\omega) e^{j\omega i \Delta t} - 2 \cdot (1 - \mu) A(\omega) e^{(j\omega i \Delta t - j\omega \Delta t)} + (1 - \mu) A(\omega) e^{(j\omega i \Delta t - j\omega 2 \Delta t)} = \\ = B(\omega) \mu \gamma_0 e^{j\omega i \Delta t} + B(\omega) \mu \gamma_1 e^{(j\omega i \Delta t - j\omega \Delta t)} + B(\omega) \mu \gamma_2 e^{(j\omega i \Delta t - j\omega 2 \Delta t)} , \end{aligned} \quad (25)$$

$$A(\omega) e^{j\omega i \Delta t} \left( 1 - 2(1 - \mu) e^{-j\omega \Delta t} + (1 - \mu) e^{-j\omega 2 \Delta t} \right) = B(\omega) e^{j\omega i \Delta t} \mu (\gamma_0 + \gamma_1 e^{-j\omega \Delta t} + \gamma_2 e^{-j\omega 2 \Delta t}) . \quad (26)$$

Відповідно передаточна частотна функція (частотна характеристика) ARMABIS-структури ADL (2, 2):

$$H(\omega) = \frac{A(\omega)}{B(\omega)} = \frac{\mu \cdot (\gamma_0 + \gamma_1 e^{-j\omega\Delta t} + \gamma_2 e^{-j\omega 2\Delta t})}{1 - 2(1 - \mu)e^{-j\omega\Delta t} + (1 - \mu)e^{-j\omega 2\Delta t}} \quad (27)$$

Імітаційне моделювання. В якості об'єкту керування обрана структура з передаточною функцією виду:  $W(s) = \frac{9}{0,7s^2 + 5,6s + 1}$ . Зміна лагових коефіцієнтів моделі ADL(2, 2)

в процесі адаптації наведена в табл. 1. Перехідний процес еталонної моделі та фактичний вихід об'єкту керування в структурі адаптивної системи з ARMABIS-моделлю зворотної динаміки наведений на рис. 1.

Таблиця 1

Динаміка зміни лагових коефіцієнтів ARMABIS-структури в процесі адаптації

t, c	c0	c1	c2	b0	b1	b2
0,2	1	-, 4	0,2	0,005	0,0032	0
3,3	1	-, 4	0,2	0,0235	0,0235	0,0203
9	1	-, 4	0,2	-0,0276	-,0294	-0,0326

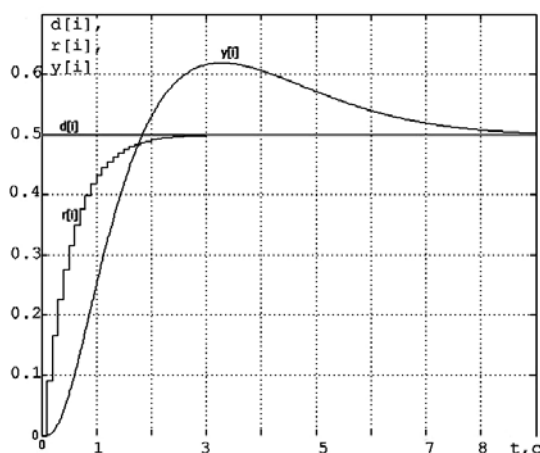


Рис. 1. Перехідний процес вихідної координати  $y[i]$  об'єкту керування, сигнал завдання  $d[i]$ , перехідний процес еталонної моделі  $r[i]$

АФХ ARMABIS-структури в процесі адаптації з коефіцієнтом регуляризації  $\mu = 0,8$  та коефіцієнтом швидкості настроювання вагових коефіцієнтів  $\gamma, h = 0,05$  наведена на рис. 2.

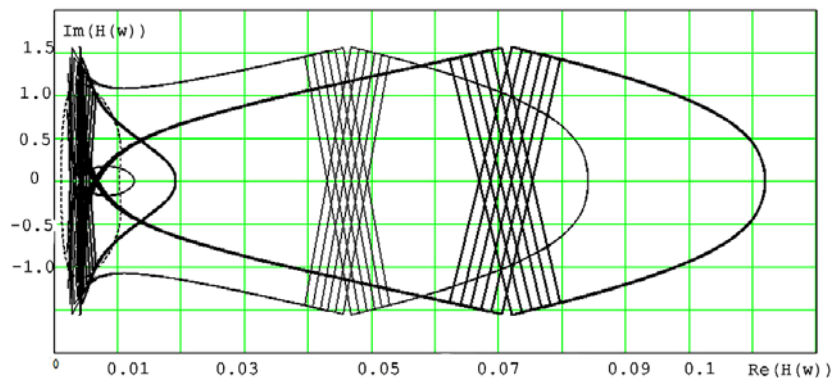


Рис. 2. Динаміка зміни амплітудно-фазочастотної характеристики ARMABIS-структури ADL(2, 2) в процесі адаптації на 0,2 с –  $H(w)$ , 3,3 с –  $H_1(w)$ , 9с –  $H_2(w)$

Відповідно з проведеним аналізом частотних характеристик зроблені наступні висновки:

1. Частотні характеристики є неперервними функціями частоти.

2. Наявність дискретизації (в розглянутому прикладі  $\Delta t = 0,1$  с.) забезпечує періодичність частотної функції ARMABIS-структури. Період частотної функції дорівнює частоті дискретизації  $f = \frac{1}{\Delta t} = 10$  Гц. Головний частотний діапазон: від  $\omega_0 = -\frac{\pi}{\Delta t} = -31,42$  до

$\omega_1 = \frac{\pi}{\Delta t} = 31,42$ . Граничні частоти головного частотного діапазону відповідають частоті Най-

квіста (максимальна частота даних, яку здатна перетворити ARMABIS-структура);

3. Полоса пропускання ARMABIS-структури в процесі адаптації не змінюється і в даному прикладі складає від 0 до  $20 \text{ с}^{-1}$ . Полоса затримання не змінюється і дорівнює  $11,42 \text{ с}^{-1}$  з  $20 \text{ с}^{-1}$  до  $31,42 \text{ с}^{-1}$ .

4. Частотні складові вхідного сигналу в полосі затримання подавлюються більше ніж в 3000 разів ( $\Delta A_z = 0,003$ ), а в полосі пропускання в процесі адаптації моделі ширина вікна пропуску поступово зменшується від  $\Delta A_{II}' = 1 - 0,01 = 0,99$  до значення  $\Delta A_{II}' = 1 - 0,118 = 0,88$  ( $A_{\min} = 1 - 0,88 = 0,12$ ). По закінченню адаптаційного процесу ARMABIS-структури частотні складові вхідного сигналу в полосі пропускання ослаблюються не більше ніж в  $\sqrt{2}/12$  разів. Відповідно з наведеним вище, верхня межа робочого затухання в полосі пропускання складає  $\Delta a = -20 \lg(1 - \Delta A_{II}) = 1,11$  дБ, а нижня межа затухання в полосі затримання  $a_0 = -20 \lg(\Delta A_3) = 50,5$  дБ.

Різниця верхніх меж на початку і по завершенню адаптаційного процесу  $\psi \Delta a = 1,02$  дБ, нижніх –  $\xi a_0 = 4,89$  дБ.

Дослідження ефекту квантування за часом ARMABIS-структур.

Відповідно до наведених результатів моделювання можна зробити наступні висновки стосовно частотних спектрів ARMABIS-структур:

– спектр  $X^*(j\omega)$ , в силу симетрії, може бути визначений в діапазоні частот  $\left(0, \frac{\omega_0}{2}\right)$ ;

– спектр  $X(j\omega)$  на всіх кроках адаптації носить не фінітний характер;

– спектри  $X^*(j\omega)$  ARMABIS-структури однозначно не відповідають періодичному спектру  $X(j\omega)$ , отже ефект квантування за часом ARMABIS-структурою пов'язаний з втратою інформації.

Останній висновок вимагає дослідження спектральних характеристик з метою визначення обмежень, які дозволять обробляти вхідні сигнали ARMABIS-структурою без додаткових спотворень.

Припустимо, що спектр  $X(j\omega)$  є обмеженою функцією. Фінітність спектру приймемо на рівні подавлення вхідного сигналу в діапазоні полоси затримання ( $\Delta A_z = 0,0035$ )  $\omega'_c$ ,  $|X(j\omega)| = \Delta A_3$ .

Відповідно до приведених спектрів сигналів ARMABIS-структури в процесі адаптації, можна зробити висновок, що адаптація розробленої ARMABIS-структури не викликає зміну умовної частоти зрізу спектру  $\omega'_c$ ,  $|X(j\omega)| = \Delta A_3$ . Отже, при виконанні умови  $\omega_0 < 2\omega_c$  буде відбуватися накладення зміщених спектрів  $X(j(\omega - k\omega_0))$ ,  $k = 1, 2, \dots$  і в результаті спектр вихідної величини  $X^*(j\omega)$  в основній полосі ARMABIS-структури  $\left(-\frac{\omega_0}{2}, \frac{\omega_0}{2}\right)$  буде відрізнятися від спектру вхідної величини  $X(j\omega)$ .

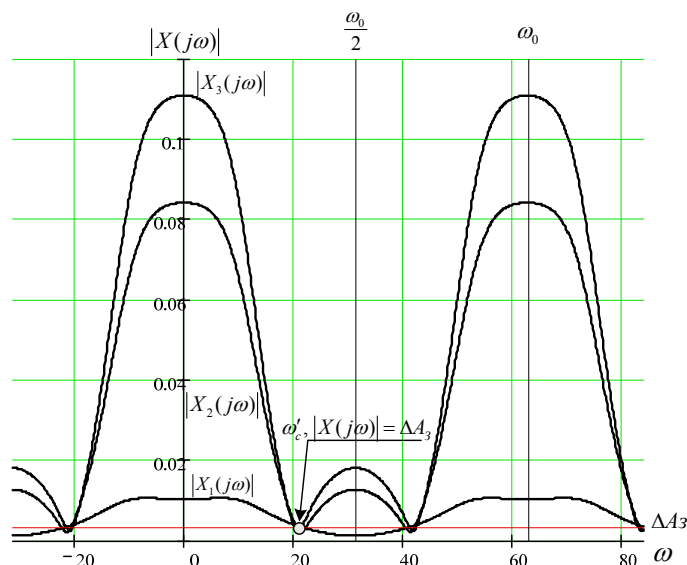


Рис. 3. Спектры сигналов ARMABIS-структуры в процессе адаптации

При виконанні умови  $\omega_0 \geq 2\omega_c$  накладення зміщених спектрів відсутнє, що дає змогу стверджувати наступне: якщо безперервна величина  $x(t)$  має властивість фінітності свого спектру  $X(j\omega)$  в основній полосі ARMABIS-структури  $\left(-\frac{\omega_0}{2}, \frac{\omega_0}{2}\right)$  з умовною частотою зрізу  $\omega'_c$ ,  $|X(j\omega)| = \Delta A_3$ , то квантування за часом ARMABIS-структури з частотою  $\omega_0 \geq 2\omega_c$  не призводить до втрати інформації.

### ВИСНОВКИ

Доведено, що розроблені нейромережеві авторегресійні структури з регуляризациєю (ARMABIS-елементи) можуть бути використані в якості емуляторів динамічного стану об'єктів керування.

В результаті дослідження спектральних щільностей розроблених ARMABIS-емюляторів динаміки об'єктів керування встановлено наступне: частотні характеристики ARMABIS-емюляторів є неперервними функціями частоти; наявність дискретизації забезпечує періодичність частотної функції ARMABIS-структури; полоси затримання та пропускання ARMABIS-структури в процесі адаптації не змінюються; ефект квантування за часом ARMABIS-структурою пов'язаний з втратою інформації; якщо вхідна величина має властивість фінітності свого спектру в основній полосі ARMABIS-структури, то квантування за часом ARMABIS-структури з частотою  $\omega_0 \geq 2\omega_c$  не призводить до втрати інформації.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Галушкин А. И. Основы нейроуправления / А. И. Галушкин // Прилож. к журналу Инф. технол. 2002. – № 10.
2. Усков А. А. Интеллектуальные системы управления на основе методов нечеткой логики / А. А. Усков, В. В. Круглов. – Смоленск : Смоленская городская типография, 2003. – 126 с.
3. Щecin В. П. Структурный і параметричний синтез адаптивних ARMA-моделей динамічних систем / В. П. Щecin // Вісник ХНТУ. – 2009. – № 1 (34). – С. 389–398.
4. Цыпкин Я. З. Основы теории автоматических систем / Я. З. Цыпкин. – М. : Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1977. – 560 с.
5. Щокін В. П. Оцінка ретроспективної глибини вектору стану нейромережевих і fuzzy-емюляторів багатомірних (nD) систем / В. П. Щокін // Електроінформ. – 2009. – № 2. – С. 19–23.

Стаття надійшла до редакції 07.11.2011 р.