РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ОБЕЧАЙКИ БАРАБАНА ШАХТНОЙ ПОДЪЕМНОЙ МАШИНЫ

Рутковский М. А.

Разработана математическая модель деформирования обечайки барабана под действием канатной нагрузки. Математическая модель получена на основе системы канонических уравнений по методу сил. В отличие от известных, модель содержит матрицу податливости, значение компонентов которой зависит от конструкции барабана и физико-механических свойств материалов, определяется на основе полуэмпирического подхода. Предложен высокоэффективный способ анализа структуры барабана, позволяющий определить влияние расположения и механических характеристик подкреплений на максимальный прогиб обечайки барабана. Применение модели для определения канатных нагрузок позволит существенно уменьшить трудоемкость.

Розроблено математичну модель деформування обичайки барабана під дією канатного навантаження. Математична модель отримана на основі системи канонічних рівнянь за методом сил. На відміну від відомих, модель містить матрицю податливості, значення компонентів якої залежить від конструкції барабана і фізико-механічних властивостей матеріалів, визначається на основі напівемпіричного підходу. Запропоновано високоефективний спосіб аналізу структури барабана, що дозволяє визначити вплив розташування і механічних характеристик підкріплень на максимальний прогин обичайки барабана. Застосування моделі для визначення канатних навантажень дозволить суттєво зменшити трудомісткість.

A mathematical model of deformation drum shell under the effect of the rope load. Mathematical model derived from the system of canonical equations by the method of forces. In contrast to the known, the model contains a matrix of pliability, the value of the components of which depends on the design of the drum and the physical and mechanical properties of materials is based on the semi-empirical approach. Propose a highly efficient method for analyzing the structure of the drum, which allows to determine the influence of the location and mechanical characteristics of reinforcements on the maximum sag of the drum shell. Application of the model to determine the rope loads will significantly reduce the complexity.

Рутковский М. А.

мл. науч. сотрудник, аспирант НГУ gem99@mail.ru

НГУ – Национальный горный университет, г. Днепропетровск.

УДК 622.673.1; 621.778.27

Рутковский М. А.

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ОБЕЧАЙКИ БАРАБАНА ШАХТНОЙ ПОДЪЕМНОЙ МАШИНЫ

Отечественные шахтные подьемные машины (ШПМ) имеют высокую металлоемкость и пониженныую долговечность по сравнению с импортными аналогами, что снижает их конкурентноспособность на внешнем рынке. Для их совершенствования известные отечественные ученые разработали целый комплекс методических рекомендаций по выбору рациональных параметров горных машин. Но их использование, из-за сложности объекта проектирования, не позволяет достичь необходимых результатов. Поэтому разработка современных методов расчета таких машин является актуальной научной проблемой, в рамках которой решается данная научная задача.

Для выбора параметров ШПМ необходимо точное определение нагрузок, которые воспринимает барабан при намотке металлического каната. Известно [1], что при деформации барабана происходит ослабление натяжения ранее намотанных витков каната. Это ослабление возникает из-за того, что под действием канатной нагрузки барабан деформируется в радиальном направлении. Для определения радиальных перемещений обечайки барабана можно воспользоваться системой канонических уравнений по методу сил, которая в матричной форме имеет вид:

$$\{w\} = [\mathbf{V}] \cdot \{F\},\tag{1}$$

где [V] – матрица податливости, в которой $V_{i,j}$ компонент представляет собой радиальное перемещение *j*-й канавки, вызванное приложением единичной удельной силы к *i*-й канавке (рис. 1);

 $\{F\}$ – вектор удельных усилий, приложенных к канавкам;

{*w*} – вектор перемещений канавок барабана.



Рис. 1. Прогиб канавок

Матрица [V] зависит от геометрии барабана, конструкции лобовин, реборд, косынок, ребер, шпангоутов и физико-механических свойств материалов тонкостенной подкрепленной конструкции барабана ШПМ. Поэтому ее построение является сложной технической задачей.

В работе [2] для барабана ШПМ типа ЦР матрица [V] определялась с помощью серии численных экспериментов с использованием конечно-элементного анализа. Такой способ построения отличается большой трудоемкостью и необходимостью, при незначительном изменении расчетной модели, повторно проводить серию численных экспериментов. Это не позволяет решать задачу оптимизации конструкции барабана ШПМ. Для сокращения размерности задачи предлагается использование полуэмпирического подхода, который

заключается в описании объекта аналитической моделью, в которой используются коэффициенты, определенные опытным путем и подобранные так, чтобы в данном интервале изменения параметров расчетные и экспериментальные данные хорошо согласовывались.

Таким образом, разработка математической модели деформирования обечайки барабана шахтной подъемной машины является актуальной научной задачей.

Целью работы является создание алгоритма построения матрицы податливости на основе разработанной математической модели деформирования обечайки барабана ШПМ. Для достижения цели поставлены такие задачи:

– построить модель конструктивно-ортотропной оболочки;

- синтезировать математическую модель деформирования обечайки;

- оценить достоверность математической модели;

Барабан ШПМ со спиральной нарезкой под канат представляет собой сложную тонкостенную пространственную подкрепленную конструкцию (подкрепления в виде ребер, косынок, реборд, лобовин и шпангоутов), что делает невозможным получение аналитического решение о действии на него канатной нагрузки. Исследование НДС таких конструкций требует большого количества трудоемких численных экспериментов. Известно, что для исследования сложных физических явлений используется полуэмпирический подход, который заключается в описании объекта аналитической моделью, в которой используются коэффициенты, определенные опытным путем. Воспользуемся этим подходом для разработки математической модели деформирования обечайки барабана ШПМ.

Разработаем математическую модель обечайки как оболочечную осесимметричную конструкцию. При отношении радиуса обечайки к ее толщине больше двухсот в механике принято использовать модель оболочки нулевой толщины. Известны способы построения таких оболочек для регулярных ребристых, шпангоутных и вафельных подкреплений. Однако не существует способов построения оболочек, соответствующих барабану ШПМ.

Для построения такой оболочки рассмотрим равновесие элемента обечайки (рис. 2), вырезанного двумя поперечными сечениями, находящимися на расстоянии dx, и двумя радиальными сечениями, образующими между собой угол $d\varphi$. Данный элемент подвергается равномерно распределенной нагрузке q.



Рис. 2. Элемент профилированной оболочки:

R – радиус срединной поверхности оболочки; N_x – осевые силы; Q_x – перерезывающие силы; M_x – изгибающий момент

Внутренняя потенциальная энергия деформации профилированной обечайки описывается таким выражением:

$$\delta U = R \int_{0}^{l} \int_{0}^{2\pi} \int_{-f_z(x)}^{\frac{h}{2}} \left[\sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_\varphi \delta \varepsilon_\varphi \right] dx d\varphi dz.$$

В работе [1] было обосновано применение для профилированной обечайки модифицированной кинематической гипотезы Кирхгоффа-Лява, согласно которой поперечные перемещения первой не зависят от координаты *z*, то есть:

$$w \equiv w(x)$$
,

а для осевых перемещений справедливой оказывается следующая формула:

$$u(x,z) \equiv u_0(x) + (e-z)\frac{dw}{dx}.$$

Применяя принцип возможных перемещений, получим уравнение равновесия участка оболочки с переменными изгибной и кольцевой жесткости, а именно:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(D\left(x\right) \frac{d^2 w}{dx^2} \right) + \frac{B\left(x\right) w}{R^2} = q\left(x\right),$$
(2)

№ 1 (9*E*), 2012.

где *w* – прогиб оболочки;

D(*x*) – переменная изгибная жесткость;

в(*x*) – переменная кольцевая жесткость;

q(x) – канатное давление;

х – осевая координата;

Итак, разработана математическая модель обечайки (2) как осесимметричная цилиндрическая оболочка с переменными в осевом направлении изгибной и кольцевой жесткостями.

В строительной механике для расчета оболочек с часто расположенными регулярными подкреплениями применяется так называемый метод «размазывания», суть которого состоит в учете жесткостных характеристик подкреплений путем применения ортотропного материала для этих оболочек, модули упругости которого в окружном и осевом направлении различны и вычисляются по соответствующим жесткостям подкрепленной оболочки. Полученную таким образом оболочку называют конструктивно-ортотропной.

Разработаем математическую модель обечайки как конструктивно-ортотропной оболочки. Для перехода от переменных в осевом направлении изгибной и кольцевой жесткостей к постоянным жесткостям в пределах одного участка обечайки воспользуемся методом двух масштабов [4].

Приравнивая слагаемые одинаковой степени параметра и выполняя интегрирование по быстрой переменной, получим систему уравнений, из решения которой следует, что в нулевом приближении выражения для осредненных изгибной D_o и кольцевой B_o жесткостей имеют вид:

$$D_{o} = \tau \left(\int_{0}^{\tau} (D(x))^{-1} dx \right)^{-1};$$
(3)

$$B_o = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau B(x) dx , \qquad (4)$$

где $\tau = t/2$ – половина шага нарезки витков.

Из сравнения результатов аналитической модели и результатов численных экспериментов видно, что в данной модели значения экспериментальной изгибной жесткости меньше D_o из-за того, что гребешки канавок работают только на срез. Учтем это уменьшение введением коэффициента редуцирования κ на основе результатов вычислительного эксперимента. Тогда выражение для изгибной жесткости можно записать в виде $D_k = \kappa D_o$, при этом будем считать, что $B_k = B_o$.

С учетом вышеизложенного выражения изгибной и кольцевой жесткости профилированной оболочки примут вид:

$$D_{k} = \kappa \frac{E\tau}{\left(1-\mu^{2}\right)} \left(\int_{0}^{\tau} \left(\frac{H_{k}^{3}}{12} + \frac{f_{z}(x)H_{k}^{2}}{4} + \frac{f_{z}^{2}(x)H_{k}}{4} + \frac{f_{z}^{3}(x)}{12} \right)^{-1} dx \right)^{-1};$$
(5)

$$B_k = \frac{E}{\tau} \int_0^\tau (H_k + f_z(x)) dx, \qquad (6)$$

где $H_k = \frac{h}{2} + h_\kappa;$

h – толщина листа обечайки;

 h_{κ} – толщина кольца, эквивалентного по объему ребрам и косынкам и определяемого выражением (7);

 κ – коэффициент редуцирования, полученный на основе вычислительного эксперимента; $f_z(x)$ – функция, задающая профиль канавки.

В качестве примера найдем зависимость изгибной жесткости подкрепленной обечайки барабанов производства ПАО «НКМЗ» с профилем канавки (рис. 3), который описывается функцией:

$$f_{z}(x) = \begin{cases} h_{m} + r_{d} - \sqrt{r_{d}^{2} - x^{2}} - \frac{h}{2}, \text{ если } x \le x_{N}; \\ \frac{h}{2} + r_{f} - \sqrt{r_{f}^{2} - (x - \tau)^{2}}, \text{ если } x > x_{N}; \end{cases}$$
(7)

здесь *r*_d – радиус дна канавки;

*r*_f – радиус гребешка канавки;

*x*_N и *z*_N — координаты точки сопряжения;

 h_f – высота гребешка;

*h*_{*m*} – минимальная толщина обечайки.

После проведения серии вычислительных экспериментов и обработки результатов методом наименьших квадратов получена функциональная зависимость коэффициента редуцирования к профиля НКМЗ от приведенных высоты гребешка (ε) и шага нарезки канавки (ζ):

$$\kappa(\varepsilon,\zeta) = 1,34723 - 0,50156 \cdot \varepsilon - 0,29519 \cdot \zeta + 0,61212 \cdot \varepsilon^2 + 0,01659 \cdot \varepsilon \cdot \zeta + 0,07385 \cdot \zeta^2 - 0,19478 \cdot \varepsilon^3 - 0,02106 \cdot \varepsilon^2 \cdot \zeta + 0,00692 \cdot \varepsilon \cdot \zeta^2 - 0,00626 \cdot \zeta^3,$$
(8)

где
$$\varepsilon = \frac{h_f}{h_m}$$
, $\zeta = \frac{t}{h_f}$.



Рис. 3. Пример сечения профилированной канавки барабана: φ – угол сопряжения; d_{κ} – диаметр каната

Уравнение прогиба участка подкрепленной обечайки, на котором отсутствует давление, примет вид:

$$D_k \cdot \frac{d^4 w_k}{dx^4} + \frac{B_k}{R^2} \cdot w_k = 0, \qquad (9)$$

где $1 \le k \le K - 1$, K - количество узлов.

Откуда модули упругости ортотропного материала:

в осевом направлении
$$E_1 = \frac{12D_k(1-\mu^2)}{h^3}$$
; в окружном направлении $E_2 = \frac{B_k}{h}$.

Таким образом, разработана модель участка обечайки, состоящая из уравнений (5–9), как конструктивно-ортотропная оболочка.

По своему виду уравнение (9) аналогично уравнению равновесия балки на упругом основании, в которой вместо изгибной жесткости *EI* используется жесткость D_k , а коэффициент упругого основания равен B_k / R^2 . В дальнейшем будем называть такую балку модифицированной балкой на упругом основании.

Математическая модель деформирования барабана ШПМ под действием канатной нагрузки должна учитывать не только модели деформирования участков подкрепленной обечайки, но и взаимодействие обечайки с лобовинам и ребордами. Поставим задачу синтеза математической модели.

Представим барабан ШПМ в виде (рис. 4) последовательно соединенных друг с другом в узлах модифицированных балок на упругом основании (длина двух таких балок, кроме последних, равна *t*, шагу нарезки канавки), которые соответствуют участкам подкрепленной обечайки с постоянными жесткостными характеристиками. В узлах, соответствующих лобовинам, ребордам и шпангоутам, размещены опоры в виде пружин сжатия и кручения. Будем считать, что нагрузки, действующие на канавки барабана, приложены к нечетным узлам соединения балок.

Рабочими канавками назовем $N_{pa\delta}$ канавок, на которые наматываются канаты. Без ограничения общности примем, что барабан начинается с полуканавки. Поскольку общее количество узлов равно K, то K - 1 – количество балок. Каждая k-я (k = 1...K - 4) балка характеризуется изгибной жесткостью D_k , жесткостью упругого основания B_k / R^2 и длиной l_k . Лобовины представим как опоры в виде пружин сжатия и кручения, расположенные на расстоянии от начала координат: x_{Nn} для правой и $x_{N\pi}$ для левой. Аналогичные расстояния для реборд: x_{Npn} для правой и $x_{Np\pi}$ для левой. Изгиб k-й балки будем описывать перемещением $w_k(x)$, углом поворота $\varphi_k(x)$, изгибающим моментом $M_k(x)$ и перерезывающей силой $Q_k(x)$.



Рис. 4. Физическая модель барабана ШПМ:

 $N_{pa\delta}$ – количество рабочих канавок; N_{mp} – количество витков трения порожнякового каната; j – номер текущей канавки; k – номер текущего узла (k = 2 j - 1), N_n , N_n – номера узлов над левой и правой лобовинами; N_{pn} , N_{pn} – номера узлов над левой и правой ребордами; l_k – длина k-й балки; λ – жесткость пружин сжатия; χ – жесткость пружин кручения

Для построения математической модели деформирования барабана ШПМ под действием канатной нагрузки решим задачу о нахождении деформированной формы барабана от приложенных к каждой *j*-й канавке удельных сил *F_j*.

Общее решение уравнения (9) имеет вид:

$$w_k(x) = e^{\beta_k \cdot x} \cdot \left(C_{4k-3} \cdot \sin\left(\beta_k \cdot x\right) + C_{4k-2} \cdot \cos\left(\beta_k \cdot x\right)\right) + e^{-\beta_k \cdot x} \left(C_{4k-1} \cdot \sin\left(\beta_k \cdot x\right) + C_{4k} \cdot \cos\left(\beta_k \cdot x\right)\right), \quad (10)$$

где
$$\beta_k = 4 \frac{B_k}{4 \cdot R^2 \cdot D_k}$$
 – изменяемость балки на упругом основании (коэффициент зату-

хания перемещений).

Поскольку принято, что барабан начинается с полуканавки, то удельная сила, действующая на эту полуканавку, равна 0,5 F_1 . Т. к. между двумя канавками расположены две балки, то удельная сила прикладывается только к нечетным узлам. Для согласования количества рабочих канавок и количества узлов введем функцию F(0,5(k+1)), равную нулю для дробного аргумента и F_k в противном случае.

Граничные условия представляют собой совокупность уравнений совместности деформаций и уравнений равновесия граничных узлов балок и опор:

$$M_{1}(0) = 0; \quad Q_{1}(0) = \frac{F_{1}}{2},$$

$$w_{k}(x_{k}) = w_{k+1}(x_{k}),$$

$$\varphi_{k}(x_{k}) = \phi_{k+1}(x_{k}),$$

$$M_{k}(x_{k}) = M_{k+1}(x_{k}) + \delta_{N_{n},k} \cdot \chi_{n} \cdot \varphi_{Nn}(x_{Nn}) + \delta_{N_{n},k} \cdot \chi_{n} \cdot \varphi_{Nn}(x_{Nn}) +$$

$$+ \delta_{N_{pn},k} \cdot \chi_{pn} \cdot \varphi_{Npn}(x_{Npn}) + \delta_{N_{pn},k} \cdot \chi_{pn} \cdot \varphi_{Npn}(x_{Npn}),$$

$$Q_{k}(x_{k}) = Q_{k+1}(x_{k}) - \delta_{N_{n},k} \cdot \lambda_{n} \cdot w_{Nn}(x_{Nn}) - \delta_{N_{n},k} \cdot \lambda_{n} \cdot w_{Nn}(x_{Nn}) - \delta_{N_{n},k} \cdot \lambda_{pn} \cdot w_{Npn}(x_{Npn}) - F\left(\frac{k+1}{2}\right)$$

$$M_{K-I}(L) = 0, \quad Q_{K-I}(L) = 0,$$
(11)

где k = 2...K-1;

*N*_л, *N*_n – номера узлов над левой и правой лобовинами;

*N*_{*p*^{*n*}}, *N*_{*p*^{*n*}} – номера узлов над левой и правой ребордами;

 $\delta_{i,k}$ – символ Кронекера равный единице при *i* равном *k* и нулю в противном случае;

λ и χ – жесткость пружин сжатия и кручения соответственно.

Из выражения (11) следует, что размерность вектора констант интегрирования $\{C\}$ равна:

$$N = 4(K - 1).$$

Образуем вектор усилий {*B*} размерности *N*, у которого все компоненты равны нулю кроме $B_2 = F_1/2$ и $B_{8i-6} = F_i$, где $2 \le i \le N_{pa\delta}$. Подставляя выражение (10) в уравнения (11), получим систему линейных алгебраических уравнений для определения вектора констант интегрирования {*C*} в матричном виде:

$$[A] \cdot \{C\} = \{B\},\tag{12}$$

где [A] – матрица системы, которая формируется путем подстановки общего решения (11) в граничные условия (11), как матрица системы:

	A _{1,1}	A _{1,2}	A _{1,3}	A _{1,4}					
	A _{2,1}	A _{2,2}	A _{2,3}	A _{2,4}					
[A]=									
	$A_{4k-5,4k-7}$	$A_{4k-5,4k-6}$	$A_{4k-5,4k-5}$	$A_{4k-5,4k-4}$	$A_{4k-5,4k-3}$	$A_{4k-5,4k-2}$	$A_{4k-5,4k-1}$	$A_{4k-5,4k}$	
	$A_{4k-4,4k-7}$	$A_{4k-4,4k-6}$	$A_{4k-4,4k-5}$	$A_{4k-4,4k-4}$	$A_{4k-4,4k-3}$	$A_{4k-4,4k-2}$	$A_{4k-5,4k-1}$	$\mathbf{A}_{4k-4,4k}$	
	$A_{4k-3,4k-7}$	$A_{4k-3,4k-6}$	$A_{4k-3,4k-5}$	$A_{4k-3,4k-4}$	$A_{4k-3,4k-3}$	$A_{4k-3,4k-2}$	$A_{4k-4,4k-1}$	$A_{4k-3,4k}$,
	$A_{4k-2,4k-7}$	$A_{4k-2,4k-6}$	$A_{4k-2,4k-5}$	$A_{4k-2,4k-4}$	$A_{4k-2,4k-3}$	$A_{4k-2,4k-2}$	$A_{4k-3,4k-1}$	$\mathbf{A}_{4k-2,4k}$	
	•								
					$A_{N-1,N-3}$	$A_{N-1,N-2}$	$A_{N-1,N-1}$	$A_{N-1,N}$	
					$A_{N,N-3}$	$A_{N,N-2}$	$A_{N,N-1}$	$A_{N,N}$	

В качестве примера приведем значения компонентов матрицы [A]:

$$\begin{aligned} A_{1,1} &= -2 \cdot \beta_1^2 \cdot D_1 \cdot e^{\beta_1 \cdot x_1} \cos(\beta_1 \cdot x_1), A_{1,2} = 2 \cdot \beta_1^2 \cdot D_1 \cdot e^{\beta_1 \cdot x_1} \sin(\beta_1 \cdot x_1), \\ A_{1,3} &= 2 \cdot \beta_1^2 \cdot D_1 \cdot e^{-\beta_1 \cdot x_1} \cos(\beta_1 \cdot x_1), A_{1,3} = -2 \cdot \beta_1^2 \cdot D_1 \cdot e^{-\beta_1 \cdot x_1} \sin(\beta_1 \cdot x_1), \\ A_{2,1} &= 2 \cdot \beta_1^3 \cdot D_1 \cdot e^{\beta_1 \cdot x_1} \cdot (\cos(\beta_1 \cdot x_1) - \sin(\beta_1 \cdot x_1)), \\ A_{2,2} &= -2 \cdot \beta_1^3 \cdot D_1 \cdot e^{\beta_1 \cdot x_1} \cdot (\cos(\beta_1 \cdot x_1) + \sin(\beta_1 \cdot x_1)), \\ A_{2,3} &= 2 \cdot \beta_1^3 \cdot D_1 \cdot e^{-\beta_1 \cdot x_1} \cdot (\cos(\beta_1 \cdot x_1) + \sin(\beta_1 \cdot x_1)), \\ A_{2,4} &= -2 \cdot \beta_1^3 \cdot D_1 \cdot e^{-\beta_1 \cdot x_1} \cdot (\cos(\beta_1 \cdot x_1) - \sin(\beta_1 \cdot x_1)). \end{aligned}$$
(13)

В узлах, соответствующих подкреплениям элементы матрицы [А] «сцеплены» с элементами дополнительной матрицы

$$\begin{bmatrix} Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{4Nn-3,4Nn-7} & Z_{4Nn-3,4Nn-6} & Z_{4Nn-3,4Nn-5} & Z_{4Nn-3,4Nn-4} & Z_{4Nn-3,4Nn-3} & Z_{4Nn-3,4Nn-2} & Z_{4Nn-3,4Nn-1} & Z_{4Nn-3,4Nn} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{4Nn-3,4Nn-7} & Z_{4Nn-3,4Nn-6} & Z_{4Nn-3,4Nn-5} & Z_{4Nn-2,4Nn-4} & Z_{4Nn-2,4Nn-3} & Z_{4Nn-2,4Nn-2} & Z_{4Nn-2,4Nn-1} & Z_{4Nn-2,$$

которые учитывают наличие жесткостей подкрепляющих элементов (лобовин, шпан-гоутов и т. д.).

В качестве примера приведем пример слагаемого матрицы:

$$Z_{4Nn-3,4Nn-7} = \chi_{Nn} \cdot \beta_{Nn-1} \cdot e^{\beta_{Nn-1} \cdot x_{Nn}} \cdot \left(\cos\left(\beta_{Nn-1} \cdot x_{Nn}\right) + \sin\left(\beta_{Nn-1} \cdot x_{Nn}\right)\right);$$

$$Z_{4Nn-3,4Nn-6} = \chi_{Nn} \cdot \beta_{Nn-1} \cdot e^{\beta_{Nn-1} \cdot x_{Nn}} \cdot \left(\cos\left(\beta_{Nn-1} \cdot x_{Nn}\right) - \sin\left(\beta_{Nn-1} \cdot x_{Nn}\right)\right);$$

$$Z_{4Nn-3,4Nn-5} = \chi_{Nn} \cdot \beta_{Nn-1} \cdot e^{-\beta_{Nn-1} \cdot x_{Nn}} \cdot \left(\cos\left(\beta_{Nn-1} \cdot x_{Nn}\right) - \sin\left(\beta_{Nn-1} \cdot x_{Nn}\right)\right);$$

$$Z_{4Nn-3,4Nn-4} = \chi_{Nn} \cdot \beta_{Nn-1} \cdot e^{-\beta_{Nn-1} \cdot x_{Nn}} \cdot \left(\cos\left(\beta_{Nn-1} \cdot x_{Nn}\right) + \sin\left(\beta_{Nn-1} \cdot x_{Nn}\right)\right). \quad (14)$$

Решив относительно вектора $\{C\}$ уравнение (14), найдем вектор прогибов канавок w из выражения (12) в виде:

$$\{w\} = [\Phi] \cdot \{C\},$$

$$\Gamma Ae \ \Phi_{k,4k-3} = e^{\beta_k \cdot x_k} \sin(\beta_k \cdot x_k); \ \Phi_{k,4k-2} = e^{\beta_k \cdot x_k} \cdot \cos(\beta_k \cdot x_k);$$

$$\Phi_{k,4k-1} = e^{-\beta_k \cdot x_k} \cdot \sin(\beta_k \cdot x_k); \ \Phi_{k,4k} = e^{-\beta_k \cdot x_k} \cdot \cos(\beta_k \cdot x_k), \qquad (15)$$

$$1 \le k \le K - 1.$$

Окончательно, выражения для прогибов канавок обечайки барабана под действием произвольной канатной нагрузки примут вид:

$$\{w\} = [\Phi] [A]^{-1} \cdot \{B\}.$$
(16)

Для определения *i*-й строки матрицы податливости [V_n] приложим единичную удельную силу к *i*-й канавке и сформируем матрицу [G] с компонентами:

$$G_{i,j} = 0,5\delta_{i,2} + \delta_{i,8j-6}, H/M, \qquad (17)$$

где $1 \le i \le N$, а $1 \le j \le N_{pa\delta}$. Тогда из выражения (16) следует:

$$[\mathbf{V}_{\mathbf{n}}] = [\Phi] \cdot [\mathbf{A}]^{-1} \cdot [\mathbf{G}]. \tag{18}$$

№ 1 (9*E*), 2012.

Таким образом, математическая деформированная обечайка барабана ШПМ под действием канатной нагрузки барабана ШПМ (1) примет вид:

$$\{w\} = [V_{\pi}] \{F\}.$$
(19)

Уравнения (12–19) представляют собой математическую модель деформирования обечайки барабана ШПМ под действием канатной нагрузки.

Для автоматизации вычислений коэффициентов матрицы податливости уравнения (12–19) были запрограммированы в прикладном пакете MathCAD, решение которых выполнялось в следующей последовательности: формируется матрица системы [A] путем подстановки общего решения (10) в граничные условия (11); образуется вектор усилий $\{B\}$ размерности N; определяются вектора констант интегрирования $\{C\}$; строится матрица [V_п] из выражений (13–18).

Для проверки точности данной модели проведено сравнение компонентов матрицы податливости с экспериментальными данными [2]. В качестве примера на рис. 5 приведены соответствующие формы барабана под действием единичной удельной силы, приложенной к пятнадцатой канавке. Среднеквадратичная ошибка определения матрицы податливости по предложенной математической модели не превысила 2,4 %.

w, мм 0.25 Лобовина под девятой канавкой 0,2 Лобовина под шестой канвкой Результаты МКЭ 0,15 0,1 0,05 i2 i6 20 24 36 40 j -0.05

Рис. 5. Форма обечайки барабана

Анализ структуры уравнений (1) и (19) показывает, что в математической модели прогибов обечайки важным сомножителем является матрица податливости, которая учитывает физико-механические характеристики подкрепленной обечайки.

В качестве примера ниже приведены графики податливости, отнесенной к кольцевой податливости:

$$v_{\rm K} = \frac{R^2}{B \cdot t} = 1,476 \cdot 10^{-8}, \frac{{\rm M}^2}{{\rm H}},$$

обечайки барабана машины ЦР – $6 \times 3,4/0,6$ при действии единичных нагрузок в *i*-х канавках (рис. 6).



Рис. 6. Формы обечайки

Для большей наглядности зависимости матрицы податливости от деформации *j*-й канавки под действием окружной силы на *i*-ю канавку приведен на рис. 7.



Рис. 7. Графическое представление матрицы податливости

№ 1 (9E), 2012.

Как видно из рис. 6, при изменении расположения прикладываемой силы, начиная от переставной части барабана к тормозному полю, матрица податливости имеет четыре участка: І – консольная часть барабана, имеющая максимальную податливость; II – переход от минимальной податливости в окрестностях лобовины к податливости обечайки, связанной с кольцевым сжатием (участок III); IV – участок ослабления податливости обечайки, связанный с влиянием лобовины к тормозному полю.

Из анализа рис. 6 видно, что перемещение лобовины с шестой канавки на девятую снизило максимальный прогиб на 11,5 %. Для получения аналогичного результата по способу, ранее предложенному в работе [2], потребовало бы проведение более сотни вычислительных экспериментов на полной конечно-элементной модели барабана. Из анализа рис. 7 видно, что максимальной податливостью обладает консольный участок обечайки. Исследуем, как влияет уменьшение длины этого участка, т. е. расположение лобовины, на величину прогибов, а значит и напряжений.

выводы

Абсолютная погрешность при замене спиральной канавки на барабане ШПМ на кольцевые не превышает 4–6 % для интенсивности напряжений и перемещений, что позволяет использовать модель барабана с кольцевыми канавками.

Математическая модель деформирования обечайки барабана под действием канатной нагрузки получена на основе системы канонических уравнений по методу сил, в отличие от известных. Модель содержит матрицу податливости, значение компонентов которой зависит от конструкции барабана и физико-механических свойств материалов, определяется на основе полуэмпирического подхода.

Оценка достоверности математической модели в сравнении с результатами вычислительного эксперимента с применением МКЭ для обечайки барабана ШПМ типа ЦР дало погрешность 2,4 %.

Матрица податливости является существенным коэффициентом в математической модели деформирования обечайки барабана ШПМ. Полученные уравнение для вычисления коэффициентов матрицы податливости позволяют определять содержимое этой матрицы, не проводя серию громоздких численных экспериментов.

Из математической модели барабана получена матрица податливости, состоящая из четырех участков, отвечающих относительному расположению лобовин.

Предложен высокоэффективный способ анализа структуры барабана, позволяющий в частности определить снижение максимального прогиба обечайки на 11,5 % в зависимости от расположения лобовины с уменьшением на два порядка количества вычислительных экспериментов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ковальский Б. С. Нагрузка канатных барабанов и бобин [Текст] / Б. С. Ковальский // Стальные канаты : сб. статей. – Киев : Техніка, 1966. – Вып. 3. – С. 89–106.

2. Заболотный К. С. Обоснование компьютерной модели барабана и расчетных нагрузок шахтной подъемной машины [Текст] / К. С. Заболотный, А. Л. Жупиев, Е. Н. Соснина // Геотехническая механика : Межведомственный сборник научных трудов / Ин-т геотехнической механики им. Н. С. Полякова НАН Украины. – Днепропетровск, 2011. – Вып. 92. – С. 275–278.

3. Безпалько Т.В. Оптимизация по канатоемкости проектных параметров барабанов шахтных подъемных машин [Текст] : автореф. дис. ... канд. техн. наук / Татьяна Витальевна Безпалько. – Днепропетровск, 2004. – 21 с.

4. Андрианов И. В. Метод усреднения в статике и динамике ребристых оболочек / И. В. Андрианов, В. А. Лесничая, Л. И. Маневич. – М. : Наука, 1985. – С. 97–101.

Статья поступила в редакцию 18.10.2012 г.