

# ТЕХНОЛОГІЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ВИРОБНИЦТВА, ПЕРЕРОБКА ПРОДУКТІВ ТВАРИННИЦТВА ТА ЇХ ЗБЕРІГАННЯ

## TECHNOLOGICAL ENSURING OF PRODUCTION, PROCESSING OF PRODUCTS OF ANIMAL ORIGIN AND THEIR PRESERVATION

УДК 664:661.12

**Білонога Ю.Л.**<sup>1</sup>©, д.т.н., професор,  
**Ціж Б.Р.**<sup>1,3</sup>, д.т.н., професор, tsizhb@.ukr.net  
**Варивода Ю.Ю.**<sup>1</sup>, к.т.н., доцент,  
**Білонога Д.М.**<sup>2</sup>, к.ф.-м.н., доцент  
**Корнієнко О.Я.**<sup>1</sup>, аспірант

<sup>1</sup>Львівський національний університет ветеринарної медицини  
та біотехнологій імені С.З. Гжицького,

<sup>2</sup>Національний університет «Львівська політехніка»,

<sup>3</sup>Університет Казимира Великого у Бидгощі, Польща

### КІНЕТИКА ПРОЦЕСУ ФІЛЬТРУВАННЯ З УРАХУВАННЯМ СИЛ ПОВЕРХНЕВОГО НАТЯГУ РІДИНИ

*Ключові слова:* приповерхневий ламінарний шар, елементарний об'єм рідини, поверхнєве число, числа Ейлера, Фруда, Рейнольдса в каналі фільтра, еквівалентний діаметр каналів фільтрувальної перегородки

Процес фільтрування завжди проходить через пористу перегородку, яка може бути із зернистого матеріалу або відповідної тканини, паперу тощо. Така система передбачає наявність у фільтрі капілярної системи, де діє потужне поле сил поверхневого натягу рідини. Тому, розгляд фільтрувальної перегородки почнемо із аналізу сил, що діють на елементарний об'єм рідини в капілярі фільтра.

#### Силовий аналіз елементарного об'єму рідини в капілярі

Фільтрувальна перегородка є системою капілярів, де максимально проявляються сили поверхневого натягу рідини. Розглянемо елементарний об'єм рідини у фільтрувальній перегородці (рис.1).

На елементарний об'єм в каналі фільтра діють сили:

$$1. \text{ Сила поверхневого натягу рідини: } F_n = 2\pi \cdot \sigma \cdot l \cdot \cos \theta = \frac{\sigma \cdot l^3}{l^2} \cos \theta. \quad (1)$$

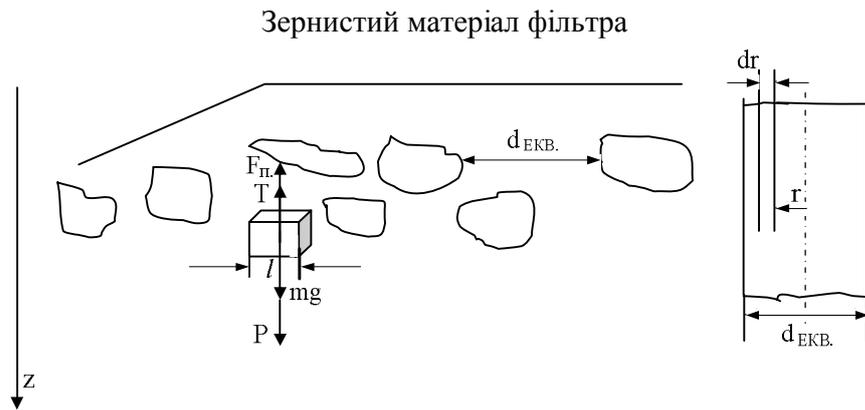
$$2. \text{ Сила тяжіння: } mg = \rho \cdot l^3 g. \quad (2)$$

$$3. \text{ Сила тертя: } T = \frac{\mu dV_z \cdot l^2}{l} \approx \frac{\mu V_z \cdot l^3}{l^2}. \quad (3)$$

$$4. \text{ Сила інерції: } F_i = ma = \rho l^3 \frac{dV_z}{d\tau} \approx \rho l^3 \frac{V_z}{\tau}. \quad (4)$$

$$5. \text{ Сила тиску: } P = p \cdot l^2 = \frac{p \cdot l^3}{l}, \quad (5)$$

де  $p$  – тиск рідини, що діє на грань елементарного об’єму, Па;  
 $V$  – швидкість руху рідини, м /с;  $\sigma$  – коефіцієнт поверхневого натягу рідин, Н/м;  
 $l$  – лінійний параметр елементарного об’єму, м;  $\rho$  – густина рідини, кг/м<sup>3</sup>;  $g$  – прискорення вільного падіння, м /с<sup>2</sup>;  $\mu$  – динамічна в’язкість рідини, Па·с;  $\tau$  – час, с;  $\cos \theta$  – поверхнева гідрофільність твердого тіла (стілки фільтрувальної перегородки) при її змочуванні.;



**Рис.1.** Схема зернистої фільтрувальної перегородки і окремого каналу

$$\frac{dV}{dl} \approx \frac{V}{l}; \frac{dV}{d\tau} \approx \frac{V}{\tau} \text{ – виходячи з теорії подібності, враховуючи що}$$

швидкість руху рідини, а також лінійний параметр  $l$  в межах Л шару є дуже малими величинами.

За принципом де’Аламбера, скорочуючи на  $l^3$ , записуємо співвідношення 6:

$$\frac{p}{l} - \frac{\sigma \cos \theta}{l^2} - \rho \cdot g - \frac{\mu V}{l^2} = \frac{\rho V}{\tau}; \frac{\rho V}{\tau}. \quad (6)$$

Поділивши праву та ліву частини рівняння 6 на доданок  $\frac{\rho V}{\tau}$ ,  
отримуємо безрозмірні величини:

$$1. \frac{\rho \tau}{\rho V_z \cdot l} = \frac{\Delta p}{\rho V_z^2} = Eu - \text{число Ейлера в каналі фільтра.}$$

$$2. \frac{\sigma \cdot \cos \theta}{\rho V_z^2 \cdot l} = \frac{\sigma \cdot \cos \theta}{\rho V_z^2 d_{\text{ЕКВ.}}} - \text{поверхневе число в каналі фільтра.}$$

$$3. \frac{\rho \cdot g \tau}{\rho V_z} = \frac{g \tau \cdot l}{V_z \cdot l} = \frac{g \cdot l}{V_z^2} = Fr - \text{число Фруда в каналі фільтра.}$$

$$4. \frac{\mu V \tau}{l^2 \rho V_z} = \frac{\mu}{d_{\text{ЕКВ.}} \rho V_z} = \frac{1}{Re} - \text{обернене число Рейнольдса в каналі фільтра,}$$

де  $\frac{l}{\tau}$  – параметр швидкості, м/с;  $d_{\text{ЕКВ.}}$  – еквівалентний діаметр каналів

фільтрувальної перегородки, м.

Параметр  $d_{\text{ЕКВ.}}$  – еквівалентний діаметр каналів фільтрувальної перегородки, зазвичай, є дуже мала величина, оскільки фільтр – система пор, капілярів. При цьому  $d_{\text{ЕКВ.}}$  залежно від матеріалу фільтра може набувати різних значень (від  $1 - 2 \cdot 10^{-3}$  м або до  $60-800 \cdot 10^{-6}$  м) [1; 2, с. 250]. Оскільки еквівалентний діаметр каналів фільтрувальної перегородки – це мала величина, то, очевидно, що рух рідини в каналах фільтра відбувається за Л режиму. При цьому число Рейнольдса не перевищує значення  $Re < 35$  [3, с. 45]. Оскільки число Рейнольдса за визначенням  $Re = V d_{\text{ЕКВ.}} \rho / \mu$ , то для нормальних умов встановлюємо числовий порядок величин, що входять у співвідношення 6. При цьому підставляємо фізичні характеристики для води за нормальних умов:

Число Рейнольдса в капілярі фільтра:  $Re \approx 35$  [3, с. 45]. При цьому швидкість рідини в каналах фільтрувальної перегородки:  $V_z d_{\text{ЕКВ.}} \rho / \mu = 35$ ;  $V_z \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 1000 / 10^{-3}$ ;  $V_z = 35 \cdot 10^{-3} / 2 \cdot 10^{-3} \cdot 1000 = 0,0175$  м/с,

де  $\mu \approx 1 \cdot 10^{-3}$  Па·с – коефіцієнт динамічної в'язкості води за нормальних умов;  
 $\rho \approx 1000$  кг/м<sup>3</sup> – густина води за нормальних умов;  $d_{\text{ЕКВ.}} \approx 2 \cdot 10^{-3}$  м.

$$1. \text{ Число Ейлера в каналі фільтра: } Eu = \frac{\Delta p}{\rho V_z^2} = \frac{1000}{1000 \cdot (0,0175)^2} = 3265,$$

де  $\Delta p \approx 1000$  Па – спад напору по довжині фільтра.

2. Поверхневе число в каналі фільтра:

$$\frac{\sigma \cdot \cos \theta}{\rho \cdot V_z^2 \cdot l} = \frac{\sigma \cdot \cos \theta}{\rho \cdot V_z^2 d_{\text{ЕКВ.}}} = \frac{0,0725 \cdot 0,5}{1000 \cdot (0,0175)^2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 59.$$

3. Число Фруда в каналі фільтра:

$Fr = \frac{g \cdot l}{V_z^2}$  – прямує до нуля, оскільки параметр елементарного об'єму  $l$  також прямує до нуля.

4. Обернене число Рейнольдса:  $\frac{1}{Re} = \frac{\mu}{d_{\text{ЕКВ}} \cdot \rho V_z} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 1000 \cdot 0,0175} = 0,0285$ .

Виходячи з наведених розрахунків, в системі елементарний об'єм рідини в каналі фільтрувальної перегородки, що рухається за Л режиму числами Фруда та оберненим числом Рейнольдса можна знехтувати, оскільки це величини, що 5–8 порядків є меншими від числа Ейлера та поверхневого числа.

З 6 отримуємо критеріальне рівняння 7:

$$Eu - \frac{\sigma \cdot \cos \theta}{\rho V_z^2 d_{\text{ЕКВ}}} = 1. \quad (7)$$

Нехтуємо також одиницею в критеріальному рівнянні 7.

Отримуємо співвідношення 8:

$$\frac{\Delta p}{\rho V_z^2} = \frac{\sigma \cdot \cos \theta}{\rho V_z^2 d_{\text{ЕКВ}}}. \quad (8)$$

де  $\frac{\sigma \cdot \cos \theta}{\rho V_z^2 d_{\text{ЕКВ}}}$  – поверхневе число в капілярі фільтра

Можна бачити, що рівність 8 може перетворюватися у відоме рівняння Лапласа по визначенню капілярного тиску –  $\Delta P_m = 4 \sigma_{1-2} \cos \theta / D = 4 (\sigma_{3-2} - \sigma_{3-1}) / D$ . Косинус кута показує гідрофільність чи гідрофобність залежно від того, менший, чи більший кут  $\theta$  за  $90^\circ$  і є мірою змочуваності або незмочуваності.

$$\cos \theta = \frac{\sigma_{3-2} - \sigma_{3-1}}{\sigma_{1-2}};$$

Розглянемо сили тиску і сили поверхневого натягу в Л шарі, що діють на елементарне кільце рідини в каналі фільтра (рис. 1).

1. Площа елементарного кільця:  $dS = 2\pi r dr$ .
2. Сила тиску, що діє на елементарне кільце:  $dP = \Delta p \cdot 2\pi r dr$ .
3. Сила поверхневого натягу рідини, що діє в Л шарі капіляра:  $dF_{\Pi} = 2\pi \sigma \cdot \cos \theta \cdot dr$ .

$$dP \approx dF_{\Pi}; \Delta p \cdot 2\pi r dr = 2\sigma \cdot \cos \theta \cdot \pi dr. \quad (9)$$

Інтегруємо рівняння, виносячи сталі величини за знак інтегрування:

$$dP = \Delta p \cdot 2\pi \int_0^{\delta} r dr = \Delta p \cdot \pi \delta^2; dF_{\Pi} = 2\pi \sigma \cos \theta \int_0^{d_{\text{ЕКВ}}/2} dr,$$

де  $r = d_{\text{ЕКВ}}/2$  – радіус капіляра, м;  $\delta = d_{\text{ЕКВ}}/2$ .

Фізичний зміст інтегрування в даній системі полягає в тому, що Л шар розповсюджується на весь “живий переріз” капіляра на величину  $d_{\text{ЕКВ}}$ . Після інтегрування отримуємо формулу 10:

$$\Delta p d_{\text{ЕКВ}}^2 = 4\sigma \cos\theta d_{\text{ЕКВ}}. \quad (10)$$

Або після скорочення:

$$\Delta p = \frac{4\sigma \cdot \cos\theta}{d_{\text{ЕКВ}}}. \quad (11)$$

Як вказувалося раніше, в капілярах режим руху рідини переважно л, тобто діаметр “живого перерізу” капіляру  $d_{\text{ЕКВ}}$  можна виразити рівністю 12 [6]:

$$D_{\text{ЕКВ}} = 2\Delta; \quad (12)$$

Підставивши рівність 12 у співвідношення 11, отримаємо формулу Лапласа для розрахунку капілярного тиску. Враховуючи те, що фільтрувальна перегородка є сумою багатьох капілярів, можна записати для фільтра рівність 13 [5]:

$$\Delta P = \varepsilon \frac{4\sigma \cdot \cos\theta}{d_{\text{ЕКВ}}}, \quad (13)$$

Де  $\varepsilon$  – доля порожнеч у фільтрувальній перегородці;

$\theta$  – кут змочування. Якщо кут змочування гострий ( $\theta < 90^\circ$ ), то треба користуватися формулою 13. Якщо кут змочування тупий ( $\theta > 90^\circ$ ), формула 13 трансформується у рівність 14:

$$\Delta P = \varepsilon \frac{4(\sigma_{3-2} - \sigma_{3-1})}{d_{\text{ЕКВ}}}, \quad (14)$$

де  $\sigma_{3-2}$  – коефіцієнт поверхневого натягу на межі розділу твердої та газоподібної фаз, тобто фільтрувальної перегородки і повітря, Н/м;  $\sigma_{3-1}$  – коефіцієнт поверхневого натягу на межі твердої та рідкої фаз, тобто фільтрувальної перегородки та розчину, Н/м.

Викладені теоретичні передумови перевірені нами експериментально [4,5]. Наше пояснення формул 13 і 14 таке:

- тиск в каналі фільтрувальної перегородки залежить від спаду напору по довжині фільтра, тобто  $\Delta P = R\varepsilon$  аналогічно до того, як швидкість фільтрування залежить від швидкості руху рідини в капілярі фільтра  $V_f = V\varepsilon$  [3, с. 46];

- відомі критеріальні рівняння за умов фільтрування не зовсім коректні, бо містять величину, що обернена до числа Рейнольдса, числовий порядок якої

$$\text{малий} \left( \frac{1}{\text{Re}} = \frac{\mu}{d_{\text{ЕКВ}} \cdot \rho V_z} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 1000 \cdot 0,0175} = 0,0285 \right) \text{ порівняно з}$$

числом Ейлера та поверхневим числом в капілярі. Тому у відомі

критеріальні рівняння вводять число гомохронності ( $Ho = \frac{l}{d_{ЕКВ}}$ ), де  $l$  –

товщина фільтра, м;  $d_{ЕКВ}$  – еквівалентний діаметр каналів фільтрувальної перегородки, м.

#### **Висновки:**

1. В каналах фільтрувальної перегородки домінуючими є сили поверхневого натягу рідини, а також сили тиску, тобто в критеріальному рівнянні можна враховувати число Ейлера та поверхневе число.

2. Запропоновані формули можуть використовуватися для розрахунку швидкості фільтрування за використання поверхнево-активних (ПАР) речовин до розчинів чи екстрагентів. Вони перевірені теоретично та експериментально.

3. Відомі рівності для розрахунку швидкості фільтрування не можуть бути використані при застосуванні ПАР, оскільки не показують ефекту гідрофобізації поверхні подрібненого осаду.

#### **Література**

1. Свойства порошков металлов, тугоплавких соединений и спеченных материаллов: Информационный справочник ИПМ АН УССР. Киев: Наукова думка.- 1978.- 182 с.

2. Супрунчук В.К. Конструкционные материалы и покрытия в продовольственном машиностроении / В.К. Супрунчук, Э.В. Островский.- Справочник.- М: Машиностроение.- 1984.- 324 с.

3. Кавецкий Г.Д. Процессы и аппараты пищевых производств / Г.Д. Кавецкий, А.В. Королев. - М.: Агропромиздат, 1991. - 432 с.

4. Білонога Ю.Л. Інтенсифікація процесу фільтрування при використанні поверхнево-активних речовин (ПАР)//Інтегровані технології та енергозбереження.- 2001. - №1. - С. 35 - 38.

5. Використання поверхнево-активних речовин (ПАР) в процесі фільтрування / Ю.Л. Білонога Б.Р. Ціж І.Г. Береза Ю.Ю. Варивода, Т.Б.Пелип // Праці Таврійської державної агротехнічної академії. – Мелітополь: 2001.- Випуск 1, Т.23. - С. 3 - 6.

#### **Summary**

**Bilonoga Yu.L., Tsizh B.R., Varyvoda Yu.Yu.,**

**Bilonoga D.M., Kornienko O.Ya.**

#### **KINETICS OF THE FILTER IN VIEW OF FORCE SURFACE TENSION OF LIQUIDS**

*In channel filter partitioning is the dominant force of surface tension and fluid pressure forces, in the criteria equation can consider the Euler number and surface number. The proposed formula can be used to calculate the velocity filter by using surfactants (SAS) substances or solutions to the extractant. They are proven theoretically and experimentally. Famous equality to calculate the velocity filter can not be used in the application of South Africa, because it does not show the effect of hydrophobic surface of crushed sediment.*

Рецензент – д.с.-г.н., професор Цісарик О.Й.