

УДК 664.9

**Федишин Я.І.**, к.ф.-м. н., професор<sup>©</sup>**Гембара Т.В.**, к.т.н., доцент*Львівський національний університет «Львівська політехніка»***Федишин Т.Я.**, к.в.н., доктор філософії*Львівський національний університет ветеринарної  
медицини та біотехнологій ім. С.З. Гжицького*

## ДИСКРЕТНЕ МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛОФІЗИЧНОГО ПРОЦЕСУ СТЕРИЛІЗАЦІЇ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ МОДИФІКОВАНИХ БІОФІЗИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕРМОСТІЙКОСТІ ТА ЛЕТАЛЬНОСТІ

*Запропоновано розрахунковий метод оперативного прогнозування санітарно-мікробіологічної безпеки м'ясних консервів залежно від заданого температурно-часового режиму стерилізації в автоклавах неперервної дії. Отримано кількісну оцінку впливу процесу нагрівання на летальність мікрофлори у центрі консервів з урахуванням її концентрації та термостійкості на основі визначеної енергії активації.*

**Ключові слова:** термостійкість, мікрофлора, теплопровідність, температуропровідність, стерилізація, летальність.

**Вступ.** У математичного моделювання режимів стерилізації у харчовій промисловості можна виділити два основні загальноприйняті методи. У першому береться до уваги концентрація мікробних клітин, температура та тривалість її підтримування в елементарному об'ємі, який найповільніше нагрівається. При цьому вважається, якщо мікроорганізми в цьому об'ємі загинуть, то будуть знищені і в будь-якій частині продукту. У другому – методі Дейндорфера -Хемфрі, Річардса та ін. [1-3] – інтегрується дія нагрівання на мікроорганізми в усьому об'ємі продукту. Для задач стерилізації м'ясних консервів цілком достатньо використати перший метод, врахувавши при тому математичні закономірності розподілу температурного поля в продукті.

**Матеріали і методи.** Чисельні методи розв'язування задач теплопровідності, біофізичні методи оцінки термостійкості мікрофлори.

**Результати дослідження.** Доведено, що з точки зору фізико-хімічних закономірностей процеси, в яких гинуть мікробні клітини, є мономолекулярними реакціями [3]. Отже, швидкість знищення мікробів піддається математичному аналізу, справедливому для реакцій першого порядку. Швидкість відмирання мікроорганізмів залежить від їх концентрації та описується диференціальним рівнянням :

$$\frac{dB}{dt} = -kB, \quad (1)$$

де:  $B$  – концентрація мікроорганізмів у момент часу  $t$ ;  $k$  – коефіцієнт швидкості знищення мікроорганізмів.

Розв'язок рівняння запишемо у зручному вигляді

$$t = D \lg \frac{B_0}{B}, \quad (2)$$

де  $D = \frac{1}{k \lg e}$ ,  $B_0$  – концентрація мікроорганізмів у початковий момент часу

Стала величина  $D$  дорівнює проміжку часу, який припадає на один логарифмічний цикл зміни концентрації спор, що необхідний для зменшення концентрації спор у 10 разів.

У результаті біохімічних та мікробіологічних досліджень з'ясовано, що у диференціальному рівнянні (1) швидкості відмирання мікроорганізмів при змінній у часі температурі коефіцієнт  $k$  з достатньою точністю можна описати рівнянням Арреніуса [2-3]:

$$k = A e^{-\frac{E}{RT}}, \quad (3)$$

де  $A$  – стеричний фактор, 1/с;  $E$  – енергія активації, необхідна для руйнування мікроорганізмів, Дж/моль;  $R$  – універсальна газова стала, Дж/(моль·К);  $T$  – температура, К.

Розв'язавши рівняння (1) з урахуванням співвідношення (3), отримаємо точну формулу для обчислення летального числа  $L$ , яке означає зниження мікрофлори в  $10^L$  разів:

$$L = \lg \frac{B_0}{B} = A \lg e \int_{t_1}^{t_2} e^{-\frac{E}{RT}} d\tau, \quad (4)$$

де:  $\tau$  – змінна інтегрування в часі;  $t_1$  – час, починаючи від якого температура у продукті підтримувалась (протягом періоду часу  $t_2 - t_1$ ) вищою від мінімальної, потрібної для помітного знищення мікрофлори. За еталонні оберемо біофізичні характеристики термостійкості для *Vac. stearothermophilus*, визначені експериментально, стеричний фактор  $A_0 = 10^{36,2}$  1/с; енергію активації  $E = 283446$  Дж/моль, на основі яких обчислимо модифіковану характеристику - енергію активації іншої мікрофлори, використання якої не перевищує допустимої похибки [2]. Стерилізаційний ефект будемо оцінювати летальним числом  $L$  в елементарному об'ємі середовища, який найповільніше нагрівається, тобто в його центрі.

Нехай початкова температура продукту дорівнює  $T_0$ . Температура робочого середовища стерилізаційної камери дорівнює  $T_c$ . Позначимо через  $t_1$  час, за який з моменту початку стерилізації, температура в центрі консерв піднімається до межі  $T_n$ , необхідної для початку процесу знищення мікроорганізмів;  $t_2$  – тривалість зростання температури від  $T_0$  до  $T_c$ ;  $t_3$  – тривалість витримки температури  $T_c$  у центрі. Запишемо формулу (4), ввівши відповідні позначення та враховуючи попереднє співвідношення:

$$L = A_\varepsilon \int_{t_1}^{t_2 - t_3} \exp\left(\frac{b}{T_c + p \exp(\tau s)}\right) d\tau, \quad (5)$$

де  $b = -\frac{E}{R}$ ;  $A_\varepsilon = A \lg e$ ; відносні температури обчислюються залежно від геометричної форми згідно відповідних методик теорії теплопровідності [2,4]. В результаті отримаємо розрахункову формулу для обчислення летального числа  $L$ , в якій  $T_n$  – порогове значення температури  $T$  при  $t = t_1$ , після досягнення якої розпочинається знищення мікрофлори:

$$L = \frac{A_b}{s} \left( e^{\frac{b}{T}} \left[ E_i\left(\frac{b}{T_k} - \frac{b}{T_c}\right) - E_i\left(\frac{b}{T_n} - \frac{b}{T_c}\right) \right] + \right. \\ \left. + E_i\left(\frac{b}{T_n}\right) - E_i\left(\frac{b}{T_k}\right) \right) + A_b e^{\frac{b}{T}} t_3 \quad (6)$$

де:  $E_i(x)$  – інтегральна показникова (вища трансцендентна) функція,  $T_k$  – температура в центрі продукту, за якої досягається необхідне для стерилізаційного ефекту число  $L$ : при  $T_k < T_c$  треба прийняти у цій формулі  $t_3 = 0$ ; якщо ні, то треба підставляти  $T_k = T_c$ .

За необхідності, враховуючи отримане співвідношення,  $F$ -ефект (стерилізаційний ефект) обчислюється за формулою

$$F = D_{T_n} L. \quad (7)$$

Для наближеного врахування залежності коефіцієнта теплопровідності від температури використана послідовна дискретизація неперервного температурного поля розбиттям  $T_i$ . При тому вважається, що на ділянках розбиття середовище має відповідні теплофізичні характеристики, а межі ділянок є границями розділу фаз.

В математичній постановці розглянемо однорідний простір  $z > 0$ . В початковий момент часу  $t = 0$  площина  $z = 0$  зазнає впливу сталої температури  $T_c > T_f$ , де  $T_f$  – температура фазового переходу, а саме зміни теплофізичних характеристик..

В початковий момент часу температура у всіх точках середовища, насиченого однакова  $T_0$ , тому задачу можна вважати одномірною. Границею фазового переходу буде площина, яка переміщується із плином часу:  $z = \varepsilon(t)$ .

Аналітичний опис функції  $z$  є суттю проблеми розв'язування задачі Стефана. Нехай протягом часу  $\Delta t$  границя розділу фаз переміщується з положення  $\varepsilon(t)$  в положення  $\varepsilon(t + \Delta t)$ . Таким чином перейде в іншу фазу маса  $\rho m \Delta \varepsilon$ , при тому виділиться кількість тепла  $r \rho m \Delta \varepsilon$  (де  $r$  – теплота фазового переходу,  $\rho$  – густина рідини,  $m$  – пористість середовища ( $0 < m < 1$ )).

З умови теплового балансу отримаємо

$$\left[ \left( \lambda_1 \frac{\partial T_1}{z \partial} \right)_z - \left( \lambda_2 \frac{\partial T_2}{z \partial} \right)_{z+\Delta z} \right] \Delta t = r \rho m \Delta \varepsilon, \quad (8)$$

де  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $\lambda_1, \lambda_2$  - відповідно температури і коефіцієнти теплопровідності середовища у різних фазах). Із розв'язку відповідної крайової задачі із врахуванням (8) отримують складне трансцендентне рівняння, з якого проблематичним є визначення границі розділу. На основі представлення функцій  $T_1$  і  $T_2$  залежно від  $\varepsilon(t)$ , які цілком задовольняють рівняння теплопровідності крайової задачі, отримано аналітичний вираз для визначення границі розділу фаз та розв'язана осесиметрична задача. Проведено чисельні програмні розрахунки, в результаті яких встановлено, що дискретизація за зміною теплофізичних характеристик забезпечує на 5-10% вищу точність, яка зменшується із підвищенням температури стерилізації. Очевидно така закономірність пояснюється більшою неоднорідністю температурного поля при вищій температурі стерилізації. В такому випадку підвищити точність можна зменшивши дискретні ділянки, однак для реалізації такого підходу необхідно провести значну кількість експериментів для кожного виду продукту для побудови кривої зміни теплофізичних характеристик залежно від температури. В науковій літературі відсутня достатня кількість даних для такого підходу. Запропонований метод, окрім точного визначення границі, дозволяє проводити адекватний аналіз впливу теплофізичних параметрів середовища на швидкість поширення фронту фазових перетворень.

**Висновки.** Використання дискретизації температурного поля для розрахунку оптимальних температурно-часових режимів стерилізації харчових продуктів, зокрема м'ясних консервів, є перспективним з точки зору забезпечення зниження теплових витрат. Розроблену методику можна використовувати для прогнозування та забезпечення заданої харчової цінності м'ясних продуктів з гарантованим рівнем санітарно-мікробіологічної безпеки.

#### Література

1. Zee Jun Ho, Singh Raresh K., Larkin John W. Determination of lethality and processing time in a continuous sterilization system containing particulates // J. Food Eng. – 1990. – Vol. 11, №1. – P. 67-92.
2. Бурдо О.Г., Феदिшин Т.Я., Гембара Т.В., Демків Т.М. Використання закону Арреніуса для теплофізичного розрахунку процесу стерилізації м'ясних консервів // Наукові праці Одеської держ. акад. харч. технол. – 2001. – Вип.22. – С.152-159.
3. Математические модели и ЭВМ в микробиологической практике / Ю.П. Малаленко, Ф.В. Мушин, В.А. Романовская и др./ Отв. ред. В.И. Максимов, Р.И. Гвоздяк. - Киев: Наук. думка, 1980. – 195с.
4. Соколов А.А., Адонин А.Л., Исаев М.К., Гушин Б.П. Определение пищевой ценности мясных продуктов при термической обработке // Мясная индустрия СССР. – 1980. -№10. – С. 38-39.

### **Summary**

*A calculation method of forecasting operational health and microbiological safety of canned meat, depending on the given temperature-time regime of sterilization in autoclaves continuous action was proposed. Try a quantitative assessment of impact of heat on mortality microflora in the center of canned considering its concentration and heat based on a particular activation energy .*

Рецензент – д.т.н., професор Білонога Ю.Л.