

УДК 513.628

Свідрак І.Г., к.т.н., доц.

Національний університет «Львівська політехніка», м.Львів, Україна

Галкіна Н.С. ©

Львівський національний університет ветеринарної медицини та біотехнологій імені С.З. Гжицького, м.Львів, Україна

ЗАДАЧИ МОДЕЛЮВАННЯ ПОВЕРХОНЬ

В статті розглядається пряма та обернена задачі моделювання поверхонь, а саме, конструювання поверхонь методами нарисної геометрії із задалегідь заданими умовами позиційного та диференційного характеру по їх відомим моделям. Ціллю розв'язку прикладної задачі є конструювання технічної поверхні, простої або складної, що несе лінійний або мережевий каркас простих та складних ліній з наперед заданими властивостями. Проводиться дослідження впливу взаємного розташування двох моделей на взаємне розташування утворених поверхонь при відображенні цих моделей на простір одним апаратом відображення. Такі дослідження можуть привести до принципово нового підходу при конструюванні двовимірних гладких обводів.

Розглядається обернена (прикладна) задача моделювання - це конструювання поверхні, що відповідає наперед заданим умовам позиційного, диференційного характеру, по їх відомим моделям – відповідностям, встановленим між полями проєкцій. Розв'язання такої задачі на відміну від прямої потребує в якості заданої моделі в площині зображень біраціонального перетворення цикла 3 та строго визначеного взаємного розташування апаратів проєкціювання. У протилежному випадку замість однієї поверхні отримуємо дві або три конкуруючі поверхні, які мають лінійні каркаси.

Ключові слова: моделювання поверхонь, алгебраїчні поверхні, апарат проєкціювання, точкові відповідності, раціональні поверхні, біраціональні перетворення, порядок проєкціюючих ліній та поверхонь.

УДК 513.628

Свидрак И.Г., к.т.н., доц.

Национальный университет «Львовская политехника», г.Львов, Украина

Галкина Н.С.

Львовский национальный университет ветеринарной медицины и биотехнологий имени С.З. Гжицкого, Львов, Украина

ЗАДАЧИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ

В статье рассматривается прямая и обратная задачи моделирования поверхностей, а именно, конструирования поверхностей методами начертательной геометрии с заранее заданными условиями позиционного и дифференциального характера по их известным моделям. Целью решения прикладной задачи является конструирование технической поверхности, простой или сложной, несущий линейный или сетевой каркас простых и сложных линий с заданными свойствами. Проводится исследование влияния

взаимного расположения двух моделей на взаимное расположение образованных поверхностей при отображении этих моделей на пространство одним аппаратом отражения. Такие исследования могут привести к принципиально новому подходу при конструировании двумерных гладких обводов.

Рассматривается обратная (прикладная) задача моделирования - это конструирование поверхности соответствует заранее заданным условиям позиционного, дифференциального характера, по их известным моделям - соответствиям, установленным между полями проекций. Решение такой задачи в отличие от прямой требует в качестве заданной модели в плоскости изображений бирациональных преобразования цикла 3 и строгого определения взаимного расположения аппаратов проецирования. В противном случае вместо одной поверхности получим две или три конкурирующие поверхности, которые имеют линейные каркасы.

Ключевые слова: моделирование поверхностей, алгебраические поверхности, аппарат проецирования, точечные соответствия, рациональные поверхности, бирациональных преобразования, порядок проекциующих линий и поверхностей

UDC 513,628

Svidrak I., PhD.

National University "Lviv Polytechnic", Lviv, Ukraine

Galkina N.

Lviv National University of Veterinary Medicine and Biotechnologies named after SZ Gzhyskiy, Lviv, Ukraine

PROBLEM MODELLING SURFACE

In the article the direct and inverse problems of modeling surfaces, namely, designing methods of descriptive geometry surfaces with predetermined terms of positional and differential character on their famous models. The purpose solution applied task is designing technical surface, simple or complex, bearing linear or network framework of simple and complex lines with predetermined properties. A study influence the relative position of the two models on the relative positions of surfaces formed by reflection of these models in one space unit display. Such studies may lead to a fundamentally new approach in the design of two-dimensional smooth contours. We consider the inverse (applied) problem modeling - a design surface that meets the predefined criteria of the position, the differential nature, in their well-known models - correspondences established between the fields of projections. The solution of this problem, in contrast to the direct needs as specified in the model image plane birational transformation cycle 3 and the relative position of a strict definition devices proektsiyuvannya. Otherwise, instead of one surface get two or three competing surface having linear frames.

Key words: modeling of surfaces, algebraic surfaces apparatus proektsiyuvannya, point matching, rational surfaces birational transformation, order proektsiyuyuchyh lines and surfaces

Вступ. Побудова зображень поверхонь, не зважаючи на існування багатьох виконаних досліджень, є до цього часу однією із актуальних проблем нарисної геометрії. Говорячи про зображення поверхонь, розуміється отримання їх неперервних моделей за схемою метода двох зображень. Ці моделі – відповідності, що виникають між полями перших і других проєкцій точок даної поверхні. Надалі для визначеності будемо розглядати тільки точкові центральні відповідності, що відрізняються простотою та широкими можливостями в розв'язанні обернених задач моделювання.

Матеріал і методи. Під прямою задачею моделювання поверхонь розуміється пошук такого різноманіття алгебраїчних поверхонь, апаратів проєкціонування та їх взаємного розташування з ціллю отримання на картинній площині центральних, взаємовідповідних та біраціональних точкових відповідей.

Ціллю розв'язання прямої задачі є дослідження властивостей моделюємих поверхонь, встановлення взаємозв'язків характеристик поверхонь (порядок, особливі точки та лінії, існування сімей простих ліній, їх характеристики та інцидентії), апарата проєкціонування (порядок проєкціуючих ліній, їх особливості) та моделі (порядок, фундаментальна, принципова та інваріантна схеми).

При цьому істотне значення для розв'язання прикладних задач є дослідження існування на поверхні, що моделюється одного (лінійного) та двох (мережевого) сімейств плоских кривих, а також моделювання одним апаратом відображення одночасно двох поверхонь та дослідження впливу взаємного розташування даних поверхонь на вид їх моделей, наявності їх загальних відповідей.

Обернена (прикладна) задача моделювання - це конструювання поверхні, що відповідає наперед заданим умовам позиційного, диференційного характеру, по їх відомим моделям – відповідностям, встановленим між полями проєкцій [1].

Метою розв'язку прикладної задачі є конструювання технічної поверхні, простої або складної, що несе лінійний або мережевий каркас простих та складних ліній з наперед заданими властивостями. Суттєву новизну являє собою дослідження впливу взаємного розташування двох моделей на взаємне розташування утворених поверхонь при відображенні цих моделей на простір одним апаратом відображення. Такі дослідження можуть привести до принципово нового підходу при конструюванні двовимірних гладких обводів.

Розглянемо труднощі, що виникають при розв'язанні прямої та оберненої задачі моделювання поверхонь, та спробуємо знайти шляхи їх подолання. Очевидно, що при приведенню вище обмеженні на побудову моделі у вигляді взаємно однозначної відповідності її оригіналом може бути лише раціональна поверхня, адже тільки раціональну поверхню можна відобразити на площину однозначно.

Так як моделю поверхні повинна бути центральна точкова відповідність, то множина проєкціуючих ліній є конгруенцією першого порядку. Тільки в цьому випадку через будь-яку точку поверхні буде проходити єдина проєкціуюча лінія. При цьому, кожна проєкціуюча крива повинна перетинати поверхню, що моделюється, тільки в одній вільній точці. Усі решта точок

перетину проекціуючої лінії з поверхнею повинні належити фокальним лініям конгруенції. Кожна проекціуюча лінія повинна перетинати площину проекцій в одній вільній точці – проекції даної поверхні, що моделюється. Цього можна досягнути використовуючи у якості проекціуючих ліній моноідальні криві, у яких вершина розташовується в центрі перетворення.

Поверхня, що конструюється, при розглянутому способі відображення моделюється на площині центральним біраціональним перетворенням. При цьому виникає складність дослідження взаємозв'язку властивостей та характеристик змодульованої поверхні, моделі, ліній каркасу, проекціуючих кривих. Цей взаємозв'язок характеристик вивчений для деяких часткових випадків відображення, що виконується стереографічним або косим проекціюванням[2].

Поверхня, що модулюється, вміщає лінійний каркас плоских кривих, які належать жмутку площин. Як попередньо було відмічено, розв'язання прикладних задач потребує наявності сіткового каркасу плоских кривих.

Пряма задача моделювання таких поверхонь аналогічна отриманню їх «три картинних» креслень. Для простоти розглянемо моделювання лінійної квадрики ϕ засобами трьох стереографічних проекціювань із трьох центрів на три суміщені площини проекцій. При такому проекціюванні між полями проекцій точок квадрики ϕ встановлюються центральні квадратичні перетворення з відповідними центрами. Ці точки належать одній прямій f - лінії перетину двох площин (площини, одну з яких утворюють центри проекціювання та площини зображень)

Окрім центрів в склад F -систем перетворень в кожному полі входять сліди твірних квадрики ϕ . Вони проходять через центри проекціювання. Цікаво, що взаємне розташування фундаментальних точок отриманих перетворень: центри перетворень (F -точки) належать до прямої Паскаля для шестикутника, що складається із шести F -точок. Ці точки належать спільній інваріантній коніці d перетворень.

Отримані квадратичні перетворення попарно мають по дві спільні F -точки в проміжкових полях. Звідси випливає, що будь-яке з них є композицією двох інших. Це ствердження рівнозначно тому факту, що на трикартинному кресленні Монжа по двом проекціям деякої точки завжди можна побудувати її третю (додаткову) проекцію.

Таке розташування F -систем квадратичних перетворень дає можливість їх представити як одне квадратичне перетворення цикла 3. Тобто довільна точка A в такому перетворенні відповідає сама собі в результаті виконання послідовних трьох перетворень. Іншими словами отриманий результат можна сформулювати наступним чином: квадрика у даному відображенні моделюється квадратичним перетворенням цикла 3.

Такий результат досить просто узагальнюється на моделюванні алгебраїчних поверхонь вищих порядків шляхом їх стереографічного, косого та криволінійного проекціювання. Таке відображення можна виконувати у будь-яких комбінаціях.

Третьою важливою проблемою у розв'язанні прямої задачі моделювання поверхні є побудова моделей двох заданих поверхонь, що відображаються одним апаратом проекціювання. Очевидно, що лінія c перетину двох

поверхонь ϕ буде моделюватися своїми двома проекціями, що відповідають одна одній одночасно в двох центральних перетвореннях з загальним центром – моделях даних поверхонь у відображенні, що розглядається. Тут необхідно дослідити вплив взаємного розташування поверхонь, а саме, перетин, дотик в точках та вздовж кривої, на властивостях їх моделей T . Очевидно, що перетворення T будуть мати при цьому визначенні загальні властивості: співпадіння деяких пар фундаментальних точок і принципівих ліній, дотик їх інваріантних ліній, поява загальних слабо інваріантних ліній та ін.

Розглянемо розв'язання оберненої задачі моделювання поверхонь. Тут виникають три проблеми, що потребують проведення детальних досліджень:

1. Відома модель у вигляді деякої біраціональної відповідності між полями π_1, π_2 . Потрібно знайти відповідний апарат відображення на простір таким чином, щоб пари відповідних точок перетворення відобразилися в точки поверхні, яка конструюється. При цьому необхідно дослідити взаємозв'язок властивостей та характеристик моделі, апарата відображення і поверхні.

2. Задати таку модель і апарат відображення на простір так, щоб поверхня, що конструюється мала мережевий каркас плоских кривих із заданими наперед властивостями та характеристиками.

Розв'язання такої задачі на відміну від прямої потребує в якості заданої моделі в площині зображень біраціонального перетворення цикла 3 та строго визначеного взаємного розташування апаратів проєкціювання. У протилежному випадку замість однієї поверхні отримуємо дві або три конкуруючі поверхні, які мають лінійні каркаси.

Результати досліджень. Очевидно, що при виборі моделей (біраціональними перетвореннями T цикла 3 в площині Oxy) та апаратами проєкціювання (центральне, косе, криволінійне), можна отримати широкий клас раціональних поверхонь, які несуть мережевий каркас раціональних кривих будь-яких порядків. Обернену задачу можна сформулювати наступним чином: задати дві, або більш взаємозв'язані моделі і такий апарат відображення, щоб можна було конструювати двовимірний гладкий обрис, який складається з частин двох чи більше раціональних поверхонь.

Перспектива подальших досліджень. В перспективі розв'язання цієї проблеми повинно привести до узагальнення поверхонь Кунса шляхом заміни частин раціональних алгебраїчних поверхонь з попередньо заданими властивостями

Література

1. Иванов Г.С. Конструирование технических поверхностей. М., 1987.192 с.
2. Иванов Г.С. Теоретические основы начертательной геометрии.- М.: Машиностроение, 1998.156с.

Рецензент – д.т.н., професор Ціж.Б.Р.