

3. Мишин В.И. Особенности физических процессов в компенсированном асинхронном двигателе. Научно-практический журнал национального технического университета „ХПИ” / Мишин В.И., Чуенко Р.М., Кулинич А.Н. // Электротехника і електромеханіка. – Харків. – 2005. – №2. – С. 48–53.

Проведено сравнение пусковых характеристик серийного и компенсированного асинхронных двигателей.

Компенсированный асинхронный двигатель, пусковой момент, пусковой ток, время пуска, осциллограмма.

Comparison of starting characteristics of serial and compensated induction motors is carried out.

Compensated induction motor, starting current, starting torque, start-up time, oscillogram.

УДК 621.752(031)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА АНАЛІЗ РЕЖИМІВ РУХУ ЗЕРНОВИХ ЧАСТИНОК ПО ВІБРУЮЧОМУ ПОХИЛОМУ РЕШЕТІ

***Ю.В. Човнюк, кандидат технічних наук
М.М. Бондар, кандидат педагогічних наук
Національний університет біоресурсів і
природокористування України
Т.П. Федорина, кандидат педагогічних наук
О.Г. Ярмоленко, магістр
Ніжинський агротехнічний інститут***

Наведена математична модель та здійснений аналіз режимів руху зернових частинок впродовж вібруючого похилого решета, котре здійснює поступальні коливання по еліптичним траєкторіям паралельно площині найбільшого сходження.

Модель, режим, рух, решето.

Постановка проблеми. Вібраційне переміщення оброблюваного матеріалу є основним елементом технологічного процесу багатьох вібраційних машин та пристроїв. Наприклад, особливістю технологічного процесу, виконуваного вібраційними зерноочисними машинами (та решетами) з неперфорованими робочими органами є те, що компоненти насінневих сумішей, котрі мають різні фізико-механічні властивості: фрикційні, пружні, а також

© Ю.В. Човнюк, М.М. Бондар, Т.П. Федорина, О.Г. Ярмоленко, 2012

різну форму, що переміщуються по робочому органу вдовж відмінних одна від одної траєкторій і, тим самим, попадаючи у різні приймачі, розділяються. Проте обґрунтування основних фізико-механічних та технологічних параметрів вібруючих похилих решет, вдовж котрих рухаються зернові частини, вимагають подальшого вдосконалення.

Аналіз останніх досліджень. Основні особливості технологічного процесу, виконуваного вібраційними зерноочисними машинами з неперфорованими робочими органами розглянуті й досліджені у роботах [1-4]. Автор [5] обґрунтував основні параметри (кінематичні та динамічні) вібраційного переміщення твердих та сипких тіл у сільськогосподарських машинах. Рух матеріальної частинки вдовж вібруючої шорсткої поверхні детально досліджені у [6]. Проте автори вказаних робіт у основному визначають середню швидкість руху зернових частинок (матеріальних часточок) і не враховують взаємодії останніх з “найближчими сусідами”. Подібний підхід неприйнятний при уточненому аналітичному розрахунку траєкторій та режимів руху зернових частинок, наприклад, на похилих решетах зернових частинок, оскільки аналіз таких рухів вдовж похилих плоских поверхонь (решет), котрі здійснюють поступальні коливання по еліптичним траєкторіям паралельно площині найбільшого сходження, стає просто некоректним, бо не дає змоги встановити основні параметри можливих коливань з паузами (та без пауз), значення критичної сили сухого тертя, за якої з’являються саме коливання з паузами. Дане дослідження присвячене останнім проблемам, а для їх розв’язку автори роботи пропонують скористатися результатами робіт [7-14].

Мета досліджень полягає в обґрунтуванні за допомогою аналітичних розрахунків основних режимів руху та їх кінематично-силових параметрів для похилих зерноочисних решет, що знаходяться під впливом вібраційних полів, і здійснюють поступальні коливання по еліптичним траєкторіям паралельно площині найбільшого сходження зернових частинок. При цьому зернові частинки моделюються матеріальними точками, які взаємодіють з “найближчими сусідами” пружними силами.

Результати досліджень. Розглянемо рух матеріальної частинки (зернини) на плоскій поверхні, яка здійснює коливання по еліптичним траєкторіям паралельно площині найбільшого сходження (рис. 1). Нехай $\xi O1\eta$ – нерухома система координат, причому вісь $O1\xi$ паралельна, а вісь $O1\eta$ – перпендикулярна вібруючій плоскій поверхні. Площина $\xi O1\eta$ при цьому вважається вертикальною, а вібруюча поверхня – перпендикулярною площині $\xi O1\eta$.

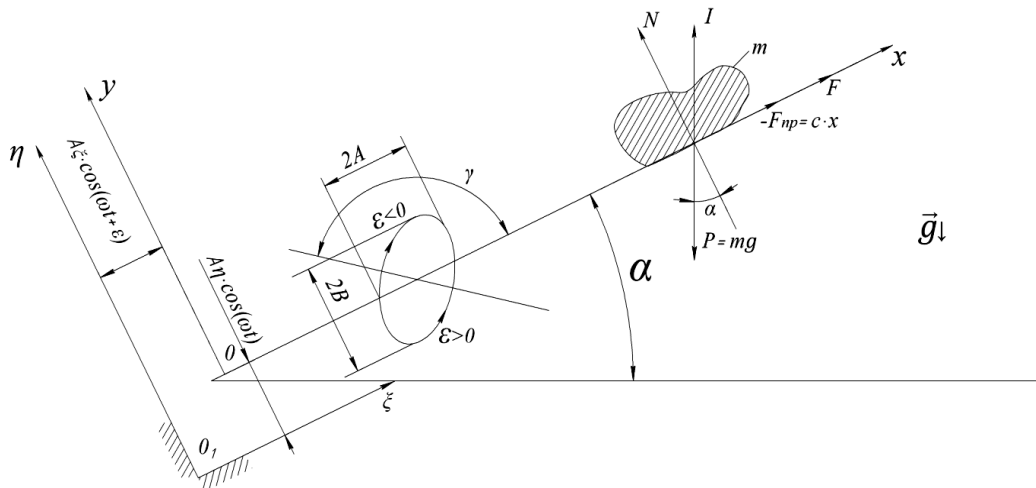


Рис. 1. Матеріальна частинка (зернина) на плоскій поверхні, котра здійснює коливання по еліптичним траєкторіям паралельно площині найбільшого сходження (g – прискорення вільного падіння, $F_{\text{пр}} = -cx$ – пружна сила, c – коефіцієнт жорсткості).

Нехай віброюча площина (плоска) здійснює поступальні гармонічні коливання однакової частоти ω як у поздовжньому, так і у поперечному напрямках, тобто переміщується за законом:

$$\begin{cases} \xi = A_{\xi} \cdot \sin(\omega t + \varepsilon) \text{ або } \xi = A_{\xi} \cdot \cos(\omega t + \varepsilon); \\ \eta = A_{\eta} \cdot \sin(\omega t) \quad \text{або} \quad \eta = A_{\eta} \cdot \cos(\omega t), \end{cases} \quad (1)$$

де A_{ξ} й A_{η} – відповідно амплітуди переміщення поздовжньої та поперечної складових коливань; ε – зсув фаз між цими складовими.

Як впливає з формул аналітичної геометрії, (1) представляє собою параметричне рівняння еліпса з напіввісьми $a_1 = a$ й $a_2 = b$, де:

$$a_{1,2} = \frac{\sqrt{2} \cdot A_{\eta} \cdot A_{\xi} \cdot |\sin \varepsilon|}{\sqrt{A_{\eta}^2 + A_{\xi}^2 \pm \sqrt{(A_{\eta}^2 + A_{\xi}^2)^2 - 4A_{\xi}^2 \cdot A_{\eta}^2 \cdot \sin^2 \varepsilon}}}, \quad (2)$$

або

$$a_{1,2} = \frac{\sqrt{2} \cdot A_{\eta} \cdot A_{\xi} \cdot |\cos \varepsilon|}{\sqrt{A_{\eta}^2 + A_{\xi}^2 \pm \sqrt{(A_{\eta}^2 + A_{\xi}^2)^2 - 4A_{\xi}^2 \cdot A_{\eta}^2 \cdot \cos^2 \varepsilon}}}, \quad (3)$$

якщо використаний другий варіант запису (1).

При цьому мала вісь розгорнута відносно вісі $O_{1\xi}$ на кут γ , який задовольняє рівності:

$$\operatorname{tg} 2\gamma = \frac{2 \cdot A_{\eta} \cdot A_{\xi}}{A_{\xi}^2 - A_{\eta}^2} \quad (4)$$

Описаний рух, з однієї сторони, використовується у ряді вібраційних пристроїв, як більш вигідний порівняно з прямолінійними гармонічними коливаннями, особливо при режимах без підкидання [15]; з іншої сторони, еліптичні коливання часто виникають як результат спотворення прямолінійних гармонічних коливань в наслідок дії різних побічних факторів.

При заміні ε на $(-\varepsilon)$ вид еліпсу залишається попереднім, а напрямок руху точок плоскої поверхні по еліпсам змінюється на протилежний. При цьому, якщо вважати, що $(-\pi) < \varepsilon < \pi$, тоді значенням $\varepsilon < 0$ буде відповідати рух за годинниковою стрілкою, а при $\varepsilon > 0$ - проти годинникової стрілки.

На рис. 1 введені також наступні позначення: m – маса частинки, F – сила опору руху частинки (сила «сухого» (кулонового) тертя):

$$F = \begin{cases} -f \cdot N, & \text{при } \dot{x} > 0; \\ f \cdot N, & \text{при } \dot{x} < 0, \end{cases} \quad (5)$$

N – сила реакції опори (нормальна), f – коефіцієнт тертя ковзання; α - кут нахилу площини до горизонту; P - сила ваги частинки ($P = mg$); I – сила інерції ($|\vec{I}| = |\vec{p}|$).

Рівняння відносного руху частинки по плоскій поверхні мають вид:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = m \cdot A_{\xi} \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t + \varepsilon) - mg \cdot \sin\alpha + F - cx; \\ m\ddot{y} = m \cdot A_{\eta} \cdot \omega^2 \cdot \cos \omega t - mg \cos\alpha + N, \end{cases} \quad (6)$$

Параметр перевантаження має вид:

$$W \equiv \omega = \frac{A_{\eta} \cdot \omega^2}{g \cdot \cos\alpha} \quad (7)$$

При $W \leq 1$ частинка може рухатись без підкидання, а при $W > 1$ відбувається рух з підкиданням. У подальшому розглянемо режим руху без підкидання. Як правило, похилі решета мають кут α нахилу до горизонту діапазоні $\alpha = (6 \dots 12)^{\circ}$. Тому членом $\sim \sin \alpha$ у першому рівнянні системи (6) можна знехтувати, а враховуючи, що $\cos\alpha \approx 1$, маємо для N з (6) вираз (при русі без підкидання $\dot{y} = y = \ddot{y} = 0$):

$$N(t) = -m \cdot A_{\eta} \cdot \omega^2 \cdot \cos \omega t + mg \quad (8)$$

Враховуючи, що $\cos \omega t$ може приймати значення ± 1 , для N можна знайти середнє значення:

$$N_{\text{сеп}} = \bar{N} = \frac{N_{\text{min}} + N_{\text{max}}}{2} = \frac{(m \cdot A_{\eta} \cdot \omega^2 + mg) + (-m \cdot A_{\eta} \cdot \omega^2 + mg)}{2} = mg \quad (9)$$

Тому:

$$F = -mg \cdot f \cdot \sin(\dot{x}) \quad (10)$$

Тоді для першого рівняння системи (6) маємо:

$$m\ddot{x} + mgf \cdot \sin(\dot{x}) + cx = Q \cdot \cos(\omega t + \varepsilon), \quad (11)$$

де $Q \equiv m \cdot A_{\xi} \cdot \omega^2$. Рівняння (11) можна подати і наступним чином:

$$m\ddot{x} + \tilde{F} \cdot \frac{\dot{x}}{|\dot{x}|} + C \cdot X = Q \cdot \cos(\omega t + \varepsilon), \quad (12)$$

де $\tilde{F} = mgf = \text{const.}$ У подальшому досліджуємо рух частинки, виходячи з рівняння (12).

У якості початкових умов задачі візьмемо наступні:

$$x(0) = X_0; \quad \dot{x}(0) = 0, \quad x(t_1) = -X_0; \quad \dot{x}(t_1) = 0, \quad (13)$$

де t_1 - тривалість періодичного руху. Вважаємо, що t_1 не може бути більше половини періоду коливань вимушеної сили Q , тобто $t_1 \leq \pi/\omega$. Подібну задачу розв'язував В.Л.Сакович [13]. Використаємо результати вказаної роботи.

У задачі (12), (13) існує два типи розв'язків, відповідно до двох режимів коливань: 1) з паузами; 2) без пауз.

А. Режим з паузами $t_1 < \pi/\omega$.

Закон руху зернини має вид:

$$x(t) = X_0 \cdot \cos pt - \frac{Q}{m(\omega^2 - p^2)} \cdot \left[(\cos \omega t - \cos pt) \cdot \cos \varepsilon - \left(\sin \omega t - \frac{\omega}{p} \sin pt \right) \cdot \sin \varepsilon \right] - \frac{\tilde{F}^*}{m_p^2} \cdot (1 - \cos pt),$$

$$p = \sqrt{\frac{m}{c}}, \quad X_0 = \frac{Q}{m \cdot p^2} \cdot \left(\cos \varepsilon - \frac{\tilde{F}^*}{Q} \right). \quad (14)$$

Фазовий кут коливань ε визначається наступним чином:

$$\text{tg} \varepsilon = - \frac{\left[\sin \omega t_1 - \frac{\omega}{p} \cdot \sin pt_1 \right]}{\left[\cos \omega t_1 - \cos pt_1 \right]}. \quad (15)$$

При цьому вираз $\frac{\tilde{F}^*}{Q}$ у (14), який визначає величину і знак сили сухого тертя у коливаннях з паузами знаходимо зі співвідношення:

$$\frac{\tilde{F}^*}{Q} = \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{p} \right)^2 \right]} \cdot \frac{\left[\cos \frac{\omega t_1}{2} \cdot \sin \frac{pt_1}{2} - \frac{\omega}{p} \cdot \sin \frac{\omega t_1}{2} \cdot \cos \frac{pt_1}{2} \right]}{\sin \frac{pt_1}{2}} \cdot \cos \left(\varepsilon + \frac{\omega t_1}{2} \right). \quad (16)$$

Формули (15) та (16) використовуються для визначення критичної сили тертя $\tilde{F}_{кр}^*$, за якої тривалість пауз зменшується до нуля, а тривалість руху t_1 прямує до напівперіоду коливань $\frac{\pi}{\omega}$. Такому критичному значенню сухого тертя $\tilde{F}_{кр}^*$ повинен відповідати й певний критичний кут $\varepsilon_{кр}$. Його знаходимо зі співвідношення:

$$tg \varepsilon_{кр} = -\lambda \cdot tg \left(\frac{\pi}{2\lambda} \right), \lambda = \frac{\omega}{p}. \quad (17)$$

Тоді для критичного сухо тертя маємо:

$$\frac{\tilde{F}_{кр}^*}{Q} = -\frac{\lambda^2}{(1-\lambda^2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (\lambda \cdot tg \frac{\pi}{2\lambda})^2}}, \quad (18)$$

звідки випливає, що величина критичного тертя залежить тільки від кратності частот вимушених (ω) і власних (p) коливань системи, а також від амплітуди вимушеної сили Q .

Б. Коливання без пауз: $t_1 = \frac{\pi}{\omega}$.

Закон руху $x(t)$ має вид (14), але змінюється вираз для ε , X_0 , $\frac{\tilde{F}^*}{Q}$.

Існують два випадки (ситуації), за яких можливі коливання без пауз:

1) $\tilde{F} = [\tilde{F}_{кр}^*]$. Тоді маємо:

$$\begin{aligned} X_0 &= \frac{Q}{m\omega^2} \cdot \frac{|\tilde{F}_{кр}^*|}{Q} = \frac{Q}{m\omega^2} \cdot \frac{\lambda^2}{|1-\lambda^2|} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (\lambda \cdot tg \frac{\pi}{2\lambda})^2}}; \quad \varepsilon \\ &= \varepsilon_{кр}; \end{aligned} \quad (19)$$

для $\frac{\tilde{F}_{кр}^*}{Q}$ маємо (18).

2) $0 < \tilde{F} < |\tilde{F}_{кр}^*|$, тоді маємо:

$$X_0 = \frac{Q}{m\omega^2} \cdot \frac{\lambda^2}{|1-\lambda^2|} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\tilde{F}^*}{Q} \cdot \frac{1-\lambda^2}{\lambda} \cdot tg \frac{\pi}{2\lambda} \right)^2}, \quad (20)$$

$$\varepsilon_{\tilde{F} < |\tilde{F}_{кр}^*|} = \arcsin \left[\frac{\tilde{F}^*}{Q} \cdot \frac{(1-\lambda^2)}{\lambda} \cdot tg \frac{\pi}{2\lambda} \right], \quad (21)$$

де $\frac{\tilde{F}^*}{Q}$ визначається з (16) при $t_1 = \frac{\pi}{\omega}$. Зазначимо, що знак модуля у виразах (19) та (20) може бути опущений при $\lambda = \frac{\omega}{p} < 1$, тобто у разі збудження в системі субгармонічних (і близьких до них) режимів коливань.

Висновки

1. Запропоновані математична модель та аналіз режимів руху зернових частинок вповодж віброуючого похилого решета, яке здійснює поступальні коливання по еліптичним траєкторіям паралельно площині найбільшого сходження, дозволили встановити, що усталені коливання вказаних частинок можуть відбуватись з паузами та без пауз. При силі тертя менше критичної коливання відбуваються без пауз, при силі тертя більше критичної – з паузами. Паузи виникають тільки у крайніх точках, котрі відповідають максимальному відхиленню системи. причому в одній половині періоду вимушених коливань може бути лише одна пауза.

2. Усталені вимушені коливання на усьому діапазоні частот описуються одним і тим самим законом. Визначені амплітуда вимушених коливань системи без опору (X_0) та величина фазового кута вимушеної сили (ε) для всіх можливих режимів коливань (з паузами та без пауз). А також для різних значень амплітуди сили сухого тертя (\tilde{F}).

3. Отримані у роботі результати можуть у подальшому слугувати для вдосконалення й уточнення існуючих інженерних методів розрахунку побічних систем як на стадіях їх проектування/конструювання, так і у режимах реальної експлуатації.

Список літератури

1. Заика П.М. Динамика вибрационных зерноочистительных машин / П.М. Заика. – М.: Машиностроение, 1977. – 278 с.
2. Заика П.М. Сепарация семян по комплексу физико-механических свойств / П.М. Заика, Г.Е. Мазнев. – М.: Колос, 1978. – 287 с.
3. Заика П.М. Вибрационные семяочистительные машины и устройства: Учебн. пособие / П.М. Заика. – М.: МИИСП, 1981. – 139 с.
4. Заика П.М. Технологический процесс работы вибрационных семяочистительных машин : учебн. пособие / П.М. Заика. – М.: МИИСП, 1985. – 119 с.
5. Заика П.М. Вибрационное перемещение твердых и сыпучих тел в сельскохозяйственных машинах. Практ. пособие / П.М. Заика. – К.: Изд-во УСХА. 1998. – 626 с.
6. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. – М.: Машиностроение, 1981. – Т.4. Вибрационные процессы и машины / под ред. Э.Э. Лавендела. – 1981. – 509 с.
7. Сакович В.Л. Об учете сил сопротивления в вибраторах для бетона / В.Л. Сакович // Изв. вузов. Строительство и архитектура. – 1961. – № 6. – С. 12.
8. Сакович В.Л. Исследование машин вибрационного действия / В.Л. Сакович // Научн. труды Киевск. инж.-строит. ин-та. – 1961. – Вып. 17. – С. 201.
9. Сакович В.Л. Метод решения уравнений динамически нелинейных вибросистем / В.Л. Сакович // Научн. труды Киевск. инж.-строит. ин-та. – 1964. – Вып. 20. – С. 90–105.
10. Ден-Гартог Дж.П. Механические колебания / Дж.П.Ден-Гартог. – М.: Физматгиз, 1960. – 120 с.

11. *Den-Hartog J.P. Forced Vibrations With Combined Coulomb and Viscous Friction / J.P. Den-Hartog // Transactions of ASME/ APM – 53. – 1931. – № 9. – P. 107–115.*
12. *Стрекис А.М. Вынужденные колебания с одной степенью свободы при наличии сухого трения и при произвольной вынужденной силе / А.М. Стрекис // Вопросы динамики и динамической прочности. – Рига, 1956. – Вып. IV. – С. 21.*
13. *Сакович В.Л. Вынужденные колебания вибратора при наличии сухого трения / В.Л. Сакович // Научн. труды Киевск. инж.-строит. ин-та. – 1964. – Вып. 20. – С. 116–127.*
14. *Крылов А.Н. О некоторых дифференциальных уравнениях математической физики / А.Н. Крылов. – М.-Л.: Физматгиз, 1950. – 204 с.*
15. *Якубович В.И. Вибрационное перемещение при колебаниях несущей плоскости по эллиптической траектории / В.И. Якубович // Механизация и автоматизация производства. – 1966. – № 8. – С. 18–20.*

Приведена математическая модель и осуществлен анализ режимов движения зерновых частиц вдоль вибрирующего наклонного решета, которое реализует поступательные колебания по эллиптическим траекториям параллельно плоскости наибольшего ската.

Модель, режим, движение, решето.

The paper deals with mathematical model and analysis of modes of grain parts of movement along inclined vibrating sieve, which does translational vibration along elliptic trajectories parallel to plane of greatest declivity.

Model, conditions, movement, sieve.

УДК 631.01:534.1

ВПЛИВ ГАРМОНІЙНОЇ ЗБУРЮВАЛЬНОЇ СИЛИ НА ЕНЕРГЕТИЧНІ ПОКАЗНИКИ ЗМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ

О.М. Черниш, В.В. Яременко, кандидати технічних наук

На підставі дослідження умов енергетичного балансу коливальних процесів сільськогосподарських машин визначені характеристики змушених коливань під дією гармонійної збурювальної сили.

Коливальні процеси, збурювальні сили, диференціальні рівняння, амплітуда, частота.

Постановка проблеми. Коливальні процеси у сільськогосподарському виробництві суттєво впливають на якість,

© О.М. Черниш, В.В. Яременко, 2012