

4. Левченко Г. И. Оребренные поверхности нагрева паровых котлов. / Г.И. Левченко, И. Д. Лисейкин, А. М. Копелиович и др. // М.: Энергоатомиздат, 1986. – 342 с.

5. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. / Г. Шлихтинг. – М: Наука, 1969. – 742 с.

*Выполнен гидравлический расчет шахматного пучка труб с плавниковым оребрением. Получены гидравлические характеристики оребренного пучка. Проведено сравнение полученных результатов с известными экспериментальными данными и получено их удовлетворительное совпадение.*

**Пучок труб, плавниковое оребрение, гидравлическое сопротивление, расчет.**

*It is solved the problem of hydraulic losses for chess bundle pipes with longitudinal fins and the hydraulic characteristics of finned bundle are obtained. The comparison of obtained results and known experimental data are conducted besides good coincidence of solved and experimental results are found.*

***The tube bundle, longitudinal fins, hydraulic loss, calculation.***

УДК 621.03.67

## **АНАЛІЗ УЗАГАЛЬНЮЮЧИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЕНТРОПІЙНИХ ДІАГРАМ**

***А.А. Долінський, доктор технічних наук  
Інститут технічної теплофізики НАН України  
Б.Х. Драганов, доктор технічних наук  
Національний університет біоресурсів  
і природокористування України***

*Визначено геометричні властивості термодинамічних діаграм (в T-s і h-s- координатах).*

***Ентропія, ентальпія, погранична крива, ортогональна проекція, геометричне місце точок.***

Аналіз геометричних властивостей термодинамічних властивостей ентропії може призвести до:

- виявлення ряду теоретичних залежностей між окремими параметрами діаграм;
- точнішому визначенню деяких положень термодинаміки;
- більш точній побудові ентропійних діаграм при виконанні відповідних розрахунків.

**Мета досліджень** – аналіз узагальнюючих характеристик ентропійних діаграм.

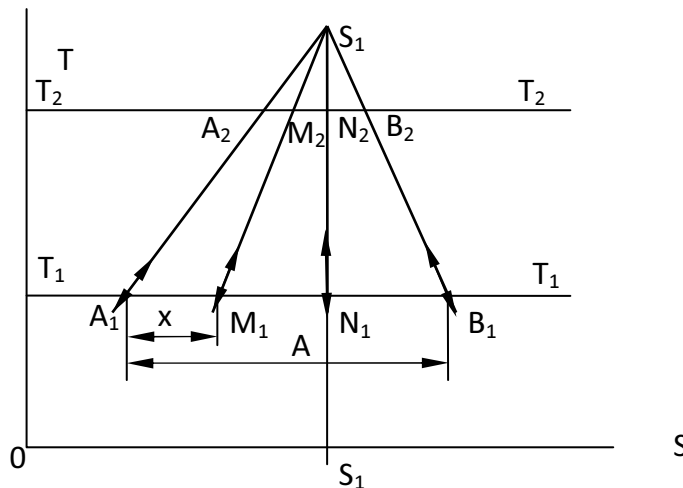
**Метод досліджень** оснований на основних геометричних положеннях.

**Результати досліджень.** Проаналізуємо ряд властивостей  $T$ - $s$ -діаграми.

1. Збіжність в одній точці хордів до кривих рівного ступеня сухості ентропійної діаграми.

На ентропійній діаграмі, тобто в системі декардових координат, ентропія  $s$  і абсолютна температура  $T$  – хорди кривих рівної сухості, обмежені ізотермами, перетинаються в одній точці.

В ентропійній діаграмі ізотермний процес в області насиченої пари відображають горизонтальними відрізками. Представимо два процеси пароутворення  $A_1B_1$  та  $A_2B_2$ , відповідні абсолютним температурам  $T_1$  та  $T_2$  (тискам  $P_1$  та  $P_2$ ), відповідно точки рівного ступеня сухості  $x$  будуть  $M_1$  та  $M_2$  (рис. 1).



**Рис.1. Ентропійна діаграма ізотермного процесу в області насиченої пари**

Очевидно для точок 1 та 2 будемо мати

$$\frac{A_1M_1}{A_1B_1} = x = \frac{A_2M_2}{A_2B_2}. \quad (1)$$

З цього відношення видно, що ступені сухості, обмежені між двома відрізками  $A_1B_1$  та  $A_2B_2$ , перетинаються в одній точці. Ми не брали до уваги характеристики речовини, для якої розглядалась ентропійна діаграма. Отже, вищедоведена властивість застосована для стану насиченої пари різних речовин.

Таким чином, можна зробити висновок: на ентропійній діаграмі, дотичні до кривих рівних ступенів сухості, наведені в різних точках тієї ж ізобари, перетинаються в одній точці.

Наведемо більш строге доведення.

Ентропія пари зі ступенем сухості  $x$  при температурі  $T$  дорівнює:

$$S = \int_{273}^T \frac{dq(T)}{T} + \frac{xr(T)}{T} = a + bx. \quad (2)$$

Кутовий коефіцієнт відносно осі  $OT$ , дотичної до кривої рівного ступеня сухості, яка проходить через точку  $M(x, T)$ , буде:

$$\frac{ds}{dT} = \frac{q'(T)}{T} - x \frac{r(T) - Tr'(T)}{T^2} = a' - b'x. \quad (3)$$

Коли  $x$  змінюється,  $T$  залишається постійною, дорівнює  $T_1$ . Точка  $M_1$  переміщується від  $x$  по відріжку  $A_1B_1$  за деяким лінійним законом. Кут нахилу (відносно ординати  $OT$ ) дотичної в точці  $M_1$  до кривої рівного ступеня сухості від  $x$ .

Нехай  $N_1$  – ортогональна проекція вершини  $S_1$  (див. рис.1).

Кутовий коефіцієнт прямої  $M_1S_1$  буде дорівнювати:

$$\frac{N_1S_1}{M_1N_1} = \frac{N_1S_1}{A_1N_1 - A_1M_1}. \quad (4)$$

Нахил відносно осі  $OS$ , дотичних в  $A_1$  та  $B_1$  будуть відповідно дорівнювати  $\frac{1}{a'_1}$  та  $\frac{1}{a'_1 - b'_1}$ .

Відповідно, будемо мати:

$$\frac{A_1N_1}{B_1N_1} = \frac{a'_1}{a'_1 - b'_1},$$

звідки

$$\frac{A_1N_1}{A_1N_1 - B_1N_1} = \frac{a'_1}{b'_1} = \frac{A_1N_1}{A_1B_1}. \quad (5)$$

Відрізок  $A_1B_1$  будемо визначати на одиницю довжини.

Отже,

$$A_1N_1 = \frac{a'_1}{b'_1}.$$

З іншого боку:

$$N_1S_1 = A_1N_1 \frac{1}{a'_1} = \frac{1}{b'_1}$$

та  $A_1M_1 = x A_1B_1 = x$ .

Для кутового коефіцієнта прямої  $M_1S_1$  відносно осі  $OS$  отримаємо вираз:

$$\frac{N_1S_1}{A_1N_1 - A_1M_1} = \frac{\frac{1}{b'_1}}{\frac{a'_1}{b'_1} - x} = \frac{1}{a'_1 - b'_1x}. \quad (6)$$

Точка  $S_1$  є геометричним місцем вершин пучка дотичних до всіх точок  $M$  на прямій  $A_1B_1$ . Це положення справедливе для будь-якої ділянки пароутворення.

Являє інтерес дослідження геометричного місця цієї вершини.

З попередніх співвідношень :

$$S_S = S_N = S_A + AN = S_A + \frac{a'}{b'} AB; \quad (7)$$

$$T_S = T_A + NS = T_A + \frac{1}{b'} AB; \quad (8)$$

де  $a' = \frac{q'(T)}{T}$  та  $b' = \frac{r(T) - Tr'(T)}{T^2}$ , а  $AB = \frac{r(T)}{T}$ .

Отже,

$$S_S = \int_{273}^T \frac{dq(T)}{T} + \frac{q'(T) r'(T)}{r(T) - Tr'(T)}; \quad T_S = T + \frac{Tr(T)}{r(T) - Tr'(T)}, \quad (9)$$

які і є параметричними рівняннями точки S.

2. Зв'язок з кривою Вейроха (Weugauch).

Нехай N буде проекцією точки S на відрізок AB.

На основі вищевикладеного, робимо висновок, що дотична N до кривої рівного ступеня сухості, яка проходить через цю точку є вертикальною (див. рис. 1).

Місце вершин та місце точок з вертикальною дотичною лежить на одній і тій же вертикалі. Сукупність точок N утворює криву Вейроха, яка ділить площину діаграми на дві області так, що адіабатичне розширення висушує пару в одній та конденсує в другій.

Отже, рівняння цієї кривої:

$$S_N = \int_{273}^T \frac{dq(T)}{T} + \frac{q'(T) r'(T)}{r(T) - Tr'(T)}. \quad (10)$$

Являє інтерес геометричне місце точок H з вертикальною дотичною.

Точку з вертикальною дотичною до кривої, яка дорівнює ступеню сухості  $x_1$ , можна отримати, прирівнюючи до нуля вираз для кількості теплоти, яка надається суміші води та пари.

$$dQ = [(1 - x_1) + x_1 c'] dT + r dx = 0. \quad (11)$$

З іншого боку процес відбувається при постійному ступені сухості, тобто  $dx = 0$ .

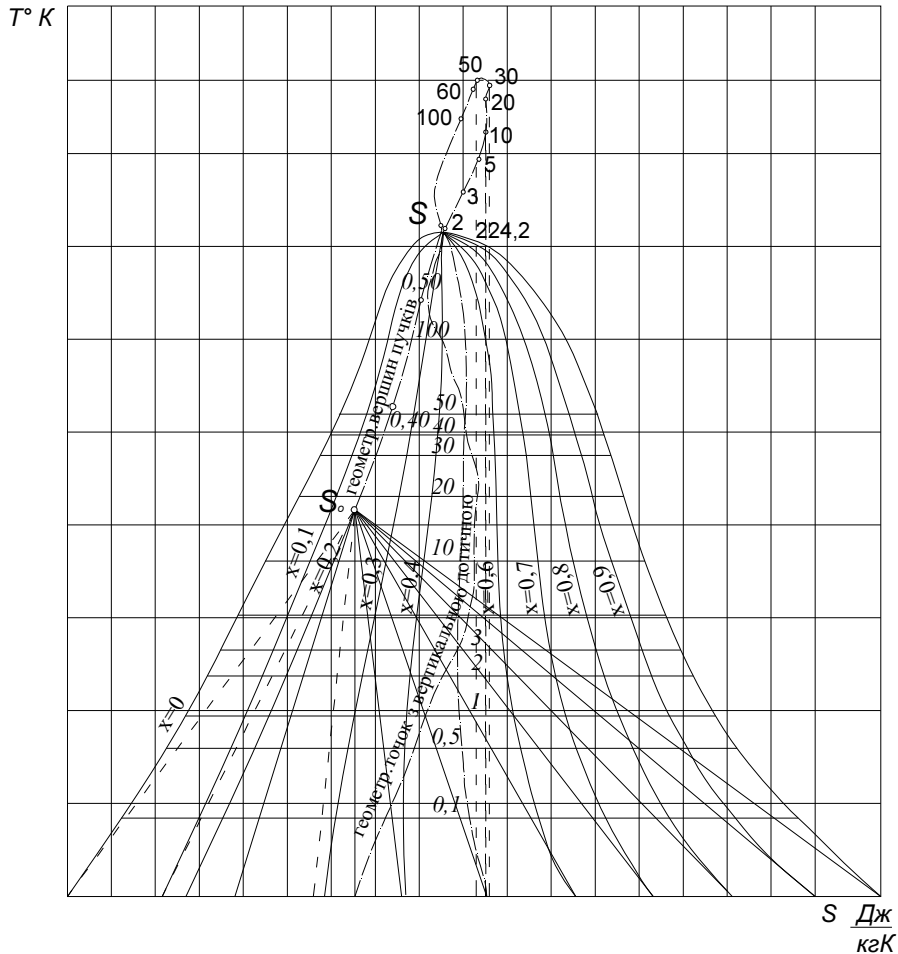
Отже,  $(1 - x_1)c + x_1 c' = 0$ , звідки  $x_1 = \frac{c}{c - c'}$ .

Зробивши припущення, що  $c$  та  $c'$  незалежні від  $T$ , ми маємо

$$c' = c + \frac{qr}{dT} - \frac{r}{T}.$$

Отже,

$$x_1 = \frac{c}{\frac{r(T)}{T} - r'(T)}. \quad (12)$$



**Рис. 2. T-s діаграма водяної пари**

Обидві криві (геометричне місце точок  $S$  та  $H$ ) розташовані між пограничними кривими. Для парів води обидві криві показані на рис. 2. Ці криві повинні бути розташовані близько одна від одної. Ступінь відхилення вказує на неточність побудови  $T$ - $s$ - діаграми. Так, можемо вказати на деяку неточність (рис.2)  $T$ - $s$ - діаграми водяної пари, яка приводиться в навчальній літературі.

3. Геометричні властивості  $h$ - $s$ - діаграми.

Тотожність  $T = \frac{dQ}{dS} = \frac{d\lambda}{dT}$  показує, що процес при постійній температурі зображується на  $h$ - $s$  – діаграмі відрізком прямої, яка проходить через початок координат, при чому кутовий коефіцієнт дорівнює  $T$ .

температурі зображується на  $h$ - $s$  – діаграмі відрізком прямої, яка проходить через початок координат, при чому кутовий коефіцієнт дорівнює  $T$ .

Розглянемо процеси пароутворення  $A_1B_1$  та  $A_2B_2$ , які відповідають температурам  $T_1$  та  $T_2$  і нехай точки рівної сухості  $x$  будуть відповідно  $M_1$  та  $M_2$  (рис. 3).

Аналогічна залежність була отримана для  $T$ - $s$ - діаграми. Але це співвідношення не визначає сукупність пучка, який прагне в одну точку. Аналогічно, дотичні в  $M_1$  до кривої рівного ступеня сухості, яка проходить

через цю точку, яка є границею хорди  $M_1 M_2$  коли  $T_2$  прагне до  $T_1$ , не проходить через точку зустрічі дотичних в  $A$  та  $B$  до кривих  $x = 0$ ,  $x = 1$ .

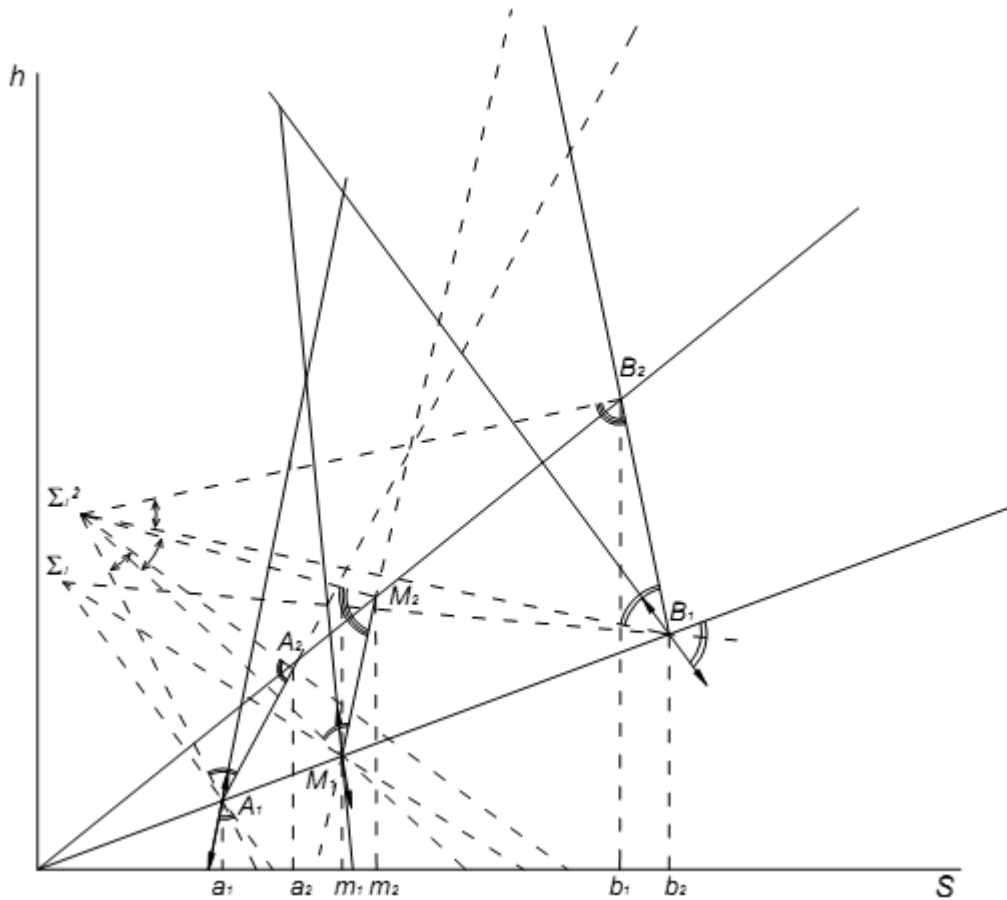


Рис. 3. Процес пароутворення на  $h$ - $s$  діаграмі

Будемо мати:

$$\frac{A_1 M_1}{A_1 B_1} = \frac{a_1 m_1}{a_1 b_1} = \frac{a_2 m_2}{a_2 b_2} = \frac{A_2 M_2}{A_2 B_2} = x. \quad (13)$$

На діаграмі Мольте хорди кривих рівного ступеня сухості обмежені двома ізотермами, які становлять рівні кути з прямими деякого пучка і видні під тим же кутом з вершини цього пучка.

Прямолінійні відрізки  $A_1 B_1$  та  $A_2 B_2$ , які взяті на ізотермах, можуть вважати як такі, що належать подібним фігурам, які лежать на цій площині. Відомо, що в цьому випадку, існує деяка точка  $\Sigma_1^2$  і при чому одна, яка є загальною цим двом фігурам.

Якщо з'єднати точку  $\Sigma_1^2$  з точками  $A_1, M_1, \dots, B_1$  і  $A_2, M_2, \dots, B_2$ , отримуємо стільки ж подібних трикутників (рис. 3).

Відповідно кути  $\Sigma_1^2 A_1 A_2$ ;  $\Sigma_1^2 M_1 M_2$ ;  $\Sigma_1^2 B_1 B_2$  рівні між собою. Також, кути  $\Sigma_1^2 A_2 A_1$ ;  $\Sigma_1^2 M_2 M_1$  рівні між собою. Нарешті, кути  $A_1 \Sigma_1^2 A_2$ ,  $M_1 \Sigma_1^2 M_2$ ,  $B_1 \Sigma_1^2 B_2$  рівні між собою. Цей кут у вершині є кутом обертання.

Покажемо, що на діаграмі  $h-s$  дотичні до кривих рівних ступенів сухості, проведених у різних точках тієї ж ізотерми, складають рівні кути з прямими деякого конвергентного пучка.

Коли температура  $T_2$  прямує до температури  $T_1$  ділянка  $A_2B_2$  прагне збігтися з ділянкою  $A_1B_1$  (рис. 3).

Точки  $A_2, M_2, B_2$  прагнуть до точок  $A_1, M_1, B_1$ , а хорди  $A_1, A_2; M_1, M_2; B_1, B_2$  з дотичними в  $A_1, M_1, B_1$  до кривих рівного ступеня сухості, які проходять через ці точки.

Точка  $\sum_1^2$  прагне до положення  $\sum_1$  та прямі  $\sum_1^2 A_1; \sum_1^2 M_1; \sum_1^2 B_1$ , які перетинаються до прямих  $\sum_1 A_1; \sum_1 M_1; \sum_1 B_1$ . Отже, дотичні в  $A_1, M_1, B_1$  утворюють з прямими, що перетинаються, вихідними з точки  $\sum_1$  кут, який дорівнює для всіх, що і потрібно було довести.

Наведемо інший доказ. Подібні фігури, які належать відрізкам  $A_1B_1$  та  $A_2B_2$ , можна вважати як дві різні позиції тієї ж фігури, яка рухається на площині, залишаючись подібною самій собі. При таких умовах кожне із вказаних положень має центр  $\sum$ , при тому, що дотичні до траєкторій різних точок фігури, і вчасності точок  $AB$ , утворюють такий самий кут з радіусами – векторами, які виходять з центра.

Для центра  $\sum_1^2$  характерно ряд властивостей, які заслуговують уваги (див. рис. 3):

- з точки  $\sum_1^2$  під однаковим кутом визначаються:

- а) відрізки подібних фігур, побудованих на ізотермах  $T_1$  та  $T_2$ , тобто  $A_1B_1$  і  $A_2B_2; A_1M_1$  та  $A_2M_2$ . Ці кути є гомогенними.

- б) всі відрізки траєкторії, що з'єднують однорідні точки такі як  $A_1B_1$  та  $A_2B_2, A_1M_1$  та  $A_2M_2$ . Цей загальний кут є кутом обертання.

Нехай  $O_1$  та  $O_2$  відносно до відрізків  $A_1B_1$  та  $A_2B_2$  будуть такі точки на  $T_1$  та  $T_2$ , що  $\frac{O_1A_1}{O_1B_1} = \frac{O_1A_2}{O_1B_2}$  та  $\frac{O_2A_2}{O_2B_2} = \frac{OA_1}{OB_1}$ .

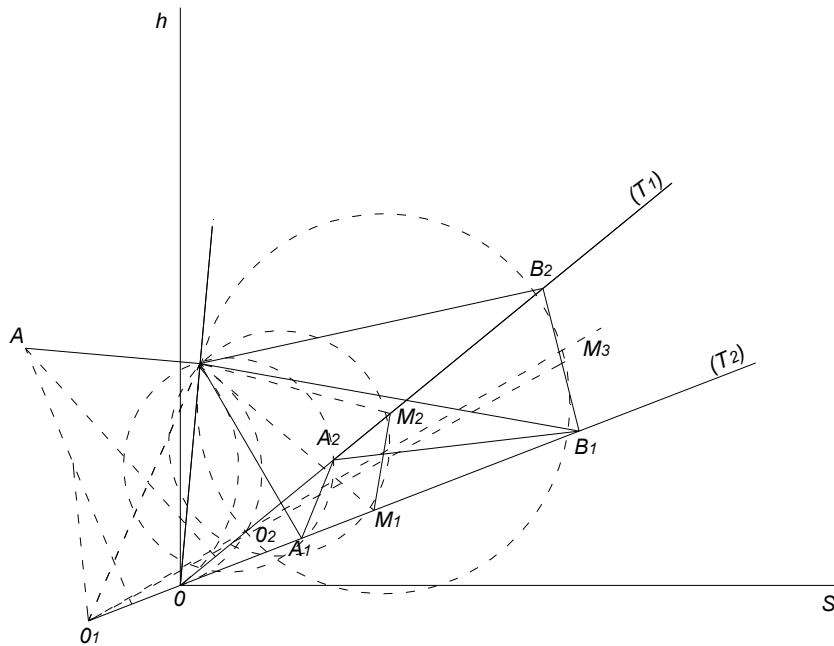
Кут  $O_1\sum_1^2O_2$  дорівнює подвійному значенню кута, який утворюють прямі  $T_1$  та  $T_2$ , а напівпряма  $O\sum_1^2$  є бісектрисою цього кута, тобто  $\angle O_1\sum_1^2O = \angle O_1\sum_1^2O_2 = \angle A_1OA_2$  (рис.4);

- точка  $\sum_1^2$  є проекцією центра  $\Omega$  кола, описаного на трикутнику  $(OO_1O_2)$  (рис. 4);

- пряма  $O_1O_2$  проходить через точку  $N_3$  перетину діагоналей  $A_1B_2$  та  $A_2B_1$ ;

- середні всіх сегментів траєкторії  $A_1A_2, M_1M_2, B_1B_2$  знаходяться між прямими  $OO_1$  та  $OO_2$  (див. рис. 4).

Ці властивості дозволяють перевірити геометричним шляхом правильність нанесення кривої рівного ступеня сухості.



**Рис. 4. h-s діаграма водяної пари**

**4. Властивість ізохор.**

В області вологої пари ізохори ентропійної діаграми мають аналогічні властивості, що і адіабати на діаграмі Клайперона, а саме: вони складають деякий пучок. Дотичні до них у точках, відповідних і самій ізотермі, складають пучок прямих, які перетинаються в одній точці.

Якщо нанести одну ізохору, яка відповідає деякому об'єму із значення об'ємів  $v'$  та  $v''$  рідини та пари, які знаходяться в рівновазі і взяті із діаграми Клайперона, то легко можна нанести всі останні значення ізохор.

**Висновки**

Наведені закономірності дозволяють більш цілеспрямовано користуватися ентропійними діаграмами при виконанні відповідних розрахунків.

*Определены геометрические свойства термодинамических диаграмм (в T-s и h-s- координатах).*

**Ентропія, ентальпія, погранична кривая, ортогональна проекція, геометрическое место точек.**

*Determined the geometrical properties of thermodynamic diagrams (in the T-s, and h-s-coordinates).*

**Entropy, enthalpy, boundary curve, the orthogonal projection, locus.**