

Список літератури

1. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле / Бессонов Л. А. - М.: Высш. шк., 1986 – 212 с.
2. Калашников С. Г. Электричество / Калашников С. Г. – М.: Наука, 1985. – 576 с.
3. Круг К. А. Основы электротехники / Круг К. А. - М.-Л.: Гос. энерг. изд-во., 1946. – 947 с.
4. Tesla N. Apparatus for transmission of electrical energy US Patent № 649621/ 15.05.1900. – 17 с.

Рассмотрено физическую сущность электромагнитных процессов, происходящих в однопроводной системе электроснабжения локальных сельскохозяйственных объектов. Приведена принципиальная схема физической модели однопроводной системы электроснабжения и проанализированы электромагнитные процессы, происходящие во всех ее функциональных узлах при передаче электроэнергии синусоидального переменного тока. Сформулирован общий принцип передачи электроэнергии по одному проводу.

Трансформатор Теслы, колебательный контур, электрическая индукция, ток смещения

In the article shown the physical electromagnetic processes' nature in single-wire line system of local agricultural facilities. Described schematical physical model of single-wire line power system and analyzed electromagnetic processes in all its functional units with power transmission sinusoidal AC. Formulated the general principle of transferring electric energy by single-wire line.

Tesla coil, oscillation circuit, electric induction, replacement current.

УДК 620.179:621.373.5

ТРИВИМІРНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ РОЗРЯДЖАННЯ ЄМНОСТІ НА ЕЛЕКТРОМАГНІТНУ СИСТЕМУ З ПОСЛІДОВНО З'ЄДНАНИХ КОТУШКИ ІНДУКТИВНОСТІ, ЕЛЕКТРОДА І НЕФЕРОМАГНІТНОЇ ПЛАСТИНИ

***І.П. Кондратенко, А.В. Жильцов, доктори технічних наук
В.В. Васюк, аспірант****

Розроблено тривимірну математичну модель для розрахунку густини струмів розтікання в масивних ферромагнітних елементах електромагнітної системи для зменшення або визначення залишкових напружень у дослідному зразку.

Електромагнітне поле, інтегральні рівняння, струми розтікання, електродна система.

*Науковий керівник – доктор технічних наук А.В. Жильцов

© І.П. Кондратенко, А.В. Жильцов, В.В. Васюк, 2013

Нехай ємність C , заряджена до напруги U_0 , замикається на систему з послідовно з'єднаних котушки індуктивності L й N масивних

провідників, що займають об'єм $D = \bigcup_{q=1}^N D_q$, обмежені гладкою поверхнею

$S = \bigcup_{q=1}^N S_q$ (рис. 1). Питома провідність матеріалів провідників постійна за об'ємом кожного провідника й рівна відповідно $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_N$.

Будемо вважати, що в колі протікають квазістаціонарні струми [2], тобто такі струми, при яких струми зсуву в діелектрику, що оточує провідники, можна знехтувати.

Мета досліджень – за заданою геометрією системи, за заданими електрофізичними характеристиками матеріалів, з яких виготовлені конструктивні елементи, електричним з'єднанням елементів, заданою напругою на ємності знайти струм $i(t)$ у колі розрядження конденсатора, розподіл густини струму $\delta(Q, t)$ в масивних провідниках, електромагнітну силу $F(t)$, що діє на електрод з диском тощо.

У загальному випадку це вимагає розв'язання тривимірних крайових задач для системи рівнянь Максвелла в необмеженій області:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{\delta}; \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \operatorname{div} \vec{B} = 0; \operatorname{div} \vec{\delta} = 0; \vec{B} = \mu \vec{H}; \vec{\delta} = \gamma \vec{E}. \quad (1)$$

Тут \vec{E} – вектор напруженості електричного поля, В/м; \vec{H} – вектор напруженості магнітного поля, А/м; \vec{B} – вектор магнітної індукції, Тл; $\vec{\delta}$ – вектор густини струму, А/м³ (поза масивними провідниками необхідно припустити, що $\vec{\delta} = 0$); γ – питома провідність, С_М/м; μ – абсолютна магнітна проникність середовища, Гн/м; t – час, с.

Матеріали і методика досліджень. Система рівнянь (1), доповнена граничними й початковими умовами, формулює початково-крайову задачу, до розв'язання якої зводиться моделювання електромагнітного процесу в системі.

Для однозначного визначення поля до диференціальних рівнянь (1) слід додати такі додаткові умови [1]:

безперервність нормальної складової густини струму на поверхні масивних провідників (впливає із знехтування струмами зсуву поза й усередині масивних провідників);

безперервність нормальної складової індукції й дотичної складової напруженості магнітного поля на поверхні масивних провідників S ;

відомо початковий розподіл густини струму $\vec{\delta}^{(0)}(M)$ по масивних провідниках;

індукція $\vec{B}(M, t)$ прагне до нуля при $M \rightarrow \infty$ як $1/r^2$.

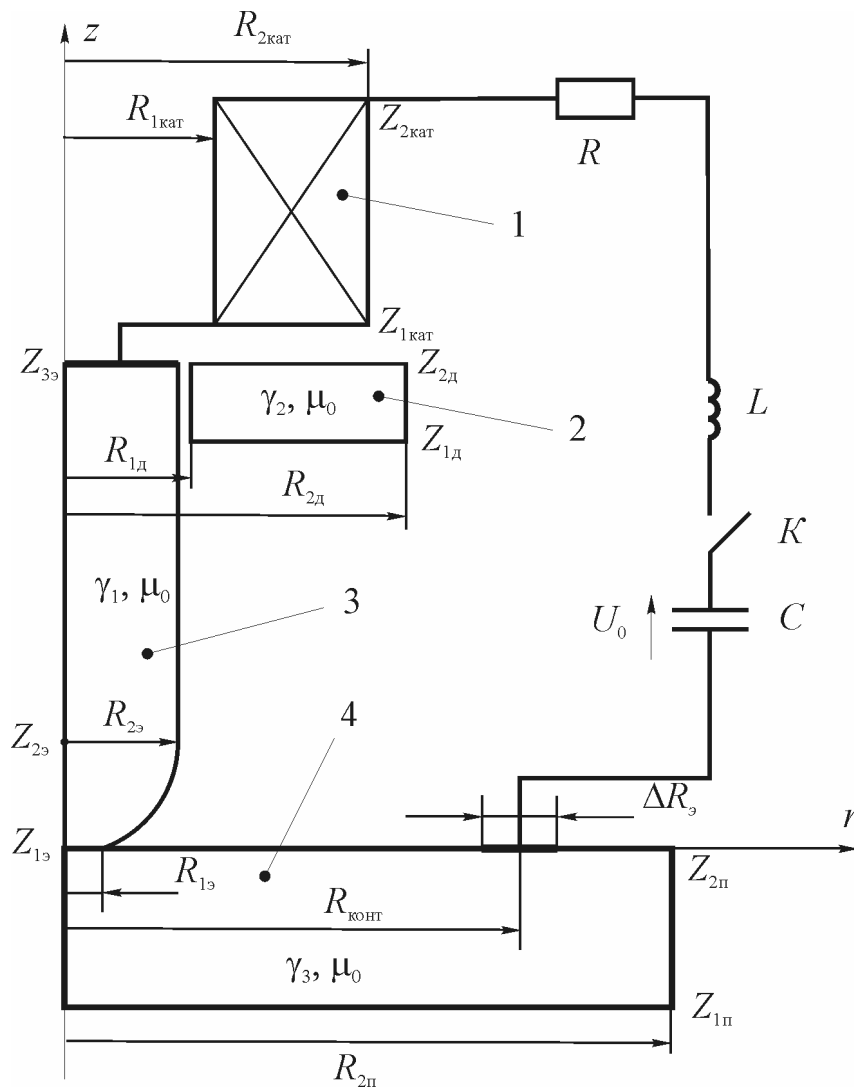


Рис.1. Меридіанний переріз електродної системи із зображенням зовнішнього електричного ланцюга:

1 – котушка індуктивності; 2 – алюмінієвий диск; 3 – електрод;
4 – неферромагнітна пластина

Результати досліджень. Уведенням електродинамічних потенціалів \vec{A} і Φ спростимо вихідну систему рівнянь (1). Враховуючи те, що $div\vec{B}=0$, визначаємо векторний потенціал:

$$\vec{B} = rot\vec{A}; \quad (2)$$

$$div\vec{A} = 0. \quad (3)$$

Підставимо (2) у друге рівняння (1):

$$rot\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}rot\vec{A} \quad \text{або} \quad rot\left(\vec{E} + \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}\right) = 0.$$

З останнього співвідношення випливає, що $\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ – потенційне поле [1] й для нього існує таке скалярне поле φ , що

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\text{grad}\varphi. \quad (4)$$

Зі співвідношення (4) отримуємо рівняння:

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad}\varphi. \quad (5)$$

З першого рівняння виразу (1) знаходимо

$$\text{rot}\vec{H} = \text{rot}(\mu^{-1}\vec{B}) = \text{rot}(\mu^{-1}\text{rot}\vec{A}) = \vec{\delta},$$

тобто

$$\text{rot}(\mu^{-1}\text{rot}\vec{A}) = \vec{\delta}. \quad (6)$$

Далі з урахуванням останнього співвідношення (1) приходимо до рівняння

$$\vec{\delta} = -\gamma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \gamma \text{grad}\varphi. \quad (7)$$

Рівняння (6), (7) утворюють систему рівнянь, еквівалентну всій системі рівнянь Максвелла. Еквівалентність розуміється в такому смислі: якщо поля \vec{A} , φ , $\vec{\delta}$ задовольняють рівнянням (6), (7), то магнітна індукція \vec{B} , напруженість магнітного поля \vec{H} й напруженість електричного поля \vec{E} визначаються так:

$$\vec{B} = \text{rot}\vec{A}; \quad \vec{H} = \mu^{-1}\vec{B}; \quad \vec{E} = \gamma^{-1}\vec{\delta}$$

і при їхній підстановці в систему рівнянь Максвелла вони задовольняють їй тотожно.

Виведемо рівняння, яким повинні задовольняти потенціали \vec{A} й φ . Враховуємо, що середовище є лінійним, ізотропним, безгістерезисним. У силу зроблених допущень, з рівняння (6) знаходимо:

$$\text{rotrot}\vec{A} = \mu\vec{\delta}. \quad (8)$$

Згідно із співвідношенням з векторного аналізу

$$\text{rotrot}\vec{a} = \text{grad}(\text{div}\vec{a}) - \Delta\vec{a}, \quad (9)$$

запишемо

$$-\Delta\vec{A} + \text{grad}(\text{div}\vec{A}) = \mu\vec{\delta}.$$

Враховуючи (3), одержуємо таке рівняння для визначення векторного потенціалу

$$\Delta\vec{A} = -\mu\vec{\delta}. \quad (10)$$

Для визначення скалярного потенціалу з урахуванням (5) знаходимо

$$\operatorname{div}\vec{E}=-\frac{\partial}{\partial t}\operatorname{div}\vec{A}-\operatorname{div}(\operatorname{grad}\varphi). \quad (11)$$

Беручи до уваги, що

$$\operatorname{div}\vec{E}=\operatorname{div}\left(\frac{\vec{\delta}}{\gamma}\right)=\frac{1}{\gamma}\operatorname{div}\vec{\delta}=0 \quad ; \quad \operatorname{div}A=0,$$

отримуємо

$$\operatorname{div}(\operatorname{grad}\varphi)=0.$$

Таким чином, для скалярного електричного потенціалу отримуємо таке рівняння:

$$\Delta\varphi=0. \quad (12)$$

Сформулюємо крайову задачу для розрахунку магнітного поля в електромагнітній системі:

$$\Delta\vec{A}=-\mu_0\vec{\delta}_w, Q\in D_w, \quad (13)$$

$$\Delta\vec{A}=-\mu_0\vec{\delta}_q, Q\in D_q, q=1,2,\dots,N, \quad (14)$$

$$\Delta\vec{A}=0, Q\in D_0, \quad (15)$$

де $\vec{\delta}_w$ – густина струму в обмотці котушки D_w , А/м³; $\vec{\delta}_q$ – густина струму в області масивного провідника D_q , А/м³; $q=1,2,\dots,N$ (у розглянутому завданні $N=3$); D_0 – зовнішній стосовно всіх тіл електромагнітної системи простір.

Граничні умови для векторного потенціалу на границі S_{qm} , $q=1,2,\dots,N-1$, масивних тіл мають вигляд:

$$\left[\vec{n}_Q, \vec{A}^-\right]=\left[\vec{n}_Q, \vec{A}^+\right], \quad \left[\vec{n}_Q, \operatorname{rot}\vec{A}^-\right]=\left[\vec{n}_Q, \operatorname{rot}\vec{A}^+\right], Q\in S\cup S_w, \quad (16)$$

де \vec{A}^+ , \vec{A}^- – граничні значення векторного потенціалу в точці Q при наближенні до неї відповідно із внутрішньої й зовнішньої сторони масивного провідника; \vec{n}_Q – зовнішня нормаль до границі q -го масивного провідника; S – границя масивних провідників, $S=S_{20}\cup S_{12}\cup S_{10}\cup S_{13}\cup S_{30}$ (рис. 2).

Запишемо крайові умови для скалярного електричного потенціалу:

$$\varphi^+=\varphi^- \text{ на } S, \quad (17)$$

де φ^+ , φ^- – значення скалярного електричного потенціалу в точці $Q\in S$, при наближенні до неї відповідно із внутрішньої й зовнішньої сторони масивного провідника D_q , $q=1,2,\dots,N$.

Далі врахуємо безперервність нормального компонента густини струму $\vec{\delta}$ на границі масивних тіл:

$$(\vec{\delta}^+, \vec{n}_Q) = (\vec{\delta}^-, \vec{n}_Q) \text{ на } S,$$

Тобто

$$-\gamma^+ \frac{\partial A_{n_Q}^+}{\partial t} - \gamma^+ \frac{\partial \phi^+}{\partial n_Q} = -\gamma^- \frac{\partial A_{n_Q}^-}{\partial t} - \gamma^- \frac{\partial \phi^-}{\partial n_Q}, Q \in S, \quad (18)$$

де $A_{n_Q}^+$ ($A_{n_Q}^-$) – миттєве значення проекції векторного потенціалу на зовнішню нормаль \vec{n}_Q у точці $Q \in S$, при наближенні до неї із внутрішньої (зовнішньої) сторони масивного провідника D_q , $q=1,2,\dots,N-1$; $\partial \phi^+ / \partial n_Q$ ($\partial \phi^- / \partial n_Q$) – нормальна похідна від скалярного електричного потенціалу при наближенні до точки $Q \in S$ із внутрішньої (зовнішньої) сторони масивного провідника D_q , $q=1,2,\dots,N$; \vec{n}_Q – зовнішня нормаль до границі масивного провідника D_q , $q=1,2,\dots,N$; γ^+ , γ^- – питома провідність матеріалу внутрішньої й зовнішньої області стосовно границі S , СМ/М.

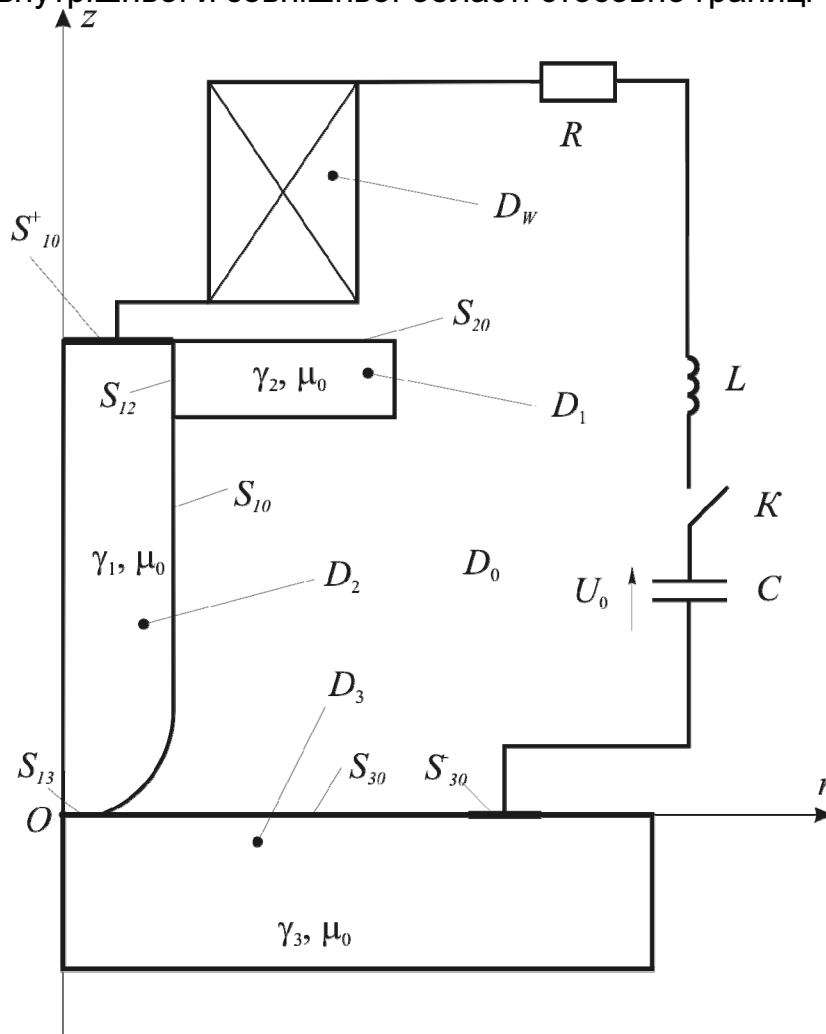


Рис.2. Електродна система

Таким чином, можемо сформулювати крайову задачу для визначення векторного магнітного потенціалу й скалярного електричного потенціалу:

$$\Delta \vec{A} = -\mu_0 \vec{\delta}_W, Q \in D_W; \quad (19)$$

$$\Delta \vec{A} = -\mu_0 \vec{\delta}_q, Q \in D_q, q=1,2,\dots,N; \quad (20)$$

$$\Delta \vec{A} = 0, Q \in D_0; \quad (21)$$

$$[\vec{n}_Q, \text{rot} \vec{A}^-] = [\vec{n}_Q, \text{rot} \vec{A}^+], Q \in S; \quad (22)$$

$$[\vec{n}_Q, \vec{A}^-] = [\vec{n}_Q, \vec{A}^+], Q \in S; \quad (23)$$

$$\Delta \varphi_q = 0, Q \in D_q, q=1,2,3,\dots,N; \quad (24)$$

$$\varphi^+ = \varphi^- \text{ на } S; \quad (25)$$

$$-\gamma_1 \frac{\partial A_{n_Q}^+}{\partial t} - \gamma_1 \frac{\partial \varphi^+}{\partial n_Q} = \delta_{n_Q}^+ \text{ на } S_{10}^+; \quad (26)$$

$$-\gamma_N \frac{\partial A_{n_Q}^+}{\partial t} - \gamma_N \frac{\partial \varphi^+}{\partial n_Q} = \delta_{n_Q}^- \text{ на } S_{N0}^-; \quad (27)$$

$$-\gamma^+ \frac{\partial A_{n_Q}}{\partial t} - \gamma^+ \frac{\partial \varphi^+}{\partial n_Q} = -\gamma^- \frac{\partial A_{n_Q}}{\partial t} - \gamma^- \frac{\partial \varphi^-}{\partial n_Q}, Q \in S; \quad (28)$$

$$A(\infty) = 0 \quad (29)$$

де S_{10}^+ , S_{N0}^- – частина границь S_{10} , S_{N0} , на яких задано значення нормального компонента густини струму $\delta_{n_Q}^+$ й $\delta_{n_Q}^-$ (місця контактів в електромагнітній системі, до яких приєднується ділянка кола, що складається з ємності, котушки й активного опору). Якщо відомий струм $i_W(t)$ в обмотці котушки D_W , то модуль густини струму в місцях контакту S_{10}^+ , S_{N0}^- знаходиться так:

$$\delta_{n_Q}^+(t) = \frac{i_W(t)}{S_{10}^+}, \delta_{n_Q}^-(t) = \frac{i_W(t)}{S_{N0}^-}. \quad (30)$$

Шукаємо векторний потенціал у вигляді:

$$\vec{A}(Q,t) = \frac{\mu_0}{4\pi D_W} \int \frac{\vec{\delta}_W(M,t)}{r_{QM}} dV_M + \frac{\mu_0}{4\pi D} \int \frac{\vec{\delta}_m(M,t)}{r_{QM}} dV_M, \quad (31)$$

який задовольняє рівнянням (19) – (21) і крайовим умовам (22), (23). Тут $\vec{\delta}_W(M,t)$ – миттєва густина струму в котушці D_W , А/м³; $\vec{\delta}_m(M,t)$ – миттєва

густина струму в масивному провіднику D_m , $m=1,2,\dots,N$, А/м³; r_{QM} – відстань від точки Q до точки M , м; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$, Гн/м.

Підставляючи в рівняння (7) вираз для векторного магнітного потенціалу (31), одержуємо інтегро-диференціальне рівняння (інтегральне за просторовими змінними, диференціальне за часом) для густини вихрових струмів у масивних провідниках:

$$\frac{\vec{\delta}_q(Q,t)}{\gamma_q \lambda} + \frac{\partial}{\partial t} \int_{D_M} \frac{\vec{\delta}(M,t)}{r_{QM}} dV_M + \frac{1}{\lambda} \text{grad} \varphi(Q,t) = - \frac{\partial}{\partial t} \int_{D_W} \frac{\vec{\delta}_W(M,t)}{r_{QM}} dV_M ;$$

$$Q \in D_q, q=1,2,\dots,N, \quad (32)$$

де $\lambda = \mu_0 / (4\pi)$.

Вектор магнітної індукції визначається за формулою [2]:

$$\vec{B}(Q,t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{D_W} \frac{[\vec{r}_{QM}, \vec{\delta}_W(M,t)]}{r_{QM}^3} dV_M + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{D} \frac{[\vec{r}_{QM}, \vec{\delta}(M,t)]}{r_{QM}^3} dV_M . \quad (33)$$

Для визначення $\text{grad} \varphi_q$ ставиться внутрішня задача (24) – (28). Розв'язок рівняння (24) шукаємо у вигляді потенціалу простого шару електричних зарядів [3]:

$$\varphi(Q,t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma(M,t)}{r_{QM}} dS_M , \quad (34)$$

де $\varphi(Q,t)$ – миттєве значення скалярного електричного потенціалу в точці Q ; $\sigma(M,t)$ – миттєве значення густини простого шару електричних зарядів у точці M границі S .

Крайові умови (25) виконуються автоматично. Для задоволення виразу (34) крайовій умові (28), скористуємося теоремою про стрибок нормальної похідної потенціалу простого шару [3]:

$$\frac{\partial \varphi^-}{\partial n_Q} = - \frac{\sigma(Q,t)}{2\epsilon_0} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \sigma(M,t) \frac{(\vec{r}_{QM}, \vec{n}_Q)}{r_{QM}^3} dS_M , \quad (35)$$

$$\frac{\partial \varphi^+}{\partial n_Q} = \frac{\sigma(Q,t)}{2\epsilon_0} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \sigma(M,t) \frac{(\vec{r}_{QM}, \vec{n}_Q)}{r_{QM}^3} dS_M . \quad (36)$$

Таким чином, одержуємо таку систему інтегральних рівнянь

$$\sigma(Q,t) + \frac{\gamma^+ - \gamma^-}{\gamma^+ + \gamma^-} \frac{1}{2\pi_S} \int_S \sigma(M,t) \frac{(\vec{r}_{QM}, \vec{n}_Q)}{r_{QM}^3} dS_M = -2\epsilon_0 \frac{\gamma^+ - \gamma^-}{\gamma^+ + \gamma^-} \frac{\partial A_{n_Q}}{\partial t} , Q \in S . \quad (37)$$

Підставляючи в рівняння (37) вираз для векторного потенціалу (31), остаточно отримуємо

$$\begin{aligned} \frac{\chi(Q)\mu_0\varepsilon_0}{2\pi} \frac{\partial}{\partial t_D} \int \frac{\bar{\delta}(M,t,\vec{n}_Q)}{r_{QM}} dV_M + \sigma(Q,t) + \frac{\chi(Q)}{2\pi} \int_S \sigma(M,t) \frac{(\vec{r}_{QM}, \vec{n}_Q)}{r_{QM}^3} dS_M = \\ = -\frac{\chi(Q)\mu_0\varepsilon_0}{2\pi} \frac{\partial}{\partial t_{Dw}} \int \frac{(\bar{\delta}_w(M,t), \vec{n}_Q)}{r_{QM}} dV_M, Q \in S, \end{aligned} \quad (38)$$

де $\chi(Q) = (\gamma^+(Q) - \gamma^-(Q)) / (\gamma^+(Q) + \gamma^-(Q))$, $Q \in S$; $\gamma^+(Q)$, $\gamma^-(Q)$ – значення провідності матеріалу із внутрішньої й зовнішньої сторони границі S в точці $Q \in S$ (нормаль \vec{n}_Q спрямована із внутрішньої області в зовнішню).

Задовольняючи вираз (34) граничним умовам (26), (27), доповнюємо рівняння (38) такими рівняннями:

$$\begin{aligned} \frac{\mu_0\varepsilon_0}{2\pi} \frac{\partial}{\partial t_D} \int \frac{(\bar{\delta}(M,t), \vec{n}_Q)}{r_{QM}} dV_M + \sigma(Q,t) + \frac{1}{2\pi} \int_S \sigma(M,t) \frac{(\vec{r}_{QM}, \vec{n}_Q)}{r_{QM}^3} dS_M = \\ = -\frac{\mu_0\varepsilon_0}{2\pi} \frac{\partial}{\partial t_{Dw}} \int \frac{(\bar{\delta}_w(M,t), \vec{n}_Q)}{r_{QM}} dV_M - \frac{2\varepsilon_0}{\gamma_1} \delta_{n_Q}^+(t), Q \in S_{10}^+; \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \frac{\mu_0\varepsilon_0}{2\pi} \frac{\partial}{\partial t_D} \int \frac{(\bar{\delta}(M,t), \vec{n}_Q)}{r_{QM}} dV_M + \sigma(Q,t) + \frac{1}{2\pi} \int_S \sigma(M,t) \frac{(\vec{r}_{QM}, \vec{n}_Q)}{r_{QM}^3} dS_M = \\ = -\frac{\mu_0\varepsilon_0}{2\pi} \frac{\partial}{\partial t_{Dw}} \int \frac{(\bar{\delta}_w(M,t), \vec{n}_Q)}{r_{QM}} dV_M - \frac{2\varepsilon_0}{\gamma_N} \delta_{n_Q}^+(t), Q \in S_{N0}^-. \end{aligned} \quad (40)$$

Беручи до уваги, що

$$\text{grad}\varphi = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_S \sigma(M,t) \frac{\vec{r}_{QM}}{r_{QM}^3} dS_M,$$

записуємо рівняння (32) у вигляді:

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\delta}_q(Q,t)}{\gamma_q\lambda} + \frac{\partial}{\partial t_D} \int \frac{\bar{\delta}(M,t)}{r_{QM}} dV_M - \frac{1}{\mu_0\varepsilon_0} \int_S \sigma(M,t) \frac{\vec{r}_{QM}}{r_{QM}^3} dS_M = -\frac{\partial}{\partial t_{Dw}} \int \frac{\bar{\delta}_w(M,t)}{r_{QM}} dV_M; \\ Q \in D_q, q=1,2,\dots,N. \end{aligned} \quad (41)$$

Таким чином, отримана система інтегро-диференціальних рівнянь для густини вихрових струмів і густини простого шару електричних зарядів (у розглянутій електродній системі (див. рис. 2) $N=3$).

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\delta}_q(Q,t)}{\gamma_q\lambda} + \frac{\partial}{\partial t_D} \int \frac{\bar{\delta}(M,t)}{r_{QM}} dV_M - \frac{1}{\varepsilon_0\mu_0} \int_S \sigma(M,t) \frac{\vec{r}_{QM}}{r_{QM}^3} dS_M = -\frac{\partial}{\partial t_{Dw}} \int \frac{\bar{\delta}_w(M,t)}{r_{QM}} dV_M, \\ Q \in D_q, q=1,2,\dots,N; \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\chi(Q)\mu_0\varepsilon_0}{2\pi} \frac{\partial}{\partial t_D} \int \frac{(\vec{\delta}(M,t), \vec{n}_Q)}{r_{QM}} dV_M + \sigma(Q,t) + \frac{\chi(Q)}{2\pi} \int_S \sigma(M,t) \frac{(\vec{r}_{QM}, \vec{n}_Q)}{r_{QM}^3} dS_M = \\ & = -\frac{\chi(Q)\mu_0\varepsilon_0}{2\pi} \frac{\partial}{\partial t_{Dw}} \int \frac{(\vec{\delta}_w(M,t), \vec{n}_Q)}{r_{QM}} dV_M - F(Q,t), \quad Q \in S \cup S_{10}^+ \cup S_{30}^-, \end{aligned} \quad (43)$$

де

$$\chi(Q) = \begin{cases} \frac{\gamma^+(Q) - \gamma^-(Q)}{\gamma^+(Q) + \gamma^-(Q)}, & \text{если } Q \in S; \\ 1, & \text{если } Q \in S_1^+ \cup S_3^-; \end{cases} \quad (44)$$

$$F(Q,t) = \begin{cases} 0, & \text{если } Q \in S; \\ \frac{2\varepsilon_0}{\gamma_1} \delta_{n_Q}^+(t), & \text{если } Q \in S_{10}^+; \\ \frac{2\varepsilon_0}{\gamma_3} \delta_{n_Q}^-(t), & \text{если } Q \in S_{30}^-. \end{cases} \quad (45)$$

Розв'язавши систему рівнянь (42) – (45), знаходимо густину струму у кожному масивному провіднику, на основі якої можна розрахувати густину джерел теплоти, в масивних провідниках електромагнітну силу, що діє на електрод з диском тощо.

Висновки

Розроблена тривимірна математична модель для розрахунку струмів розтікання в неферромагнітній пластині (дослідний зразок) при проходженні крізь неї імпульсу струму, дозволяє вивчити вплив параметрів електромагнітної системи на тепловиділення, розподіл електродинамічних зусиль у масивній пластині поблизу контакту з електродом.

Список літератури

1. Бинс К. Анализ и расчет электрических и магнитных полей / К. Бинс, П. Лауренсон. – М.: Энергия, 1970. – 376 с.
2. Тозони О. В. Расчет переходных процессов в токопроводах / О. В. Тозони, Е.И. Петрушенко // Теоретическая электротехника. – Львов: Львов. ун-т, 1966. – Вып. 2. – С. 144 – 147.
3. Тозони О. В. Расчет трехмерных электромагнитных полей / О. В. Тозони, И. Д. Маергойз. – К.: Техніка, 1974. – 352 с.

Разработано трехмерную математическую модель для расчета плотности токов растекания в массивных неферромагнитных элементах электромагнитной системы для уменьшения или определения остаточных напряжений в опытном образце.

Электромагнитное поле, интегральные уравнения, токи растекания, электродная система.

Developed a three-dimensional mathematical model for the calculation of the current densities in the massive spreading of non-ferromagnetic elements of the electromagnetic system to reduce or determination of residual stresses in the prototype.

The electromagnetic field, integral equations, spreading currents, the electrode system.

УДК 631.589

ФАКТОРНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ ДОСЛІДЖЕННЯ ІНТЕНСИВНОСТІ РОСТУ ТОМАТІВ ТА ЙОГО РЕЗУЛЬТАТИ

**В.П. Лисенко, В.О. Мірошник, кандидати технічних наук
А.О. Дудник, аспірант***

Наведено результати багатофакторного експерименту визначення продуктивності фотосинтезу культур томатів, розроблено математичну модель у вигляді рівняння регресії, визначено оптимальний режим мікроклімату для забезпечення максимальної продуктивності фотосинтезу.

Багатофакторний експеримент, фотосинтез, рівняння регресії, математична модель

Інтенсивність росту культури томату залежить від комплексу факторів мікроклімату, що мають забезпечувати максимальну продуктивність, котра, в свою чергу, визначається залежно від інтенсивності процесу фотосинтезу. З метою визначення значень факторів мікроклімату проведено багатофакторний активний експеримент [1-3].

Мета досліджень – визначення оптимальних параметрів мікроклімату для вирощування томатів у результаті розробки математичної моделі продуктивності росту після проведення активного експерименту щодо дослідження впливу факторів на інтенсивність фотосинтезу.

Матеріали та методика досліджень. Відомо, що інтенсивність фотосинтезу у значній мірі залежить від освітленості рослин; форма таких залежностей дозволила зробити висновок про те, що процес фотосинтезу складається зі світлових (фотохімічних) реакцій і реакцій у темноті (хімічних) [4]. Для отримання максимального приросту слід підтримувати оптимальні умови роботи фотосинтетичного апарату і, в першу чергу, це стосується рівня освітленості, температури повітря і концентрації CO₂.

*Науковий керівник – кандидат технічних наук, професор В.П. Лисенко

© В.П. Лисенко, В.О.Мірошник, А.О.Дудник, 2013