5. Теллес Д. Применение метода граничних элементов для решения неупругих задач/ Теллес Д. – М.: Стройиздат, 1987. – 159 с.

Для задачи о плоских деформациях вязкоупругого материала абелевского типа получена система гранично-временных интегральных уравнений второго рода. Предложен алгоритм решения данной системы.

Вязкоупругость, ядро релаксации, модель Работнова, функция релаксации, вязкоупругий потенциал, фундаментальное решение, плотность потенциала, ядро интегрального уравнения, подвижная граница.

For a problems about plane deformations of viscoelastic material of the Abelian type the system of second type boundary-time integral equations is got t. The algorithm of decision of this system is offered.

Viscoelasticity, kernel of relaxation, model of Rabotnov, function of relaxation, viscoelastic potential, fundamental solution, density of potential, kernel of integral equation, movable boundary.

УДК 537:538

НАБЛИЖЕНІ МЕТОДИ ОБЧИСЛЕННЯ ПРОВІДНОСТІ В НЕОДНОРІДНИХ СИСТЕМАХ

Н.Г. Шкода, кандидат фізико-математичних наук
Інститут хімії поверхні НАН України
С.В. Шостак, кандидат фізико-математичних наук
Національний університет біоресурсів і природокористування України

Розвинуто загальний теоретичний метод розрахунку провідності для широкого класу фізичних, геофізичних та біологічних неоднорідних систем. Вважається, що в таких системах неоднорідності розміщені випадковим чином, причому розміри неоднорідностей значно менші за довжину хвилі змінного електричного поля, в якому знаходиться система, що вивчається. Показано, що знаходження ефективної провідності таких систем зводиться до розв'язку інтегрального рівняння. Розвинуто два наближення такого розв'язку: метод усередненої Т-матриці та метод когерентного потенціалу. Проведено аналіз та порівняння точності цих методів.

Ефективна провідність, метод усередненої Т-матриці, метод когерентного потенціалу.

Майже з часів Максвела викликали інтерес властивості переносу заряду в матеріалах з невпорядкованими неоднорідностями. Звичайно

причиною цього є існування великої кількості фізичних, геофізичних та біологічних систем, в яких неоднорідності розміщуються випадковим чином. Наприклад, системами з невпорядкованими неоднорідностями є полікристали і композиційні матеріали, геофізичні породи, ґрунти, суспензії та біологічні колоїдні розчини.

Нехай такі системи описуються тензором провідності $\vec{\sigma}(\mathrm{x})$, який змінюється в просторі, заданим довільним чином. Потрібно розв'язати основну задачу: обчислити ефективну провідність середовища по заданому тензору провідності кожної складової неоднорідного середовища при відомому статистичному законі, за яким змінюється провідність у просторі. Це одна з задач фізики суцільних середовищ, яка відрізняється від задач, пов'язаних з наявністю мікроскопічних неоднорідностей, таких як домішки чи вакансії, які звичайно досліджуються за допомогою теоретичних методів, що описують розсіювання.

Одним із найуспішніших методів розгляду транспортних властивостей широкого класу подібних систем із невпорядкованими неоднорідностями є використання наближення ефективного середовища, вперше запропонованого Бруггеманом [4] й якісно дослідженого Ландауєром [5]. Перевага цього методу полягає у відсутності обмежень на концентрацію неоднорідностей чи на провідність, що слабо змінюються [6–8]. Звичайно подібне наближення можна застосувати для розгляду теплопереносу, діелектричних властивостей, магнітної проникності і дифузії в неоднорідних матеріалах, оскільки формально всі ці процеси визначаються подібними рівняннями. Крім цього, це наближення в останні роки було частково розповсюджене на розв'язок більш складної задачі визначення пружних констант гетерогенних (різнорідних) матеріалів Коррінгом [9] та Зеллером і Дедеріксом [10].

Мета досліджень – узагальнення наближення (методу) ефективного середовища для розгляду середовищ з неоднорідностями, які мають довільну форму, розмір, орієнтацію і тензори провідності довільної симетрії.

Матеріали та методика досліджень. Для отримання узагальнення спочатку нами записано інтегральне рівняння для електричного поля в середовищі, яке потім розв'язувалося наближеними методами. Методику розв'язку застосовують для з'ясування характеру середнього поля в середовищі в наближенні ефективного середовища. Також використовується аналогія, раніше помічена Губернатісом і Крумханслом [11], між цією методикою і подібними методами середнього поля, які використовуються в теорії розсіювання електронів в розупорядкованих бінарних сплавах [12]. Дійсно, за загальною аналогією з задачею для сплавів можна визначити „апроксимацію усередненої Т-матриці” (АУМ) [10] та ”апроксимацію когерентного потенціалу” (АКП) [13], яка еквівалентна методу ефективного середовища.

Результати досліджень. Нами розглядається неоднорідне середовище об'ємом V, обмеженим поверхнею S, яке характеризується тензором провідності $\vec{\sigma}(\mathrm{x})$, що змінюється в просторі. Покладемо, що провідником є невпорядковане середовище. Зміст невпорядкованості полягає в тому, що усереднений ансамбль $\vec{\vec{\sigma}}(\mathrm{x})$, який позначається $\langle\vec{\vec{\sigma}}(\mathrm{x})\rangle$, не залежить від x. Також зручно висунути „ергодичну" гіпотезу про еквівалентність усередненої геометрії усередненому об'єму. Наприклад, $\langle\vec{\vec{\sigma}}\rangle = V^{-1}\int\limits_{V_i}\vec{\vec{\sigma}}(\mathbf{x})d^3x$. Надалі ми будемо розраховувати всі середні у вигляді усереднення за об'ємом.

Властивості переносу заряду в таких системах визначаються ефективним тензором провідності $\vec{\vec{\sigma}}_e$, що не залежить від статистичного розподілу неоднорідностей в просторі. Найлегше визначити $\vec{\vec{\sigma}}_e$ можна у випадку, коли на границі провідного середовища прикладене постійне електричне поле $\mathbf{E_0}$. Це значить, що скалярний потенціал на S дорівнює $\Phi(\mathbf{x}) = -\mathbf{E_0}\cdot\mathbf{x}$. Тоді $\vec{\vec{\sigma}}_e$ визначається за виразом

$$\langle\mathbf{J}\rangle = \vec{\vec{\sigma}}_e\langle\mathbf{E}\rangle, \tag{1}$$

де J – густина струму.

Зазначимо, що $\langle\mathbf{E}\rangle = \mathbf{E_0}$ – прикладене поле. Щоб отримати апроксимації $\vec{\vec{\sigma}}_e$, ми тепер розкладемо в ряд $\vec{\vec{\sigma}}(\mathbf{x})$ за постійною еталонною провідностю $\vec{\vec{\sigma}}_0$, написавши

$$\mathrm{J}(\mathrm{x}) = \vec{\vec{\sigma}}_0 + \delta\vec{\vec{\sigma}}(\mathrm{x}). \tag{2}$$

Тут $\vec{\vec{\sigma}}_0$ є довільною постійною і може бути вибрана будь-яким зручним способом. Можливі варіанти вибору будуть розглядатися пізніше. Підставивши (2) в (1), отримуємо:

$$\langle\mathbf{J}\rangle = \vec{\vec{\sigma}}_0\langle\mathbf{E}\rangle + \langle\delta\vec{\vec{\sigma}}\mathbf{E}\rangle. \tag{3}$$

Таким чином, для знаходження $\vec{\vec{\sigma}}_e$ потрібна апроксимація для величини $\langle\delta\vec{\vec{\sigma}}\mathbf{E}\rangle$.

Тепер ми виведемо просте інтегральне рівняння для $\mathbf{E}(\mathbf{x})$, яке можна розв'язати різними способами, щоб отримати декілька апроксимацій $\vec{\vec{\sigma}}_e$. У цьому випадку електростатичні рівняння мають такий вигляд: $\nabla\cdot\mathbf{J} = 0,\ \ \nabla\times\mathbf{E} = 0$. Поєднавши їх з матеріальними рівняннями $\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \vec{\vec{\sigma}}(\mathbf{x})\mathbf{E}(\mathbf{x})$, ми отримаємо рівняння для електростатичного потенціалу $\Phi(\mathbf{x})$:

$$\nabla\cdot\vec{\vec{\sigma}}\langle\mathbf{x}\rangle\nabla\Phi(\mathbf{x}) = 0. \tag{4}$$

Використовуючи рівняння (2) – (3), знаходимо:

$$\begin{aligned} &\nabla\cdot\vec{\vec{\sigma}}_0\nabla\Phi(\mathbf{x}) = -\nabla\cdot\delta\vec{\vec{\sigma}}(\mathbf{x})\nabla\Phi(\mathbf{x}) \ \text{ в V},\\ &\Phi(\mathbf{x}) = \Phi_0(\mathbf{x}) \equiv -\mathbf{E_0}\cdot\mathbf{x} \qquad\qquad \text{на S.}\end{aligned} \tag{5}$$

Введемо функцію Гріна $G(\mathbf{x},\mathbf{x}')$, визначивши її як

$$\begin{aligned} &\nabla\cdot\vec{\vec{\sigma}}_0\nabla G(\mathbf{x},\mathbf{x}') = -\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \ \text{ в V},\\ &G(\mathbf{x},\mathbf{x}') = 0, \quad \mathbf{x}' \qquad\qquad \text{на S.}\end{aligned} \tag{6}$$

Тоді для $\Phi(\mathbf{x})$ можна одержати:

$$\Phi(\mathbf{x}) = \Phi_0(\mathbf{x}) + \int\limits_V G(\mathbf{x},\mathbf{x}')\nabla' \cdot \delta\vec{\vec{\sigma}}(\mathbf{x}')\nabla'\Phi(\mathbf{x}')d^3x' . \quad (7)$$

Інтегруючи по частинах і взявши градієнт від кожної частини, знаходимо

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) = \mathbf{E}_0 - \int\limits_V \left[\delta\mathbf{J}(\mathbf{x}')\cdot\nabla'\right]\nabla G(\mathbf{x},\mathbf{x}')d^3x' , \quad (8)$$

де $\delta\mathbf{J}(\mathbf{x}') = \delta\vec{\vec{\sigma}}(\mathbf{x}')\mathbf{E}(\mathbf{x}')$. Тут нами враховано, що $G(\mathbf{x},\mathbf{x}') = G(\mathbf{x}',\mathbf{x})$. Рівняння (8) можна записати у короткому вигляді

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) = \mathbf{E}_0 - \int d^3x'\vec{\vec{S}}(\mathbf{x},\mathbf{x}')\delta\vec{\vec{\sigma}}(\mathbf{x}')\mathbf{E}(\mathbf{x}') , \quad (9)$$

де тензор $\vec{\vec{S}}(\mathbf{x},\mathbf{x}')$ визначається рівнянням:

$$S_{\alpha\beta}(\mathbf{x},\mathbf{x}') = \frac{\partial}{\partial\mathbf{x}'_\alpha}\frac{\partial}{\partial x_\beta}G(\mathbf{x},\mathbf{x}'). \quad (10)$$

Після цього можна записати точний формальний розв'язок відносно $\vec{\vec{\sigma}}_e$. Із рівняння (9) маємо:

$$\delta\vec{\vec{\sigma}}(\mathbf{x})\mathbf{E}(\mathbf{x}) = \delta\vec{\vec{\sigma}}(\mathbf{x})\mathbf{E}_0 + \delta\vec{\vec{\sigma}}(\mathbf{x})\int d^3x'\vec{\vec{S}}(\mathbf{x},\mathbf{x}')\delta\vec{\vec{\sigma}}(\mathbf{x}')\mathbf{E}(\mathbf{x}'). \quad (11)$$

Визначаючи тензор $\vec{\vec{\chi}}(\mathbf{x})$ виразом

$$\delta\vec{\vec{\sigma}}(\mathbf{x})\mathbf{E}(\mathbf{x}) = \vec{\vec{\chi}}(\mathbf{x})\mathbf{E}_0 , \quad (12)$$

знаходимо

$$\vec{\vec{\chi}}(\mathbf{x}) = \delta\vec{\vec{\sigma}}(\mathbf{x}) + \delta\vec{\vec{\sigma}}(\mathbf{x})\int d^3x'\vec{\vec{S}}(\mathbf{x},\mathbf{x}')\vec{\vec{\chi}}(\mathbf{x}'). \quad (13)$$

Порівняння (1) і (3) з (12) показує, що

$$\vec{\vec{\sigma}}_e = \vec{\vec{\sigma}}_0 + \langle\vec{\vec{\chi}}\rangle . \quad (14)$$

Таким чином, задача зводиться до визначення методів розрахунку величини $\langle\vec{\vec{\chi}}\rangle$.

Характер апроксимацій, які можна вивести із цього розгляду, залежить від точності відмінних ознак розглядуваного неоднорідного середовища. У цій роботі ми розглядаємо полікристалічні чи композиційні середовища, гірські породи, ґрунти, тобто системи, які складаються із невпорядкованої сукупності елементів чи кристалітів, кожний з яких не має домішок і для кожного індивідуально добре визначені коефіцієнти переносу. Неоднорідності можуть відрізнятися за формою, розмірами, складом і орієнтацією кристалографічних осей.

Для такої системи клас апроксимацій можна записати так. Приймемо, що $\mathbf{x}$ лежить в i-му кристаліті, а об'єм кристаліта рівний ϑ_i. Тоді рівняння (13) можна записати як

$$\vec{\vec{\chi}}(\mathbf{x}) = \delta\vec{\vec{\sigma}}_i + \delta\vec{\vec{\sigma}}_i\int\limits_{\vartheta_i} d^3x'\vec{\vec{S}}(\mathbf{x},\mathbf{x}')\vec{\vec{\chi}}(\mathbf{x}') + \delta\vec{\vec{\sigma}}_i\int\limits_{V-\vartheta_i} d^3x'\vec{\vec{S}}(\mathbf{x},\mathbf{x}')\vec{\vec{\chi}}(\mathbf{x}') , \quad (15)$$

де $\delta\vec{\vec{\sigma}}_i = \vec{\vec{\sigma}}_i - \vec{\vec{\sigma}}_0$, $\delta\vec{\vec{\sigma}}_i$ – тензор провідності i-го елемента. В апроксимації останній інтеграл в (15) замінюється його середнім значенням. Тоді із (15) ми можемо написати:

$$\delta\vec{\sigma}_i \int\limits_{V-\vartheta_i} d^3x'\vec{S}(\mathbf{x},\mathbf{x}')\vec{\chi}(\mathbf{x}') \approx \delta\vec{\sigma}_i \int\limits_{V-\vartheta_i} d^3x'\vec{S}(\mathbf{x},\mathbf{x}')\langle\vec{\chi}\rangle . \tag{16}$$

Цей вираз для $\mathbf{x}$ в i-му елементі. Рівняння (16) замикає інтегральне рівняння для $\vec{\chi}$ і дає можливість вирахувати $\vec{\chi}(\mathbf{x})$ через $\langle\vec{\chi}\rangle$, яке, в свою чергу, можна визначити із $\vec{\chi}(\mathbf{x})$.

Апроксимація (16) не є єдиною, але залежить від вибору еталонної провідності $\vec{\sigma}_0$. „Найкращим" із усіх можливих, напевне, є вибір у випадку самоузгодження, коли забезпечується

$$\langle\vec{\chi}\rangle = 0 . \tag{17}$$

При такому виборі, враховуючи рівняння (14), $\vec{\sigma}_e = \vec{\sigma}_0$. Рівняння (17) визначає загальну аналогію наближення когерентного потенціалу, яке успішно використовувалося при дослідженні електронних станів у невпорядкованих бінарних сплавах. У результаті (в апроксимації (17)) реальне середовище, яке оточує кожний кристаліт, замінюється самоузгоджено визначеним ефективним середовищем. Різні апроксимації без самоузгодження, визначені рівнянням (16), можна розглядати сукупно як аналоги наближення усередненої Т-матриці в теорії сплавів.

Ці класи апроксимацій у принципі можна застосувати щодо дослідження композиційних матеріалів, які містять кристали довільної форми, а тензори провідності яких мають довільну симетрію. Однак, якщо зерна приймають форму еліпсоїдів, апроксимація (16) приводить до $\vec{\chi}(\mathbf{x})$, яка однорідна в межах кожного зерна [12], а $\vec{\sigma}_e$ можна визначити у дуже компактному вигляді. Для підтвердження цього ми підставляємо (16) у (15), інтегруємо за частинами обидва інтеграли в рівнянні (15) і використовуємо граничну умову із рівняння (6), отримуємо:

$$\chi_i^{\alpha\beta} = \delta\sigma_i^{\alpha\beta} - \delta\sigma_i^{\alpha\gamma}\left(\oint\limits_{S'} d^2x'\frac{\partial}{\partial x_\gamma}G(x,x')n'_\delta\right)\times\left(\chi_i^{\delta\beta} - \langle\chi\rangle_{\delta\beta}\right), \tag{18}$$

де $\vec{\chi}_i$ – значення $\vec{\chi}(\mathbf{x})$ для $\mathbf{x}$, що знаходиться у межах i-го зерна, n'_δ – складова вектора нормалі $\mathbf{n}'$, направленого від S' назовні. Нижні індекси, які являють собою букви грецького алфавіту, і верхні індекси в рівнянні (18) позначають Декартові складові і повторюють індекси, наведені вище. В межах великого об'єму $G(\mathbf{x},\mathbf{x}')$ є функція Гріна вільного простору, задовольняючи диференціальному рівнянню (6) і граничній умові $G(\mathbf{x},\mathbf{x}')\to 0$ при $|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|\to\infty$ і стає таким чином лише функцією $\mathbf{x}-\mathbf{x}'$. Тоді поверхневий інтеграл є константою і не залежить від $\mathbf{x}$, а (18) приймає вигляд

$$\vec{\chi}_i = \delta\vec{\sigma}_i + \delta\vec{\sigma}_i\vec{\Gamma}_i\left(\vec{\chi} - \langle\vec{\chi}\rangle\right), \tag{19}$$

де

$$\Gamma_i^{\alpha\beta} = -\oint\limits_{S'}\frac{\partial}{\partial\chi_\alpha}G(\mathbf{x}-\mathbf{x}')n'_\beta d^2x' . \tag{20}$$

Розв'язуючи (19) відносно $\vec{\chi}_i$ через $\langle\vec{\chi}\rangle$, отримуємо

$$\vec{\chi}_i = \left(\vec{\mathrm{I}} - \delta\vec{\sigma}_i\vec{\Gamma}_i\right)^{-1}\delta\vec{\sigma}_i + \delta\vec{\sigma}_i\left(\vec{\mathrm{I}} - \vec{\Gamma}_i\left\langle\vec{\chi}\right\rangle\right), \tag{21}$$

де $\vec{\mathrm{I}}$ – одинична матриця 3×3.

Тепер рівняння (21) можна усереднити і розв'язати відносно $\left\langle\vec{\chi}\right\rangle$. Отриманий результат можна підставити в (14) і знайти, що

$$\vec{\sigma}_e = \vec{\sigma}_0 + \left\langle\left(\vec{\mathrm{I}} - \delta\vec{\sigma}_i\vec{\Gamma}\right)^{-1}\right\rangle\left\langle\left(\vec{\mathrm{I}} - \delta\vec{\sigma}_i\vec{\Gamma}\right)^{-1}\delta\vec{\sigma}\right\rangle, \tag{22}$$

де

$$\begin{aligned} \left\langle\left(\vec{\mathrm{I}} - \delta\vec{\sigma}\vec{\Gamma}\right)^{-1}\right\rangle &= \lim_{V\to\infty} V^{-1}\sum_i \vartheta_i\left(\vec{\mathrm{I}} - \delta\vec{\sigma}_i\vec{\Gamma}_i\right)^{-1}, \\ \left\langle\left(\vec{\mathrm{I}} - \delta\vec{\sigma}\vec{\Gamma}\right)^{-1}\delta\vec{\sigma}\right\rangle &= \lim_{V\to\infty} V^{-1}\sum_i \vartheta_i\left(\vec{\mathrm{I}} - \delta\vec{\sigma}_i\vec{\Gamma}_i\right)^{-1}\delta\vec{\sigma}_i. \end{aligned} \tag{23}$$

Рівняння (12) є необхідним рівнянням АУМ для $\vec{\sigma}_e$

$$\left\langle\left(\vec{\mathrm{I}} - \delta\vec{\sigma}\vec{\Gamma}\right)^{-1}\delta\vec{\sigma}\right\rangle = 0. \tag{24}$$

Апроксимація ефективного середовища легко узагальнюється для дослідження полікристалічних матеріалів. Нами розглядається приклад полікристалічного матеріалу, який складається із майже сферичних кристалітів однакового складу, але який має анізотропний тензор провідності. Ми також приймаємо, що головні осі кристалітів орієнтовані випадковим чином, тобто однакова ймовірність орієнтації у будь-якому напрямку. Ефективна провідність середовища буде скалярною величиною, $\vec{\sigma}_e = \sigma_e\vec{\mathrm{I}}$, а тензор $\vec{\Gamma}$ знову буде даватися рівнянням (20). Умова самоузгодженості, що визначає σ_e, приймає вигляд:

$$\left\langle\left[1 + \left(1/3\sigma_e\right)\left(\vec{\sigma} - \sigma_e\vec{\mathrm{I}}\right)\right]^{-1}\left(\vec{\sigma} - \sigma_e\vec{\mathrm{I}}\right)\right\rangle = 0, \tag{25}$$

де дужки означають усереднення за можливими орієнтаціями кристалітів.

Особливо легко розв'язується рівняння (25) для одноосьових кристалітів. Якщо координатні осі паралельні головним осям кристаліта, то тоді $\vec{\sigma}$ прийме вигляд:

$$\vec{\sigma} = \sigma_0\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \end{pmatrix}. \tag{26}$$

В інших координатних системах $\vec{\sigma}$ буде зв'язуватися з (26) перетворенням подібності. У цьому випадку можна легко показати, що рівняння (17) зводиться до квадратного рівняння для σ_e, яке можна розв'язати та отримати просто:

$$x = \frac{1}{4}\left[-3 - \left(9 + 8\varepsilon\right)^{1/2}\right]. \tag{27}$$

Тут $x = \sigma_e/\sigma_0 - 1$ і $\varepsilon = \alpha - 1$. Для малих значень ε розв'язок рівняння (27) має вигляд $x = 1/3\varepsilon - 2/27\varepsilon^2$. Зазначимо, що при великому ε $x \sim \left(\alpha/2\right)^{1/2}$, тоді як при $\varepsilon \to -1$ $x \to -1/2$ чи $\sigma_e/\sigma_0 \to +1/2$. Викликає подив, що в границі АКП σ_e таке ж, як і визначене рівнянням (27), так що композит із ізотропними сферичними кристалітами має дві третини провідності σ_0, а одну третину $\alpha\sigma_0$.

Висновки

Розвинутий нами загальний метод визначення ефективної провідності неоднорідних систем може знайти застосування при розрахунках ефективних провідностей широкого класу пористих дисперсних систем з наявністю в парах провідних водних розчинів різноманітних солей. Такі системи добре моделюють геологічні породи, ґрунти різного ступеня засоленості, піски тощо. Виходячи з цього, можна стверджувати, що ми маємо загальний теоретичний метод (на відміну від наближених методів, наведених в [1–3] підрахунку ефективної провідності різноманітних ділянок земної поверхні. Знання ефективної провідності цих ділянок дозволяє за відомими формулами обчислити коефіцієнт відбивання від них електромагнітних хвиль, а отже дозволяє методом оберненої електродинамічної задачі [1–3] визначити і внутрішню структуру та склад ґрунтів (їх пористість, вологість, засоленість тощо).

Список літератури

1. Бойко В.В. Електродинамічні характеристики зволожених дисперсних систем / Бойко В.В., Гречко Л.Г., Шкода Н.Г., Шостак С.В. // Збірник наукових праць Національного аграрного університету. – 2002. – Т. 7. – С.21-30.
2. Бойко В.В. Ефективні електродинамічні характеристики зволожених дисперсних систем / Бойко В.В., Гречко Л.Г., Шкода Н.Г., Шостак С.В. // Науковий вісник Національного аграрного університету. – 2002. – Т. 49. – С.16–24.
3. Бойко В.В. Ефективна діелектрична проникність зволожених дисперсних систем в наближенні локальної пористості / Бойко В.В., Гречко Л.Г., Шкода Н.Г., Шостак С.В. // Збірник наукових праць Національного аграрного ун-ту. – 2002. – Т. 8. – С.103–113
4. Bruggeman D. A. G. // Ann. Phys. (Leipz.). – 1935. – 24. – P.636.
5. Landauer R. // J. Appl. Phys. – 1952. – 23. – P.779.
6. Herring C. // J. Appl. Phys. – 1960. – 31. – P. 1939.
7. Cohen M. N. and Jorther J. // Phys. Rev. Lett. – 1973. – 30. – P. 696.
8. Stachowiak H.// Physica. – 1970. – 45. – P. 481.
9. Korringa J. // J. Math. Phys. – 1973. – 14. – P. 509.
10. Zeller R. ahd Dederichs P. H. // Phys. Status Solidi. – 1973. – 55. – P. 831.
11. Gubernatis J. E. and Krumhansl J. A. // J. Appl. Phys. – 1975. – 46. – P. 1875.
12. P. Soven P. // Phys. Rev. – 1967. – 156. – P. 809.
13. Korringa J.// J. Phys. Chem. Solids. – 1958. – 7. – P. 252.
14. Maxwell-Garnett J. C. // Philos. Trans. R. Soc. – 1904. – 203. – P. 385.
15. Kinoshita N. and Mura T. // Phys. Status Solidi. – 1971. – 5. – P. 758.

Развит общий теоретический метод расчета проводимости для широкого класса физических, геофизических и биологических неоднородных систем. Считается, что в таких системах неоднородности размещены случайным образом, причем размеры неоднородностей значительно меньше *длины волны переменного электрического поля, в котором находится система, которая изучается. Показано, что нахождение эффективной проводимости таких систем сводится к решению интегрального уравнения. Развиты два приближения такого решения: метод усредненной Т-матрицы и метод когерентного потенциала. Проведен анализ и сравнение точности этих методов.*

Эффективная проводимость, метод усредненной Т-матрицы, метод когерентного потенциала.

Developed a general theoretical method for calculating the conductivity for a wide class of physical, geophysical and biological heterogeneous systems. It is believed that in such systems heterogeneity placed randomly, and the size of heterogeneities is much smaller than the wavelength of the AC electric field, in which the system being studied. It is shown that finding an effective conductivity of such systems is reduced to the solution of the integral equation. Developed two approximations of the solution: method averaged T-matrix method and the coherent potential. The analysis and comparison of the accuracy of these methods.

Effective conductivity, method averaged T-matrix, method coherent potential.

УДК 537:538

ПОВЕРХНЕВІ ПЛАЗМОНИ ДВОХ МАЛИХ ЧАСТИНОК ІЗ ВРАХУВАННЯМ МУЛЬТИПОЛЬНОЇ ВЗАЄМОДІЇ МІЖ НИМИ

Н.Г. Шкода, кандидат фізико-математичних наук
Інститут хімії поверхні НАН України
С.В. Шостак, кандидат фізико-математичних наук
Національний університет
біоресурсів і природокористування України

Вивчено електродинамічний відгук системи малих частинок на зовнішнє електричне поле. Проведено розрахунок результуючого електричного поля для системи сферичних малих частинок різних радіусів R_i *з різними діелектричними проникностями* $\varepsilon_i(\omega)$. *Отримано аналітичні вирази для поляризовності системи, що складається з двох малих сферичних частинок з урахуванням мультипольної взаємодії між ними. Для випадку двох різних сферичних частинок у зовнішньому електричному полі розраховано частоти поверхневих мод. Всі розрахунки проведено в електростатичному наближенні.*

Поверхневий плазмон, електродинамічний відгук, мультипольна взаємодія.

Вивчення процесів взаємодії електромагнітного випромінювання (ЕМВ) з ансамблями малих часток (МЧ) являють величезний інтерес як з