длины волны переменного электрического поля, в котором находится система, которая изучается. Показано, что нахождение эффективной проводимости таких систем сводится к решению интегрального уравнения. Развиты два приближения такого решения: метод усредненной Т-матрицы и метод когерентного потенциала. Проведен анализ и сравнение точности этих методов.

Эффективная проводимость, метод усредненной Т-матрицы, метод когерентного потенциала.

Developed a general theoretical method for calculating the conductivity for a wide class of physical, geophysical and biological heterogeneous systems. It is believed that in such systems heterogeneity placed randomly, and the size of heterogeneities is much smaller than the wavelength of the AC electric field, in which the system being studied. It is shown that finding an effective conductivity of such systems is reduced to the solution of the integral equation. Developed two approximations of the solution: method averaged T-matrix method and the coherent potential. The analysis and comparison of the accuracy of these methods.

Effective conductivity, method averaged T-matrix, method coherent potential.

УДК 537:538

ПОВЕРХНЕВІ ПЛАЗМОНИ ДВОХ МАЛИХ ЧАСТИНОК ІЗ ВРАХУВАННЯМ МУЛЬТИПОЛЬНОЇ ВЗАЄМОДІЇ МІЖ НИМИ

Н.Г. Шкода, кандидат фізико-математичних наук
Інститут хімії поверхні НАН України
С.В. Шостак, кандидат фізико-математичних наук
Національний університет біоресурсів і природокористування України

Вивчено електродинамічний відгук системи малих частинок на зовнішнє електричне поле. Проведено розрахунок результуючого електричного поля для системи сферичних малих частинок різних радіусів R_i з різними діелектричними проникностями $\varepsilon_i(\omega)$. Отримано аналітичні вирази для поляризовності системи, що складається з двох малих сферичних частинок з урахуванням мультипольної взаємодії між ними. Для випадку двох різних сферичних частинок у зовнішньому електричному полі розраховано частоти поверхневих мод. Всі розрахунки проведено в електростатичному наближенні.

Поверхневий плазмон, електродинамічний відгук, мультипольна взаємодія.

Вивчення процесів взаємодії електромагнітного випромінювання (ЕМВ) з ансамблями малих часток (МЧ) являють величезний інтерес як з точки зору неруйнівного контролю поверхні, так і при створенні композитних матеріалів з наперед заданими електродинамічними властивостями [1– 6].

У загальному випадку на характеристики спектрів поглинання МЧ (висоту, ширину і положення піків) впливають декілька чинників. Ті з них, які розглядаються в класичній теорії, зручно об'єднати в групи, які відповідають типам взаємодії в системі малих частинок. Перерахуємо ці взаємодії в порядку зменшення їх інтенсивності і, відповідно, їх впливу на оптичні спектри поглинання [5, 6] такими системами.

По-перше, взаємодія МЧ із зовнішнім електромагнітним полем. Вона обумовлена тільки характеристиками самих МЧ – їх формою, розміром, структурою (наявністю оболонок, додаткових шарів тощо) і властивостями матеріалу, з якого вони виготовлені.

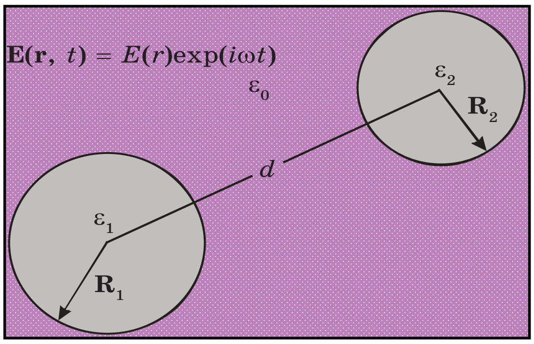
По-друге, міжчастинкова взаємодія в системі МЧ. Ця взаємодія обумовлена характером просторового розподілу МЧ (щільний або розріджений розподіл; для МЧ несферичної форми має значення також характер їх просторової орієнтації : чи є вона впорядкованою або хаотичною), а також характером розподілу їх за розмірами (моно- або полідисперсний розподіл).

Мета досліджень – вивчення характеру електродинамічного відгуку в системі сферичних МЧ, що знаходяться в зовнішньому електричному полі $\mathbf{E}_0 e^{i\omega t}$; визначення поляризованості МЧ, частоти поверхневих мод, а також аналіз частотного спектра поверхневих збуджень дипольної взаємодії частинок між собою.

Матеріали та методика досліджень. Можливо найбільш важливою і дослідженою із задач у теорії поглинання та розсіяння плоских електромагнітних хвиль малими частинками є задача про кулю з довільним радіусом і відомим показником заломлення або діелектричною проникністю. Для розв’язання цієї задачі можуть бути використані різні методи, кожен з яких має певні переваги при узагальненні результатів задачі про кулю з довільним радіусом, шарові, анізотропні, шарово-неоднорідні з неперервною зміною діелектричної проникності кулі та частинки із зарядженою поверхнею. Із відомих методів розв’язку виділимо три: метод Стреттона, метод потенціалів Дебая і метод Т-матриць. У цій роботі нами були використані механізми та закономірності поглинання і розсіяння ЕМВ окремими кульовими частинками з врахуванням мультипольної взаємодії між ними.

Розв’язок задачі розсіяння плоскої електромагнітної хвилі на кулі згідно із загальноприйнятою термінологією будемо називати розв’язком Мі, яка застосовується відносно взаємодії світла з частинками, розміри яких достатньо малі для того, щоб їх можна було описувати в рамках електростатичного наближення ($R \ll \lambda$).

Результати досліджень. Розглянемо випадок двох металевих сферичних часток, що знаходяться на відстані d один від одного (рисунок) у зовнішньому (змінному за часом) електричному полі з довжиною хвилі λ_0 значно більшою за розмір частинок і d [7, 8].



Дві малі кульові частинки на поверхні твердого тіла у зовнішньому електричному полі $\vec{E}(r,t)$

З урахуванням тільки дипольної взаємодії між частинками, тензор поляризовності i-тої частинки може бути поданий у вигляді:

$$\alpha_{im_1}^{m} = 4\pi a_{i1}\frac{1+(-1)^m \eta_m a_{\bar{i}1}}{1-\eta_m^2 \dfrac{a_{11}a_{21}}{d^6}}\delta_m^{m'} . \qquad (1)$$

де $\bar{i}$ = 1, якщо *i* = 2; $\bar{i}$ = 2, якщо *i* = 1, $\varepsilon_0 \equiv \varepsilon_a$; R_i - радіус *i*-частинки:

$$a_i = \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_0}{\varepsilon_i + 2\varepsilon_0}R_i^3, \quad i = 1,2 \qquad (2)$$

Інші позначення ті ж.

Умова для знаходження частот поверхневих плазмонів (рівність нулю знаменника в (1)) в цьому випадку набуває вигляду:

$$\eta_m^2 \frac{R_1^3 R_2^3}{d^6}\left(\frac{\varepsilon_{1\infty} - \varepsilon_0}{\varepsilon_{1\infty} + 2\varepsilon_0}\right)\left(\frac{\varepsilon_{2\infty} - \varepsilon_0}{\varepsilon_{2\infty} + 2\varepsilon_0}\right)\left(\frac{\omega^2 - \omega_{e1}^2}{\omega^2 - \omega_{f1}^2}\right)\left(\frac{\omega^2 - \omega_{e2}^2}{\omega^2 - \omega_{f2}^2}\right) = 1 . \qquad (3)$$

Діелектричні проникності металевих сфер були вибрані в друдівському вигляді [2]:

$$\varepsilon_1(\omega) = \varepsilon_{1\infty} - \frac{\omega_{p1}^2}{\omega(\omega + i\gamma_1)}; \qquad \varepsilon_2(\omega) = \varepsilon_{2\infty} - \frac{\omega_{p2}^2}{\omega(\omega + i\gamma_2)},$$

а при отриманні (3) $\gamma_1,\ \gamma_2$ прямували до нуля. Крім того, в (3) введені позначення:

$$\omega_{fi}^2 = \frac{\omega_{pi}^2}{\varepsilon_{i\infty} + 2\varepsilon_0}; \qquad \omega_{ei}^2 = \frac{\omega_{pi}^2}{\varepsilon_{i\infty} - \varepsilon_0},\ i = 1,2. \qquad (4)$$

З урахуванням цих зауважень з рівняння (3) знаходимо частоти поверхневих плазмонів:

$$2\left(\omega_m^{\pm}\right)^2 = \varpi_{f1}^2 + \varpi_{f2}^2 \pm \left[\left(\varpi_{f1}^2 - \varpi_{f2}^2\right)^2 + 4\varpi_{f1}^2 \cdot \varpi_{f2}^2 \frac{(1-\alpha_1)(1-\alpha_2)A_m^2}{\left(1-\alpha_1 A_m^2\right)\left(1-\alpha_2 A_m^2\right)}\right]^{\frac{1}{2}}, \qquad (5)$$

де

$$A_m^2 = \eta_m^2 \frac{R_1^3 R_2^3}{d^6},\ \alpha_{12} = \alpha_1 \alpha_2;\ \alpha_i = \frac{\varepsilon_{i\infty} - \varepsilon_0}{\varepsilon_{i\infty} + 2\varepsilon_0}; \tag{6}$$

$$\varpi_{f1}^2 = \omega_{f1}^2 \frac{1-\alpha_2 A_m^2}{1-\alpha_{12} A_m^2}; \qquad \varpi_{f2}^2 = \omega_{f2}^2 \frac{1-\alpha_1 A_m^2}{1-\alpha_{12} A_m^2}; \quad i = 1,2.$$

Вираз (5) являє собою основну формулу для розрахунку частот поверхневих плазмонів у системі двох металевих сферичних різних частинок, що знаходяться в зовнішньому електричному полі на відстані d .

Розглянемо окремий випадок, коли частинки складаються з одного матеріалу ($\varepsilon_1(\omega) = \varepsilon_2(\omega)$), але мають різні розміри ($R_1 \neq R_2$) . Тоді, з рівняння (5) знаходимо частоти поверхневих плазмонів у системі двох частинок [3]:

$$\left(\omega_m^{\pm}\right)^2 = \frac{(1 \pm A_m)\omega_f^2}{1 \pm \alpha_0 A_m}; \omega_f = \frac{\omega_p^2}{\varepsilon_\infty + 2\varepsilon_0}; \qquad \varepsilon_1(\omega) = \varepsilon_2(\omega) \equiv \varepsilon(\omega),$$

де

$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$; $\Delta = R_2/R_1$ ($R_2 \leq R_1$); $\alpha_0 = \frac{\varepsilon_\infty - \varepsilon_0}{\varepsilon_\infty + 2\varepsilon_0}$; $A_m = \eta_m \Delta^{3/2}(R_1/d)^3$; $\eta_m = \begin{cases} 2, & m = (0;\ II) \\ 1, & m = (\pm 1;\ \perp). \end{cases}$ (7)

Знак II означає, що поле $\boldsymbol{E_0}$ спрямоване вздовж прямої, що сполучає центри частинок, а знак $\perp$ – поле спрямоване перпендикулярно цій прямій:

$$(\Delta\omega)^2 \equiv \left(\omega_0^+\right)^2 - \left(\omega_1^-\right)^2 = 3\omega_p^2 \left[\frac{(R_1 R_2)^{1/2}}{d}\right]^3 \tag{8}$$

При $R_1 = R_2$ максимальне значення $\Delta\omega$ досягається при $d = 2R_1$. Якщо $\varepsilon_\infty = \varepsilon_0 = 1$, то

$$\Delta\omega = (1/8)^{1/2}\ \omega_p \sim 0{,}35\,\omega_p. \tag{9}$$

Зазначимо, що величина $\Delta\omega$ складає третю частину плазмової частоти ω_p матеріалу МЧ і є оціночною. У реальних системах необхідно враховувати електронне згасання (γ_1 , γ_2) і реальні частотні залежності $\varepsilon_1(\omega)$ і $\varepsilon_2(\omega)$. Це вимагає громіздких чисельних обчислень і буде проведено надалі.

Висновки

На підставі розробленої нами загальної теорії взаємодії наночастинок з різноманітними поверхнями (у тому числі і біологічними) можна стверджувати, що мультипольна взаємодія виникає лише за присутності зовнішнього електричного поля $\boldsymbol{E_0}$ і вона призводить до зміни електродинамічних властивостей як МЧ, так і поверхні – перерозподілу зарядів, зрушенню положення піків і зміні інтенсивності поглинання електромагнітного випромінювання системою наночастинок, що знаходяться на поверхні.

Характер зміни процесів поглинання і розсіяння, як наночастинками, так і поверхнею залежить від електродинамічних параметрів поверхні і наночастинок (ефективна діелектрична проникність, фізико-хімічний стан поверхні тощо). Це дає можливість отримувати інформацію про фізичні і хімічні параметри поверхні на підставі аналізу оптичних спектрів поглинання адсорбованих на ній малих частинок, наночастинок і молекул.

Список літератури

1. Борен К. Поглощение и рассеяние света малыми частицами / К.Борен, Д. Хафмен. – М.: Мир, 1986. – 837 с.
2. Okamoto T. Optical absorption study of the surface plasmons resonance in gold nanoparticles immobilized onto a gold substrate by self-assembly techique / T.Okamoto, I. Yamaguchi. // J. Phys.Chem. B. – 2003. – V.107, N 38. – P. 10321 – 10324.
3. Kreibig U. Optical Properties of Metal Clusters / U. Kreibig, M. Vollmer. – Berlin: Springer, 1995. – 532 p.
4. Gozhenko V.V. Electrodynamics of spatial clusters of spheres: substrate effects / V.V. Gozhenko, L.G. Grechko, K.W. Whites. // Phys. Rev. B. – 2003. – V. 68, N 13. – P. 125422 – 125438.
5. Gozhenko V.V. Substrate influence on infrared absorption by clusters of small spheres / V.V. Gozhenko, L.G. Grechko, N.G. Shkoda, K.W. Whites. // Proc. 6-th Int. Conf. on Material Science and Material Properties for Infrared Optoelectronics. – Proc. SPIE. – 2003. – Vol. 5065. – P. 122–126.
6. M.T. Haarmans and D. Bedeaux. Thin Solid Film, 224, page117, 1993.
7. Gozhenko V.V., Grechko L.G., Whites K.W.: Electrodynamics of spatial clusters of spheres:substrate effects. *Phys. Rev. B.,* 68, 125422-1–125422-16 (2003).
8. Blank A.Ya. Optical surface modes in a system of fine metallic particles / A.Ya. Blank, L.Y. Garanina, L.G. Grechko // *Fiz. Nizk. Temp*, V.25, N.10, (1067–1072), 1999.

Изучен электродинамический отклик систем малых частиц на внешнее электрическое поле. Проведен расчет результирующего электрического поля для системы сферических малых частиц разных радиусов R_i с разными диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_i(\omega)$. Получены аналитические выражения для поляризуемости системы из двух сферических малых частиц с учетом мультипольного взаимодействия их между собой. Для случая двух разных сферических частиц во внешнем электрическом поле рассчитаны частоты поверхностных мод. Все расчеты проведены в электростатическом приближении.

Поверхностный плазмон, электродинамический отклик, мультипольное взаимодействие.

The spectrum of superficial fashions of two metallic particles is considered in the external electric field E was calculated. A review on the external (variable in course of time) electric field of two bullet nanoparticles which are in the distance d one from other with a wave-length l_0 considerably anymore for the size of particles and d was founded.

The electrodynamical response of small particles system on external electric field was investigated. The resulting electric field was calculated for a system of small spherical particles of different radii R_i and permittivities $\varepsilon_i(\omega)$ placed near a substrate. Analytical expressions for the polarizability of a system of two small parti-

cles were received taking into account multipole substrate-particle interactions as well as interactions between the particles themselves. For a case of two different spherical particles, frequencies of surface plasmon modes were obtained. All the calculations are performed in the electrostatic approximation.

Surface plasmon, electrodynamics response, multipole interaction.

УДК 681.5.07

ОЦІНЮВАННЯ ОБЛАСТЕЙ СТІЙКОСТІ ПАРАМЕТРИЧНИХ СИСТЕМ ЗІ ЗМІННОЮ СТРУКТУРОЮ

Л.А. Панталієнко, кандидат фізико-математичних наук

Наведено результати чисельного розрахунку областей практичної стійкості лінійних параметричних систем зі змінною структурою. Розглянуто постановки задач стійкості на скінченному проміжку часу для структурно заданих множин початкових умов і параметрів.

Параметри, практична стійкість, лінійні системи зі змінною структурою, збурення.

У багатьох задачах прикладного характеру, зокрема прискорювальної техніки, фазові траєкторії динамічної системи можуть мати розриви на деяких поверхнях у певні моменти часу. Так, під час руху частинки у прискорюючому електричному прямокутному полі на вході та виході її з трубки дрейфу змінюється напрямок швидкості частинки [1]. Це означає, що проекції швидкості частинки мають певні розриви. Задачі аналізу розривних динамічних систем [5] охоплюють оцінювання областей стійкості, допусків на параметри, гарантованої чутливості [1,3,4]. Такого роду задачі, на підставі загальних теорем практичної стійкості для систем зі змінною структурою [3], пропонується розглядати з єдиних позицій, а відповідні оцінки одержувати в аналітичному вигляді.

Мета досліджень — розробка конструктивних алгоритмів побудови областей стійкості для лінійних параметричних систем зі змінною структурою за наявності постійно діючих збурень.

Матеріали та методика досліджень. У роботі застосовуються математичні методи практичної та параметричної стійкості за частиною змінних. Як параметри, зокрема можуть розглядатись і початкові умови у заданих структурах.

Дослідимо задачу про практичну стійкість для лінійних нестаціонарних параметричних систем зі змінною структурою

$$\frac{dx}{dt} = A^{(i)}(t)x + G^{(i)}(t)\alpha + f^{(i)}(t), \ \ t \in [t_{i-1}, t_i), \ \ i = 1,2,...,N. \qquad (1)$$