

*Trackcapacity, combineharvesters, trailers-unloaders, cars, theanalysis, technique, parametresofprocesses.*

УДК 636.1

**АНАЛІЗ ЧИСЕЛЬНИХ МЕТОДІВ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧ  
ПРИКЛАДНОЇ ФІЗИКИ (ПРОЦЕСІВ У СІЛЬСЬКОМУ  
ГОСПОДАРСТВІ)**

***О.В. Шобаніна, доктор економічних наук  
В.С. Хмельовський, кандидат технічних наук  
К.Д. Веселівський, інженер***

*Наведений аналіз чисельних методів для розв'язку задач прикладної фізики (процесів у сільському господарстві), що прискорює й підвищує ефективність процесу вирішення останніх.*

***Чисельні методи, прикладна фізика, метод кінцевих різниць, метод кінцевих елементів, метод дискретних елементів.***

**Постановка проблеми.** Нині вирішення систем диференціальних та інтегральних рівнянь, що виникають при розв'язку задач прикладної фізики, здійснюється за допомогою чисельних методів на персональному комп'ютері. Застосування останніх дає змогу спростити сам процес вирішення та підвищує достовірність результатів, а застосування ПК з пакетами програм забезпечує повну автоматизацію процесу [1]. Тому аналіз чисельних методів для розв'язку задач прикладної фізики (процесів у сільському господарстві) є актуальним. Метод кінцевих різниць (МКР) – широко відомий (найпростіший) метод інтерполяції [2]. Його суть полягає в заміні диференціальних коефіцієнтів в рівнянні на коефіцієнти їх різниці, що дозволяє звести вирішення диференціального рівняння до вирішення аналога рівняння його різниць, тобто побудувати кінцево-різничну схему, вирішення її відповідає наближеному рішенню початкового диференціального рівняння. Розглянемо квадратичний многочлен  $p(t)=2t^2-3t+2$  та припустимо, що ми знаємо його табличні значення (табл.1) (одно факторний експеримент)  $p(0)$ ,  $p(0,1)$ ,  $p(0,2)$ ,  $p(0,3)$ ,  $p(0,4)$  і т. д.

В таблиці перший стовпчик містить значення полінома, другий – різницю між двома верхніми (сусідніми) з першої колонки, а третій – різницю між двома сусідніми з другої колонки. Можна відмітити, що

значення в третьому стовпчику – однакові. Це не випадково. Коли ми заповнюємо таблицю будь-якого поліному ступеня  $n$ , то стовпчик з номером  $n+1$  буде завжди містити константу. Цей вирішальний факт робить працездатним вказаний метод [3].

**1. Розрахункова таблиця полінома 2-го ступеня, що описує середню величину часточок (час подрібнення, год) при подрібненні корму.**

1	2	3
$p(0)=2,0$		
	$2,0-1,72=0,28$	
$p(0,1)=1,72$		$0,28-0,24=0,04$
	$1,72-1,48=0,24$	
$p(0,2)=1,48$		$0,24-0,20=0,04$
	$1,48-1,28=0,20$	
$p(0,3)=1,28$		$0,20-0,16=0,04$
	$1,28-1,12=0,16$	
$p(0,4)=1,12$		

Процес створення (заповнення) може бути продовжений до нескінченності. Значення полінома одержуємо при цьому без операції множення. Саме на цій властивості поліномів була основана робота машини різниць Ч. Беббіджа. Для виконання кожного наступного циклу розрахунку значень поліному другого ступеня, достатньо зберегти 2 числа (останні елементи, в першій та другій колонці). Для табулювання поліномів ступенів  $n$  число необхідних значень більше, – а саме рівне  $n$ .

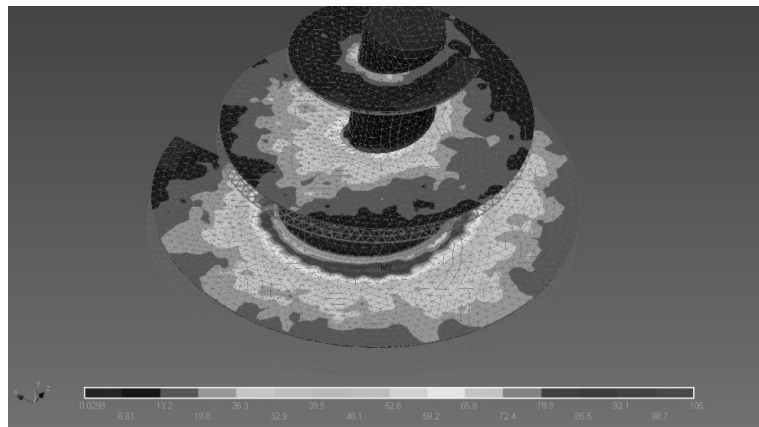
Метод кінцевих елементів (МКЕ, FEM) – чисельний метод вирішення диференційних рівнянь з частковими похідними, а також інтегральних рівнянь, що виникають при розв'язку задач прикладної фізики [4, 5]. Метод широко використовується для вирішення задач механіки твердого тіла, що деформується, теплообміну, гідродинаміки та електродинаміки.

Суть метода відображена в його назві. Область, в якій ведеться пошук рішення диференційних рівнянь, розбивається кінцеву кількість під областей (елементів). В кожному з елементів вибирається вид функції апроксимації (найпростіший це поліном першого ступеня). За межами свого елемента функція рівна нулю. Значення функцій на границях елементів (вузлах) є рішенням задачі, що заздалегідь не відомі.

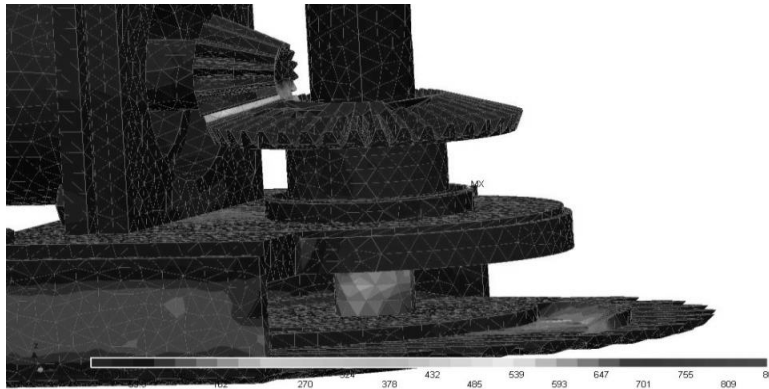
Коефіцієнти функцій апроксимації зазвичай відшуковуються за умов рівності значень сусідніх функцій на границях між елементами

(в вузлах). Потім ці коефіцієнти виражаються через значення функцій в вузлах елементів (рис. 1).

Складається система лінійних алгебраїчних рівнянь. Кількість рівнянь рівне кількості невідомих значень в вузлах. В яких відшукуються рішення вихідної системи, яка прямо пропорційна кількості елементів та обмежені тільки можливостями електронно-обчислюваної техніки (ЕВМ). Таким чином кожний з елементів має зв'язок з обмеженою кількістю сусідніх, система лінійних алгебраїчних рівнянь має розріджений вигляд, що значно спрощує її розв'язок.



а



б

Рис. 1. Візуалізація розподілення деформації по поверхні: а – гвинтового шнека [6, 7], б – стригальної машинки ротаційного типу [8, 9].

З точки зору вычислительной математики, суть ідеї метода кінцевих елементів міститься в тому, що мінімізація функціонала варіаційної задачі здійснюється на сукупності функцій, кожна з яких визначена на своїй під області. Це дозволяє для чисельного аналізу системи розглядати її як одну з конкретних гілок діакоптики (загальний метод дослідження систем шляхом їх розділення).

МКЕ складніший за МКР в реалізації. У МКЕ, є ряд переваг, що виявляються при вирішенні реальних задач: довільна форма області, що обробляється, сітку є можливість більш рідкою в місцях, де велика точність не потрібна.

Тривалий час широкому розповсюдженню МКЕ заважала відсутність алгоритмів автоматичного розбиття області на «майже рівносторонні» трикутники (похибка залежить від варіації метода та обернено пропорційна синусу чи самого гострого, чи самого тупого кута при розбитті). Цю проблему вдалося вирішити за допомогою алгоритму, що базується на триангуляції Делоне.

Це в свою чергу дало можливість створювати повністю автоматизовані кінцевоелементні САПР. Практично всі сучасні розрахунки на міцність проводять з використанням МКЕ.

Метод дискретного елемента (МДЕ, DEM) – це родина чисельних методів, що застосовуються при вирішенні задач з великою кількістю рухомих часток, таких як молекули, пил, гравій та інших гранульованих середовищ [10]. У 1985 році були деталізовані його теоретичні основи, які показали, що DEM може бути розглянутим як узагальнення FEM.

Теоретичні основи метода та можливість його застосування неодноразово розглядалися на 1-й, 2-й та 3-й Міжнародній конференції по методам дискретного елемента.

Моделювання МДЕ починається з розташуванням всіх часток в визначене положення та надання їм початкової швидкості. Потім сили, що діють на кожен частку, розраховується, виходячи з початкових даних та відповідних фізичних законів.

Сили, що впливають на макроскопічну модель:

- тертя;
- відштовхування;
- гравітація (тільки в астрономічному моделюванні).

На молекулярному рівні:

- сила Кулона;
- відштовхування Паулі;
- силу Ван дер Ваальса.

Моделі в динаміці ділять простір, в якому відбувається змодельований процес, на комірки (метод кінцевих об'ємів (МКО) [11]). Частки, що проходять через один бік комірки просто вставляються з іншого боку сусідньої (періодичні граничні умови), те саме відбувається з силами. Сили перестають прийматися до уваги після так званої дистанції відсічення (за звичай половина довжини комірки), таким чином на частку не впливає дзеркальне розташування тієї ж частки з іншого боку наступної комірки. Таким

чином є можливість збільшити кількість часток простим збільшенням комірок.

Всі сили складаються, щоб знайти результуючу силу, що впливає на кожну частку. З метою визначення змін в положенні та швидкості кожної частки за визначений проміжок часу (крок) з використанням закону Ньютона – інтеграції (чи алгоритм Верлета, скорості Верлета чи метод стрибка). Після чого нове положення використовується для розрахунку сил за наступний крок, цей цикл повторюється до тих пір доки моделювання не закінчиться.

FEM іноді називають молекулярною динамікою (MD), навіть коли частки не є молекулами.

МДЕ дуже вибагливий до обчислюваним ресурсам ЕОМ. Це обмежує розміри моделі чи коефіцієнт розбиття моделі. Частково це обмеження є можливість зняти використавши паралельну обробку даних.

Метод ґрунтується на фундаментальному твердженні, що матеріал складається з окремих, дискретних часток. Ці частки можуть мати різні поверхні та властивості, наприклад:

- рідини та розчини (бензин);
- сипкі матеріали (круп);
- гранульований матеріал (корма);
- порошки (мука).

МДЕ використовується в наступних галузях промисловості:

- фармацевтична;
- нафтогазова;
- сільськогосподарська;
- гірськодобувна.

Після аналізу чисельних методів слід відмітити, що МКЕ доцільно застосовувати при статичному навантаженні об'єктів та конструкцій, а МДЕ при кінематичному дослідженні середовищ та динаміки машин.

**Висновок.** Застосування чисельних методів за допомогою ЕОМ дає змогу прискорити й підвищити ефективність досліджень процесів та машин при їх проектуванні в переважній більшості галузей промисловості, зокрема в сільському господарстві.

### Список літератури

1. Компьютерный инжиниринг : учеб. пособие / [Бурдаков С.Ф., Клявин О.И., Мельникова М.П. и др.] под ред. А. И. Боровкова. – СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2012. – 93 с.
2. Википедия (Свободная энциклопедия). [Електронний ресурс] – Режим доступу [http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4\\_%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D0%B5%D1%87%D0%BD%D1%8B%D1%](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4_%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D0%B5%D1%87%D0%BD%D1%8B%D1%)

85\_%D1%80%D0%B0%D0%B7%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%B9

3. *Пановко Я.Г.* Основы прикладной теории колебания и удара. – 4-е изд., перераб. и доп. – Л.: Политехника. 1990. – 272 с.: ил. – ISBN 5-7325-0096-0

4. Википедия (Свободная энциклопедия). [Электронный ресурс] – Режим доступа [http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4\\_%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D0%B5%D1%87%D0%BD%D1%8B%D1%85\\_%D1%8D%D0%BB%D0%B5%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%BE%D0%B2](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4_%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D0%B5%D1%87%D0%BD%D1%8B%D1%85_%D1%8D%D0%BB%D0%B5%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%BE%D0%B2)

5. Сопротивление материалов : учебник для вузов / [Александров А.В., Монахов Н.И., Парфенов Д.Ф., и др.]; под ред. А.Ф. Смирнова. – [ 3-е изд., перераб. и доп.]. – М.: Высшая школа, 1975. – 480 с. с ил.

6. *Григорьев А.М.* Винтовые конвейеры / А.М. Григорьев.- М.: Машиностроение, 1972. – 174 с.

7. *Алимов О.Д.* Теория вертикальных шнековых механизмов / Алимов О.Д., Манжосов В.К., Мамасаидов М.Т. – Фрунзе.: Илим, 1978. – 162 с.

8. Патент на КМ 70018. Україна, МПК В26В 25/00. Стригальна машинка ротаційного типу / *Ревенко І.І., Веселівський К.Д.* ; заявник та власник Національного університету біоресурсів і природокористування України. – № u 2011 13 005 ; заявл. 04.11.2011 ; опубл. 25.05. 2012, Бюл. №10.

9. *Ревенко І.І.* Розробка стригальної машинки ротаційного типу / *І.І. Ревенко, К.Д. Веселівський* // Праці ТДАТУ. – 2011. – Вип. 11 Т.5 – С 65-67.

10. Википедия (Свободная энциклопедия). [Электронный ресурс] – Режим доступа [http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4\\_%D0%B4%D0%B8%D1%81%D0%BA%D1%80%D0%B5%D1%82%D0%BD%D0%BE%D0%B3%D0%BE\\_%D1%8D%D0%BB%D0%B5%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%B0](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4_%D0%B4%D0%B8%D1%81%D0%BA%D1%80%D0%B5%D1%82%D0%BD%D0%BE%D0%B3%D0%BE_%D1%8D%D0%BB%D0%B5%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%B0)

11. Википедия (Свободная энциклопедия). [Электронный ресурс] – Режим доступа [http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4\\_%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D0%B5%D1%87%D0%BD%D1%8B%D1%85\\_%D0%BE%D0%B1%D1%8A%D1%91%D0%BC%D0%BE%D0%B2](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4_%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D0%B5%D1%87%D0%BD%D1%8B%D1%85_%D0%BE%D0%B1%D1%8A%D1%91%D0%BC%D0%BE%D0%B2)

*Приведен анализ численных методов для решения задач прикладной физики (процессов в с/х), что ускоряет и повышает эффективность процесса решения последних.*

***Числовые методы, прикладная физика, метод конечных разностей, метод конечных элементов, метод дискретных элементов.***

*Analysis of numerical methods for problem of solving applied physics (processes in agricultural) is resulted, that accelerates and raises efficiency of process of the solution of the last.*

***Numerical methods, the applied physics, finite difference method (FDM), finite element method (FEM), Discrete element method (DEM).***