

*Usage of agrarian-central method of repair of motor transport of agricultural enterprises is proved, the technique of definition of radius of centralization of auto repair work and main principles of the organization of the co-operative form of maintenance service of cars on the basis of the given method is developed.*

***Car, safety of traffic, tire wear, fatigue, aging, residual life.***

УДК 517.926

## **НЕОБХІДНА УМОВА ІСНУВАННЯ РОЗВ'ЯЗКУ СЛАБОНЕЛІНІЙНОЇ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ З ІМПУЛЬСНОЮ ДІЄЮ (КРИТИЧНИЙ ВИПАДОК)**

***Р.Ф. Овчар, кандидат фізико-математичних наук***

*Отримано рівняння для породжуючих амплітуд слабонелінійних критичних крайових задач з імпульсною дією, яке визначає необхідну умову існування розв'язків таких задач.*

***Слабонелінійна критична крайова задача з імпульсною дією, узагальнений оператор Гріна.***

**Постановка проблеми.** Стаття містить матеріал, який зацікавить спеціалістів в області теорії крайових задач і нелінійних коливань і буде сприяти розвитку конструктивних чисельно-аналітичних методів вивчення крайових задач.

**Результати досліджень.** Розглянемо критичний випадок, коли однорідна крайова задача з імпульсною дією

$$\dot{z} = A(t)z, t \neq \tau_i, \Delta z|_{t=\tau_i} = S_i z, t, \tau_i \in [a, b], i \in \mathbb{Z} \quad (1)$$

$$lz = 0 \quad (2)$$

має нетривіальні розв'язки, тобто  $\text{rank } Q = n_1 < n$ . Тоді породжуюча крайова задача з імпульсною дією

$$\dot{z} = A(t)z + f(t), t \neq \tau_i, \Delta z|_{t=\tau_i} = S_i z + a_i, \tau_i \in [a, b], i \in \mathbb{Z} \quad (3)$$

$$lz = \alpha, \alpha \in \mathbb{R}^m, t \in [a, b] \quad (4)$$

розв'язна тоді і тільки тоді, коли  $f(t) \in C([a, b]/\{\tau_i\}_I)$ ,  $a_i \in \mathbb{R}^n, \alpha \in \mathbb{R}^m$  задовольняють умові

$$P_{Q_d^*} \left\{ \alpha - l \int_a^b K(\cdot, \tau) f(\tau) d\tau - l \sum_{i=1}^p \bar{K}(\cdot, \tau_i) a_i \right\} = 0, d = m - n_1 \quad (5)$$

і при цьому має  $r$  – параметричне сімейство ( $r = n - n_1$ ) розв'язків

© Р.Ф. Овчар, 2013

$$z_0(t, c_r) = X_r(t)c_r + \left( G \begin{bmatrix} f \\ a_i \end{bmatrix} \right) (t) + X(t)Q^+ \alpha, \quad (6)$$

де  $\left( G \begin{bmatrix} f \\ a_i \end{bmatrix} \right) (t)$  – узагальнений оператор Гріна крайової задачі з імпульсною дією (3), (4), що визначається за формулою

$$\left( G \begin{bmatrix} t \\ a_i \end{bmatrix} \right) (t) \stackrel{\text{def}}{=} \left[ \int_a^b K(t, \tau) * d\tau - X(t)Q^+ l \int_a^b K(\cdot, \tau) * d\tau, \sum_{i=1}^p \bar{K}(t, \tau_i) * \right. \\ \left. - X(t)Q^+ l \sum_{i=1}^p \bar{K}(\cdot, \tau_i) * \right] \begin{bmatrix} f(\tau) \\ a_i \end{bmatrix}.$$

Розглянемо питання про необхідні умови існування розв'язків  $z = z(t, \varepsilon): z(\cdot, \varepsilon) \in C^1([a, b]/\{\tau_i\}_I)$ ,  $z(t, \cdot) \in C[\varepsilon], \varepsilon \in [0, \varepsilon_0]$  крайової задачі з імпульсною дією

$$\begin{cases} \dot{z} = A(t)z + f(t) + \varepsilon Z(z, t, \varepsilon), & t \neq \tau_i \in [a, b], \\ \Delta z|_{t=\tau_i} - S_i z(\tau_i - 0) = a_i + \varepsilon J_i(z(\tau_i - 0, \varepsilon), \varepsilon), & i = 1, \dots, k, \\ lz = \alpha + \varepsilon J(z(\cdot, \varepsilon), \varepsilon). \end{cases} \quad (7)$$

які при  $\varepsilon = 0$  обертаються в породжуючі розв'язки  $z_0(t, c_r)$  (6) породжуючої крайової задачі з імпульсною дією (3), (4). Відповідь на це питання дає наступна теорема.

*Теорема.* Нехай слабонелінійна крайова задача з імпульсною дією (7) задовольняє вказаним вище умовам і має розв'язок  $z(t, \varepsilon): z(\cdot, \varepsilon) \in C^1([a, b]/\{\tau_i\}_I)$ ,  $z(t, \cdot) \in C[\varepsilon], \varepsilon \in [0, \varepsilon_0]$  і який при  $\varepsilon = 0$  обертається в породжуючий розв'язок  $z_0 = z_0(t, c_r^*)$  (6) породжуючої крайової задачі з імпульсною дією (3), (4) з константою  $c_r = c_r^* \in \mathbb{R}^r$ .

Тоді векторна константа  $c_r^*$  задовольняє рівняння:

$$P_{Q\alpha^*} \left\{ I(z_0(\cdot, c_r^*), 0) - l \int_a^b K(\cdot, \tau) Z(z_0(\tau, c_r^*), \tau, 0) d\tau - l \sum_{i=1}^l \bar{K}(\cdot, \tau_i) I_i(z_0(\tau_i - 0, c_r^*), 0) \right\} = 0 \quad (8)$$

*Доведення.* Нехай  $\text{rank } Q = n_1 < n$  слабонелінійна крайова задача з імпульсною дією (7) має розв'язок  $z(t, \varepsilon): z(\cdot, \varepsilon) \in C^1([a, b]/\{\tau_i\}_I)$ ,  $z(t, \cdot) \in C[\varepsilon], \varepsilon \in [0, \varepsilon_0]$  і який при  $\varepsilon = 0$  обертається в породжуючий розв'язок  $z_0(t, c_r^*)$  (6) з константою  $c_r = c_r^*$ . Умова існування (5) породжуючого розв'язку припускається виконаною. Тоді, враховуючи справедливість умови (5), отримуємо, що при всіх  $\varepsilon \in [0, \varepsilon_0]$  нелінійна вектор-функція  $Z(z(t, \varepsilon), t, \varepsilon)$  і нелінійні вектор-функціонали  $I_i(z(\tau_i - 0, \varepsilon), \varepsilon), I(z(\cdot, \varepsilon), \varepsilon)$  задовольняють умову

$$P_{Q\alpha^*} \left\{ I(z(\cdot, \varepsilon), \varepsilon) - l \int_a^b K(\cdot, \tau) Z(z(\tau, \varepsilon), \tau, \varepsilon) d\tau - l \sum_{i=1}^p \bar{K}(\cdot, \tau_i) I_i(z(\tau_i - 0, \varepsilon), \varepsilon) \right\} = 0 \quad (9)$$

Припустимо тепер, що умова (8) не виконується. Тоді, оскільки  $z(\tau, \varepsilon)$  прямує до  $z_0(t, c_r^*)$  при  $\varepsilon \rightarrow 0$ , а вектор-функція  $Z(z, t, \varepsilon)$  і вектор-функціонали  $I_i(z(\tau_i - 0, \varepsilon), \varepsilon), I(z(\cdot, \varepsilon), \varepsilon)$  неперервні по  $z$  і  $\varepsilon$  в околі

$z_0(t, c_r^*)$  і  $\varepsilon = 0$  існує таке достатньо мале число  $\varepsilon = \varepsilon_1$ , що при  $\varepsilon \in [0, \varepsilon_1] \subset [0, \varepsilon_0]$  справедлива нерівність

$$P_{Q_\alpha^*} \left\{ I(z(\cdot, \varepsilon), \varepsilon) - l \int_a^b K(\cdot, \tau) Z(z(\tau, \varepsilon), \tau, \varepsilon) d\tau - l \sum_{i=1}^p \bar{K}(\cdot, \tau_i) I_i(z(\tau_i - 0, \varepsilon), \varepsilon) \right\} \neq 0,$$

Що суперечить умові (9). Таким чином, наше припущення не вірне, що і доводить справедливість теореми.

$$F(c_r) = P_{Q_\alpha^*} \left\{ I(z_0(\cdot, c_r), 0) - l \int_a^b K(\cdot, \tau) Z(z_0(\tau, c_r), \tau, 0) d\tau - l \sum_{i=1}^l \bar{K}(\cdot, \tau_i) I_i(z_0(\tau_i - 0, c_r), 0) \right\} = 0 \quad (10)$$

**Означення.** Рівняння будемо називати рівнянням для породжуючих амплітуд слабонелінійної крайової задачі з імпульсною дією (7).

Вектор  $c_r = c_r^* \in \mathbb{R}^r$  із (10) визначає амплітуду коливань, описуваних породжуючим розв'язком (6) породжуючої крайової задачі з імпульсною дією (3), (4). Якщо рівняння (10) має розв'язок, тоді вектор  $c_r^*$  обумовлює той породжуючий розв'язок  $z_0(t, c_r^*)$ , якому може відповідати розв'язок  $z(t, \varepsilon): z(\cdot, \varepsilon) \in C^1([a, b]/\{\tau_i\}_I)$ ,  $z(t, \cdot) \in C[\varepsilon]$ ,  $\varepsilon \in [0, \varepsilon_0]$ ,  $z(t, 0) = z_0(t, c_r^*)$  вихідної крайової задачі з імпульсною дією (7). Однак, якщо рівняння (10) не має розв'язків, то й крайова задача (7) не має розв'язків в класі кусково-неперервних диференційованих по  $t$  з розривами першого роду при  $t = \tau_i$ , неперервних по  $\varepsilon \in [0, \varepsilon_0]$  вектор-функцій.

**Висновок.** Запропоновано і доведено теорему для отримання необхідних умов існування розв'язків слабонелінійних крайових задач для систем звичайних диференціальних рівнянь з імпульсною дією в критичному випадку.

### Список літератури

1. *Самойленко А.М.* Дифференциальные уравнения с импульсным воздействием // *А.М. Самойленко, Н.А. Перестюк.* – К.: Вицшашк.; 1987. – 287 с.
2. *Бойчук А.А.* Конструктивные методы анализа краевых задач // *А.А. Бойчук.* – К.: Наук. думка; 1990. – 96 с.
3. *Самойленко А.М.* Линейные нечетовы краевые задачи для дифференциальных систем с импульсным воздействием // *А.М. Самойленко, А.А. Бойчук.* – Укр. мат журн.; 1992, №4. – 564-568 с.

*Получено уравнение для порождающих амплитуд слабонелинейных критических краевых задач с импульсным воздействием, что определяет необходимое условие существования решений таких задач.*

***Слабонелинейная критическая краевая задача с импульсным воздействием, обобщенный оператор Грина, уравнение амплитуд, нелинейная вектор-функция.***

*An equation for generating the critical amplitudes of weakly nonlinear boundary value problems with impulse action that defines necessary condition for the existence of solutions of such problems.*

***Slaboneliniyna critical boundary value problem of impulsive, generalized operator Green's equation for generating amplitudes.***

УДК 517.972/631.312.021/631.312.2

## **ДОСЛІДЖЕННЯ СИЛОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОЛИЦІ КОРПУСА ПЛУГА З РАЦІОНАЛЬНОЮ КРИВИЗНОЮ ПОВЕРХНІ**

***В.П. Курка, інженер***

*Наведено опис методики проведення польових досліджень та виконаний аналіз отриманих даних, для порівняння силових характеристик полиці корпусу плуга раціональної кривизни з існуючими.*

***Полиця корпусу плуга, силові характеристики, тяговий опір, обробіток ґрунту, тензометрування***

**Постановка проблеми.** Для створення нових конструкцій ґрунтообробних робочих органів, які зменшать енергомісткість процесу обробітку ґрунту та покращать якісні показники роботи, є необхідність в розробленні нової методики побудови поверхні ґрунтообробного робочого органу та конструкції пристрою, що дасть змогу детальніше описати процес взаємодії ґрунтообробних робочих органів з ґрунтом, та встановити залежність між фізико-механічними властивостями ґрунту та кривизною поверхонь ґрунтообробних робочих органів.

**Аналіз останніх досліджень** показав, що на сучасному етапі розвитку ґрунтообробної сільськогосподарської техніки основна увага надається зменшенню енергоємності процесу обробітку ґрунту. Одним з основних резервів зниження затрат енергії являється оптимізація кривизни поверхні ґрунтообробного робочого органу з врахуванням властивостей ґрунту.

**Мета досліджень.** Порівняння силових характеристик полиці корпусу плуга ПЛН 3-35 з полицею раціональної кривизни, яка була побудована на основі отриманих теоретичних даних, шляхом проведення польових досліджень.