10. Сільськогосподарські машини. Основи теорії та розрахунку: підручник/ [Д.Г. Войтюк, В.М. Барановський, В.М. Булгаков та ін.] ; за ред. Д.Г. Войтюка. – К.: Вища освіта, 2005. – 464 с.
11. Система землеробства No-Till.: навч. посіб. / М.П. Косолап, О.П. Кротінов. – К.: Логос, 2011. – 352 с.
12. Melnychuk M. Methodological bases of agricultural bioconversion complexes development / M. Melnychuk, V. Dubrovin, V. Targonya, S. Dragnyev // Motrol. – 2013.– т. Vol.15. – No 3. – Lublin, – P. 3–12.
13. Zubko V. Technology and economic assessing machines for rural farms at conduct of processing soil befor and sowing and sowing winter wheat / V. Zubko, V. Onychko, T. Hvorost, V. Chuba // Motrol. – 2013. – т. Vol.15. – No 3. – Lublin.– P. 150–156.

Приведена координатно-пространственная оценка предпосевной обработки почвы с применением коэффициента интенсивности.

Предпосевная обработка почвы, координатно-пространственная оценка, коэффициент интенсивности.

The coordinate spatial assessment of pre-sowing tillage of soil with the use of a coefficient of intensity is given.

Pre-sowing soil tillage, coordinate spatial assessment, coefficient of intensity.

УДК 621.86

ДО ПИТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ФОРМОУТВОРЕННЯ НАВИВНИХ ЗАГОТОВОК

А.П. Драган, кандидат технічних наук
ВП НУБіП України «Бережанський агротехнічний інститут»

Визначено співвідношення між характеристичними параметрами технологічного процесу формоутворення навивних заготовок. Виконано геометричну побудову схеми рухів системи для знаходження груп перетворень, які зв'язані з заданим технологічним процесом і керуванням верстатом.

Гвинтова заготовка, формоутворення, робочий інструмент.

У різних галузях народного господарства і в сільськогосподарському виробництві перспективу використання мають гвинтові деталі різних шнекових робочих органів, особливо у конструкціях гвинтових транспортерів, змішувачів, протруювачів та ін. Тому питання математичного моделюван-

© А.П. Драган, 2014

ня процесів їх формоутворення з метою забезпечення більшої точності параметрів та продуктивності технологічних процесів є актуальними.

Як показав аналіз відомих досліджень [1, 3] питання розроблення адекватних математичних моделей, результати яких можна використати при проектуванні реальних технологічних процесів навивання гвинтових заготовок, нині недостатньо розроблені.

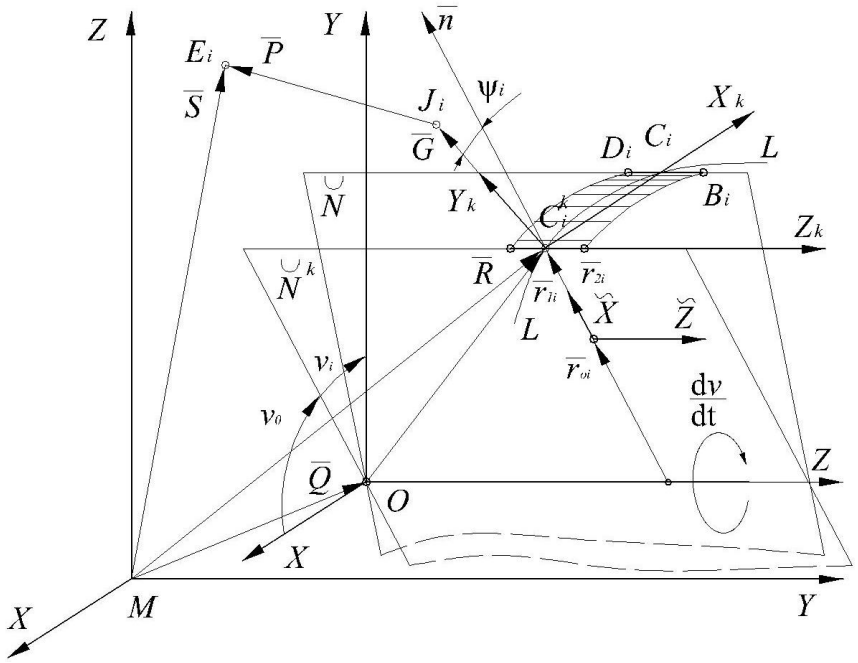
Мета досліджень – розроблення математичної моделі формоутворення навивних заготовок.

Результати досліджень. При виготовленні різнопрофільних навивних заготовок (НЗ) із складною геометрією рухи робочих органів технологічного обладнання повинні відповідати заданому технологічному процесу формоутворення. Саме тому необхідно визначити співвідношення між характеристичними параметрами згаданого процесу. Зручним об'єктом для параметризації є формоутворюючий інструмент, рухи якого визначаються органами керування верстата та конструктивними особливостями схеми формоутворення.

Для вивчення характеру відносних переміщень введемо такі координатні системи (рисунок):

UVW – система координат верстата, причому напрямки осей MU, MW, MV збігаються з напрямками відповідно поперечної, поздовжньої та вертикальної подач.

XYZ – власна система координат навивної заготовки [3], причому $OX \; II \; MU$, $OY \; II \; MV$, $OZ \; II \; MW$.



Розрахункова схема для визначення координат розміщення виконавчих органів верстата і точки контакту інструмента з поверхнею навивної заготовки в процесі її формоутворення

$X_K Y_K Z_K$ – рухома система координат з початком відліку у точці C_i контакту формуючого елемента інструмента з поверхнею навивної заготовки, а вісь $C_i X_K$ завжди направлена по дотичній до характеристичної лінії $L-L$ цієї заготовки, вісь $C_i Y_K$ направлена вздовж нормалі до лінії $L-L$, $C_i Z_K$ II MW.

Кут $\psi = \vec{n} \wedge C_i Y_K$ визначає відхилення контактної площини від координатної осі MW, де $\vec{n}$ – нормаль до поверхні F НЗ.

У процесі виготовлення НЗ інструментом, твірна робочої поверхні якого не характеризується певним радіусом кривини (точковий контакт), характер взаємодії інструмента із заготовкою легко відслідковується у випадку подання її геометрії поверхонь у вигляді параметричного виразу [3]:

$$x = [r_o(\chi_o) + r_1(\chi_1)\cos(\alpha_o + \alpha_p + (b)(dv/dt)) + r_2(\chi_2)\sin(\alpha_o + \alpha_p + (b)(dv/dt))]\cos(\alpha_o + t\,dv/dt); \quad y = [r_o(\chi_o) + r_1(\chi_1)\cos(\alpha_o + \alpha_p + (b)(dv/dt)) + r_2(\chi_2)\sin(\alpha_o + \alpha_p + (b)(dv/dt))]\sin(t\,dv/dt + v_o); \quad z = z_o + r_1(\chi_1)\sin(\alpha_o + \alpha_p + (b)(dv/dt)) - r_2(\chi_2)\cos(\alpha_o + \alpha_p + (b)(dv/dt)) + \hat{C}(dv/dt + \alpha_o), \tag{1}$$

де $r_o(\chi_o), r_1(\chi_1), r_2(\chi_2)$ – функціональні радіус-вектори; χ_i – незалежна змінна відповідного *i*-го функціонального радіус-вектора; α_p – кутова характеристика профілю; $dv/dt,\ d\alpha_p/dt$ – кутові швидкості обертання відповідно площини *N*(радіус-вектора $r_o(\chi_o)$) та радіус-вектора $r_1(\chi_1)$; $\hat{C}$ – параметр кроку гвинтової лінії: $\hat{C} = T/2\pi$.

У випадках, коли формоутворюючий інструмент має складу форму задача значно ускладнюється.

Припустимо, що рух точки E здійснюється відповідно до переміщень, які задаються керуючими механізмами верстата. Оскільки задача керування верстатом зводиться до координації рухів окремих ланок його механізмів для реалізації необхідного процесу формоутворення, то вирішення забезпечується введеною параметризацією. Для цього достатньо виявити між координатами точок E і C взаємопов'язані співвідношення, тобто виявити вид функціональної залежності, при якій довільна точка C збігається з іншою відповідною точкою E. Ця задача зводиться до вивчення групи твердих переміщень у рімановому просторі. Розглянемо, зокрема, безперервні групи переміщень для випадку виготовлення НЗ методом навивання для величини калібру співвідносного з шириною спіралі, а також оброблення НЗ різанням. Для цього припустимо, що основна поверхня ГЗ задана у вигляді рівняння (1), яка визначена у власній системі

координат [3]. Для спрощення розрахунків приймемо: $\alpha_t' = 0$; $\chi_i = 0$, $i = \overline{1,3}$; $z_o = 0$; $\alpha_P = 0$; $b = 1$.

Групи перетворень твердих переміщень визначаються, виходячи із таких умов.

1. Будь-який вектор, що є нормальним до траєкторії $\sum C$, є інваріантом загального переміщення групи g, які зберігають нерухомими точки E.

2. Якщо відомий рімановий простір розмірністю $m + f$, перетворений групою переміщень, траєкторії яких мають розмірність m, то завжди можна вибрати систему координат $x^1, x^2, \ldots x^m;\ U^1, U^2, \ldots U^m$ так, щоб m перших координат перетворювались транзитивно між собою, а f наступних залишились інваріантними.

З врахуванням цих умов виконано геометричну побудову схеми рухів системи для знаходження груп перетворень, які зв'язані з заданим технологічним процесом і керуванням верстатом. Виходячи із такої побудови:

$$\overrightarrow{S(E)} = \vec{P} + \vec{G} + \vec{R} = \vec{P} + \vec{G} + \vec{Q} + \overrightarrow{R_C}, \tag{2}$$

де $\vec{Q} = U_Q \vec{i} + W_Q \vec{j} + V_Q \vec{k}$; $\vec{R} = U_C^K \vec{i} + W_C^K \vec{j} + V_C^K \vec{k}$; $\overrightarrow{S(E)} = U\vec{i} + W\vec{j} + V\vec{k}$;
$\vec{P} = U_P \vec{i} + W_P \vec{j} + V_P \vec{k}$; $\overrightarrow{R_C} = (\Delta_1 x_C + \Delta_2 x)\vec{i} + (-\Delta_2 x + \Delta_1 x)\vec{j} + z_C^* \vec{k}$,
де $\Delta_1 = \cos[arctg(y/x) - arctg(y_o/x_o)] = \cos(\chi_t')$;
$\Delta_2 = \sin[arctg(y/x) - arctg(y_o/x_o)] = \sin(\chi_t')$.

Згідно з умовою (2) припустимо, що $\overline{G} \perp MW$, тоді вектор $\overline{G}$ можна подати у вигляді:

$$\vec{G} = \rho_i \overrightarrow{n_w} = \rho_i \left(\frac{\overrightarrow{grad\, F(C_i)}}{|grad\, F(C_i)|} \right)_{W=const} = \rho_i \left(-\frac{V_{Ot}' \vec{i}}{\sqrt{U_{Ot}'^2 + V_{Ot}'^2}} + \frac{\vec{k}}{\sqrt{1 + V_{Ot}'^2 / U_{Ot}'^2}} \right), \tag{3}$$

де ρ_i – характеристичний параметр інструмента; $\overline{n}_w$ – одиничний вектор: $\overline{n}_w \perp MW$.

Похідні за часом відповідних координат у точці контакту з інструментом визначаються із матричного перетворення:

$$\begin{pmatrix} U_{Ot}' \\ V_{Ot}' \\ W_{Ot}' \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_t' \\ V_t' \\ W_t' \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta_1 & \Delta_2 & 0 & 0 \\ -\Delta_2 & \Delta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{4}$$

Одиничний вектор $\overline{n}_w$ вважається додатним, якщо дивлячись із початку координат, спостерігач бачить, що при обході поверхні деталі зліва направо інструмент залишається з лівої сторони відносно поверхні і від'ємним – якщо з правої.

Величина характеристичного параметра інструмента ρ_i визначається розміщенням формоутворюючого інструмента у рухомій системі координат, за умови дотику контактної площини до оброблюваної поверхні. Однак у процесі формоутворення розташування інструмента відносно рухомої системи координат змінюється в процесі відносного переміщення характеристичної лінії $L-L$ [3], це дає підстави стверджувати, що $\rho_i = \rho_i(\xi)$. Ця умова особливо актуальна у випадках формоутворення поверхні операціями різання та зміцнення [1].

Згідно з побудовою вектор $\vec{G}$ збігається з віссю C_iY_K, а його значення у тій же системі координат слід визначати як функцію $Y_K = \rho_i(\xi)$, значення якої залежить від розташування формоутворюючого інструменту.

Проектуючи рівняння (2) на осі координат верстата, отримаємо:

$$\begin{aligned} U &= U_C^K \pm \left(U_P + \rho_i(\xi)\, Y_t' \Big/ \sqrt{U'^2_t + V_t'^2}\right); \\ W &= W_C^K + W_P; \\ V &= V_C^K \pm \left(V_P + \rho_i(\xi)\, / \sqrt{1 + (V_t'/U_t')^2}\right), \end{aligned} \tag{5}$$

де U, W, V – координати точки E, яка визначає розміщення виконавчих органів верстата; $\rho_i(\xi)$, $V_t' \Big/ \sqrt{U'^2_t + V_t'^2}$ – функції кутів нахилу контактної площини формоутворюючого інструмента; U_P, W_P, V_P – координати вектора P_E, величина якого визначається конструктивними особливостями технологічного устаткування. У багатьох випадках визначення його величини пов'язано зі значними труднощами, тому можна прийняти $U_P = W_P = V_P = 0$.

У рівнянні (5) верхні знаки: "+" використовуються при додатньому значенні одиничного вектора, "–" при від'ємному.

Аналіз запропонованих рівнянь (5) показує, що існують поверхні, в процесі формоутворення яких не забезпечується змінний кут нахилу контактної площини. Для забезпечення цього зв'язку необхідно переміщувати формоутворюючий інструмент, розглядаючи його у просторі як жорстко зв'язаний з рухомою системою координат $CX_KY_KZ_K$ і як рухоме тіло відносно цієї системи. В результаті такого підходу зв'язок між робочими переміщеннями можна виразити у вигляді рівнянь у переміщеннях:

$$\begin{aligned} \Delta U_E &= \left[1 - \frac{\rho_i(\xi)\,\varepsilon_{1i}}{(+\varepsilon_2^2)^{3/2}} + \frac{\rho_i(\xi)\,\xi_t'\varepsilon_2}{x_t'(+\varepsilon_2^2)^{1/2}}\right]; \\ \Delta W_E &= \rho_i(\xi)\,\xi' ctg\xi\, \Delta U_C^K; \end{aligned} \tag{6}$$

$$\Delta V_E = \left[\varepsilon_2 - \frac{\rho_i \varepsilon_{1i} \varepsilon_2}{(1+\varepsilon_2^2)^{3/2}} - \frac{\rho_i \xi_t'}{x_t' (1+\varepsilon_2^2)^{1/2}} \right],$$

де $\varepsilon_1 = \begin{vmatrix} U_t' & V_t' \\ U_{tt}'' & V_{tt}'' \end{vmatrix} \Big/ (U_t')^3$; $\varepsilon_2 = V_t'/U_t'$; $\Delta U_E, \Delta W_E, \Delta V_E$ – величини переміщень виконавчих органів верстата; $\varepsilon_{1i}/(1+\varepsilon_2^2)^{3/2}$ – кривина координатної лінії оброблюваної поверхні ГЗ.

У процесі формоутворення поверхонь вказаних заготовок у багатьох випадках має місце умова: $\psi = \psi(t)$. Тоді у рівнянні (1) вектор $\vec{G} = \overrightarrow{G(\psi, C)}$. Причому

$$\overrightarrow{G(\psi, C)} = \rho \zeta(\psi) \left(\frac{\overrightarrow{grad\ F(C)}}{|grad\ F(C)|} \right)_{W=\cos t}, \qquad (7)$$

де $\zeta(\psi)$ – матриця Верзора: $\zeta(\psi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\psi & \sin\psi \\ 0 & -\sin\psi & \cos\psi \end{pmatrix}$.

Підставивши вираз (6) у рівняння (1) та спроектувавши його на осі координат, отримаємо:

$$\begin{aligned} \tilde{U} &= U_C^K \pm (U_P + \rho_i \theta) Y_t' / \sqrt{U'^2{}_t + V_t'^2}; \\ W &= W_C^K + (V_P + \rho_i \theta) \sin\psi / \sqrt{1 + (V_t'/U_t')^2}; \\ V &= V_C^K \pm (V_P + \rho_i \theta) \cos\psi / \sqrt{1 + (V_t'/U_t')^2}. \end{aligned} \qquad (8)$$

Розкладемо вираз (3), підставивши в нього залежність (5) у ряд Тейлора в околі довільної точки E_O у момент часу t_O:

$$\overrightarrow{S(E)} = \overrightarrow{S(E_O)} + \overrightarrow{S(E_O)}' + \overrightarrow{S(E_O)}'' / 2 + \ldots, \qquad (9)$$

де E_O – початкове положення точки E.

Обмежившися величиною малості другого порядку у формулі (8), слід зазначити, що закон переходу із будь-якого кінематичного стану верстата у сусідній в першому наближенні можна завжди характеризувати криволінійним переміщенням точки E по дотичній до траєкторії еквідистантної кривої, визначеної в околі цієї точки. Тоді вектор абсолютного переміщення точки E: $\overrightarrow{dS} = \overrightarrow{\Delta S(E)} = \overrightarrow{S(E)} - \overrightarrow{S(E_O)}$. Диференціюючи вираз (2), отримаємо:

$$\overrightarrow{dS} = \overrightarrow{dR_{C_i}} + \overrightarrow{dP_t} + \rho\zeta'(\psi)d\left(\frac{\overrightarrow{grad\ F(C_i)}}{|grad\ F(C_i)|}\right)_{W=const} +$$

$$+\rho\left(\frac{\overrightarrow{grad\ F(C_i)}}{|grad\ F(C_i)|}\right)_{W=const} d\zeta'(\psi). \qquad (10)$$

Прийнявши, що $\vec{P} = 0$, а останній член цього виразу суттєво не впливає на кінематику розглядуваного процесу, тоді процес формоутворення буде здійснюватися поєднанням декількох елементарних рухів. Розглядаючи одні з них як переносні, а інші як відносні, можна реалізувати їх взаємодією кінематичних ланцюгів механізмів верстата, які визначатимуть переміщення інструмента відповідно до обертання оправи.

Отже, взаємозалежні рухи кінематичних ланцюгів визначимо із проекцій векторів рівняння (10) на координатні осі:

$$\Delta\tilde{U}_E = \left(1 - \frac{\rho_i(\xi)\varepsilon_1(+\varepsilon_2^2 - \varepsilon_2)}{(+\varepsilon_2^2)^{3/2}}\right)\Delta U - \frac{\varepsilon_1\varepsilon_3\rho_i(\xi)(+\varepsilon_2^2 - \varepsilon_2)}{(+\varepsilon_2^2)^{3/2}}\Delta W;$$

$$\Delta\tilde{W}_E = \left(1 - \frac{\varepsilon_1\varepsilon_3\rho_i(\xi)\sin\psi}{(+\varepsilon_2^2)^{3/2}}\right)\Delta W + \frac{\rho_i(\xi)\varepsilon_1\sin\psi}{(+\varepsilon_2^2)^{3/2}}\Delta U; \qquad (11)$$

$$\Delta\tilde{V}_E = \left(\frac{V_t'}{W_t'} - \frac{\varepsilon_1\varepsilon_3\rho_i(\xi)\cos\psi}{(+\varepsilon_2^2)^{3/2}}\right)\Delta W + \left(\varepsilon_2 - \frac{\varepsilon_1\varepsilon_3\rho_i(\xi)\cos\psi}{(+\varepsilon_2^2)^{3/2}}\right)\Delta U,$$

де $\Delta\psi = d\psi$; $\varepsilon_3 = x_t'/y_t'$.

Таким чином, абсолютна криволінійна траєкторія руху виконавчих органів верстата описуватиметься формулою:

$$S_{TP} = \sum_{i=1}^{\lambda} d\tilde{U}_i, d\tilde{W}_i, d\tilde{V}_i, d\psi_i, \qquad (12)$$

де λ – кількість опорних точок характеристичної лінії контуру поверхні навивної заготовки.

У випадку дослідження процесів формоутворення НЗ, ширина стрічки яких змінюється за відомою залежністю $B = B(\xi)$, можна розглядати рівняння оправи як функцію, що диференціюється, а параметр інструмента $\rho_i = \rho_i(\xi) + B(\xi)$.

Висновки

Запропонований метод математичного моделювання процесу формоутворення навивних заготовок дає можливість:

1) визначити послідовність злагоджених переміщень ланок виконавчих механізмів, які забезпечують реалізацію заданих питань вихідного технологічного завдання;

2) розрахувати траєкторію переміщень формоутворюючого інструмента і підготувати необхідну документацію;

3) використовувати одержані формули для розрахунку і проектування необхідного технологічного устаткування та формоутворюючого інструмента;

4) у процесі проектування нового обладнання правильно вибрати кінематику виконавчих органів верстата;

5) здійснювати попередні дослідження вказаних процесів у режимі аналітичного 3D-моделювання.

Список літератури

1. Гевко Б.М. Технология изготовления спиралей шнеков / Б.М. Гевко. – Львов.: Вища шк. Изд-во при Львов. ун-те, 1986. – 128 с.

2. Пилипець М.І. Технологія виготовлення гвинтових деталей різних типорозмірів / М.І. Пилипець, І.Б. Гевко // Сільськогосподарські машини: зб. наук. статей. – Луцьк: ЛДТУ, 2000. – Вип. 7. – С. 120–127.

3. Технологічні основи формоутворення спеціальних профільних гвинтових деталей / [Гевко Б.М., Ляшук О.Л., Гевко І.Б. та ін.]. – Тернопіль: Вид-во Тернопільського нац. техн. ун-ту ім. І. Пулюя, 2008. – 367 с.

Определено соотношение между характеристическими параметрами технологического процесса формообразования винтовых заготовок. Выполнено геометрическое построение схемы движений системы для нахождения групп преобразований, связанных с заданным технологическим процессом и управлением станком.

Винтовая заготовка, формообразование, рабочий инструмент.

The correlation between the characteristic parameters of the process of forming navyvnyh blanks. Done geometric construction scheme for finding the movements of groups of transformations that are associated with a given process and machine control.

Screw blanks, shaping, working tools.