

## РАСЧЁТ МАГНИТНОГО ПОТОКА ОТ ПОСТОЯННОГО МАГНИТА В ФОРМЕ ЦИЛИНДРА ПРИ НАЛИЧИИ ФЕРРОМАГНЕТИКОВ

*А.В. Жильцов, доктор технических наук  
В.В. Ликтей, аспирантка\**

*Решена задача расчёта однородно-намагниченного постоянного магнита, расположенного между двумя ферромагнитными телами цилиндрической формы.*

**Магнитный поток, постоянные магниты, краевая задача, ферромагнетик.**

В веществе вырезана бесконечно длинная цилиндрическая плоскость радиуса  $R_3$  (статор). На её оси расположены два коаксиальных бесконечно длинных цилиндра с радиусами  $R_1$  и  $R_2$  (ротор), причем  $R_1 < R_2 < R_3$  (рис.1).

Введем цилиндрическую систему координат с центром в точке  $O$ , расположенной на оси цилиндров. Пространство, задаваемое условием  $r < R_1$  заполнено ферромагнетиком ( $\mu = \infty$ ), условием  $R_1 < r < R_2$  постоянным магнитом с заданным вектором намагниченности  $\vec{J}$  (система отсчёта выбрана таким образом, чтобы вектор  $\vec{J}$  был перпендикулярен плоскости  $\alpha = 0$ ), условием  $R_2 < r < R_3$  – веществом с проницаемостью  $\mu_0$ , условием  $r > R_3$  — ферромагнетиком ( $\mu = \infty$ ) (см. рис.1). Обозначим выделенные области соответственно I, II, III, IV.

**Цель исследований** – постановка и решение краевой задачи расчёта магнитного поля однородно-намагниченного постоянного магнита цилиндрической формы в ферромагнетной полости.

**Материалы и методика исследований.** Задача состоит в отыскании потока  $\Phi$  вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  через поверхность  $S_3'$ , которая (в цилиндрической системе координат) задается системой уравнений (см. рис.1):

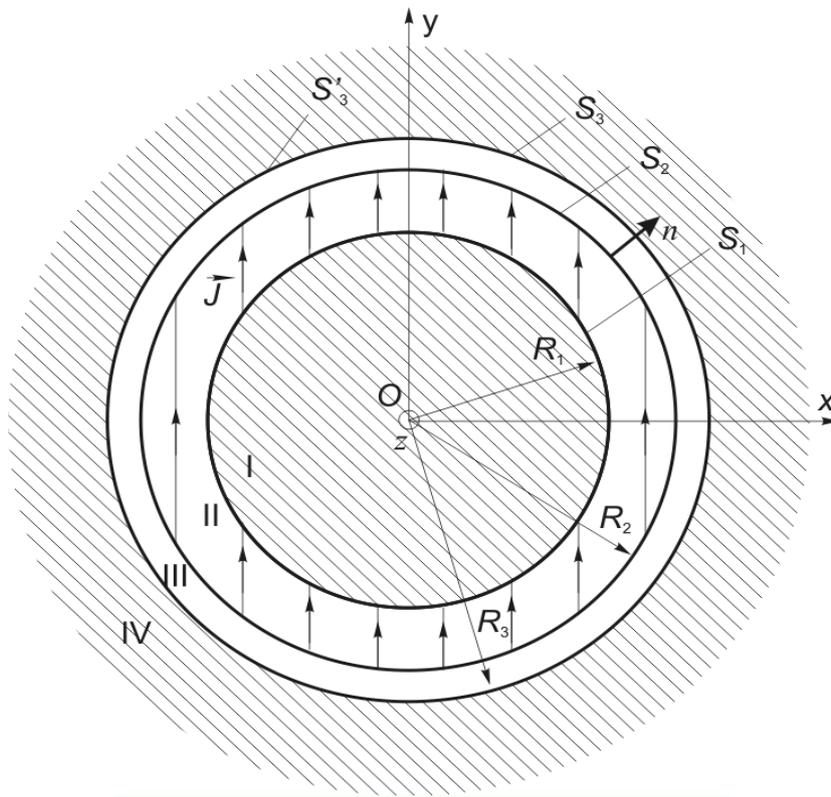
$$\begin{cases} r = R_3; \\ 0 \leq \alpha \leq \pi; \\ 0 \leq z \leq 1. \end{cases} \quad (1)$$

Поток вектора  $\vec{B}$  через  $S_3'$  определяется следующим образом [3]:

$$\Phi = \int_{S_3'} \vec{B} d\vec{s}. \quad (2)$$

---

\* Науковий керівник – доктор технічних наук А.В. Жильцов.



**Рис 1. Сечение магнитной системы**

Откуда видна необходимость знания поля  $\vec{B}$  на  $S'_3$  или, что тоже самое, в области III. Найти его однозначно, не зная его распределения в области II, не предоставляется возможным в силу теоремы однозначности разрешимости уравнений Максвелла [2]. Таким образом, задача сводится к отысканию поля  $\vec{B}$  в кольце  $R_1 < r < R_3$ .

Для расчета магнитной индукции воспользуемся уравнениями Максвелла, записанными для постоянного магнитного поля:

$$\text{rot}\vec{H}=0; \quad (3)$$

$$\text{div}\vec{B}=0; \quad (4)$$

$$\vec{B}=\mu_0\vec{H}+\mu_0\vec{J}. \quad (5)$$

Из первого уравнения этой системы следует, что для векторного поля  $\vec{H}$  можем ввести скалярный магнитный потенциал  $\varphi$  по правилу:

$$\vec{H}=-\text{grad}\varphi. \quad (6)$$

При подстановке соотношения (6) в систему уравнений (3)–(5) первое из её уравнений удовлетворяется автоматически, а из второго уравнения получаем уравнение Лапласа:

$$\Delta\varphi=0. \quad (7)$$

Запишем его для каждой из областей II и III:

$$\Delta\varphi_1 = 0; \quad (8)$$

$$\Delta\varphi_2 = 0, \quad (9)$$

где  $\varphi_1$  – потенциал в области II;  $\varphi_2$  – потенциал в области III.

Запишем граничные условия для скалярного потенциала  $\varphi$ . В силу принципа непрерывности потенциала на границе раздела двух сред имеем:

$$\varphi_1 = \varphi_2 \text{ на } S_2, \quad (10)$$

где  $S_2$  – граница раздела сред II и III.

Из условия непрерывности нормальной составляющей вектора  $\vec{B}$  на границе раздела двух сред, имеем:

$$B_{2n} = B_{3n} \text{ на } S_2, \quad (11)$$

где  $B_{2n}, B_{3n}$  – нормальная компонента на границе  $S_2$  при стремлении к ней соответственно из второй и третьей областей.

Учитывая уравнение связи (5), а так же то, что в области III  $J=0$ , получаем:

$$\mu_0 H_{2n} + \mu_0 \vec{J} \vec{n} = \mu_0 H_{3n} \text{ на } S_2, \quad (12)$$

где  $\vec{n}$  – внешняя к поверхности  $S_2$  нормаль (см. рис. 1).

Из (6), (12) следует второе граничное условие для скалярного магнитного потенциала:

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial n} - \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} = -\vec{J} \vec{n}. \quad (13)$$

Пусть  $S_1$  – граница между средами I и II;  $S_3$  – средами III и IV (см. рис.1). В областях I и IV считаем  $\mu=\infty$ , т.е. напряженность магнитного поля  $H_1, H_2$  в них равна нулю:

$$H_1 = H_4 = 0. \quad (14)$$

Из условия непрерывности тангенциальной составляющей вектора  $\vec{H}$  на границе раздела сред с различной магнитной проницаемостью, имеем:

$$H_{1\tau} = H_{2\tau} \text{ на } S_1; \quad (15)$$

$$H_{3\tau} = H_{4\tau} \text{ на } S_3. \quad (16)$$

Но в силу (14) и (6) получаем:

$$\varphi_1 = C_1 \text{ на } S_1; \quad (17)$$

$$\varphi_2 = C_2 \text{ на } S_3, \quad (18)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  – некоторые константы.

Рассмотрим плоскость  $zOx$  (см. рис.1). Она будет эквипотенциальной вследствие того, что линии векторного поля  $\vec{H}$  пронизывают её под прямым углом. Таким образом:

$$\varphi_1 = \varphi_2 = C \text{ на } zOx, \quad (19)$$

где  $C$  – некоторая константа, которую мы можем принять равной нулю, т.е.:

$$\varphi_1 = \varphi_2 = 0 \text{ на } zOx. \quad (20)$$

Так как плоскость  $zOx$  пересекает поверхности  $S_1$  и  $S_3$ , то из (17), (18) и (20) следует:

$$\varphi_1 = 0 \text{ на } S_1; \quad (21)$$

$$\varphi_2 = 0 \text{ на } S_3. \quad (22)$$

Уравнения (8), (9) плюс граничные условия (10), (13), (21), (22) позволяют однозначно найти скалярные потенциалы  $\varphi_1, \varphi_2$ .

И так имеем следующую краевую задачу

$$\Delta\varphi_1=0 \text{ в области II}; \quad (23)$$

$$\Delta\varphi_2=0 \text{ в области III}; \quad (24)$$

$$\varphi_1=\varphi_2 \text{ на } S_2; \quad (25)$$

$$\frac{\partial\varphi_2}{\partial n} - \frac{\partial\varphi_1}{\partial n} = -\vec{J}\vec{n} \text{ на } S_2; \quad (26)$$

$$\varphi_1=0 \text{ на } S_1; \quad (27)$$

$$\varphi_2=0 \text{ на } S_3. \quad (28)$$

Решим уравнение (23) методом разделения переменных [4]. В цилиндрической системе координат уравнение (23) имеет вид:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial\varphi_1}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2\varphi_1}{\partial\alpha^2} + \frac{\partial^2\varphi_1}{\partial z^2} = 0. \quad (29)$$

Заметим, что потенциал  $\varphi_1$  не зависит в рассматриваемом случае от  $z$ , так как его распределение одинаково в любой плоскости, параллельной плоскости  $z=0$ . Значит последнее слагаемое в левой части уравнения (29) обращается в ноль. Уравнение (29) принимает вид:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial\varphi_1}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2\varphi_1}{\partial\alpha^2} = 0. \quad (30)$$

Решение уравнения (30) будем искать в виде

$$\varphi_1 = A \alpha R r, \quad (31)$$

где  $A \alpha$  – зависит только от  $\alpha$ ,  $R r$  – только от  $r$ .

Представляем предполагаемый вид решения (31) в исходное уравнение (30), получаем после дифференцирования:

$$\frac{1}{r} A \alpha \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial R r}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} R r \frac{\partial^2 A \alpha}{\partial\alpha^2} = 0. \quad (32)$$

Умножим обе части уравнения (32) на  $\frac{r^2}{A \alpha R r}$ , получим:

$$\frac{r}{R r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial R r}{\partial r} \right) + \frac{1}{A \alpha} \frac{\partial^2 A \alpha}{\partial\alpha^2} = 0. \quad (33)$$

Откуда получаем:

$$\frac{r}{R r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial R r}{\partial r} \right) = - \frac{1}{A \alpha} \frac{\partial^2 A \alpha}{\partial\alpha^2}. \quad (34)$$

Слева в уравнении (34) стоит функция, которая зависит только от  $r$ , справа – только от  $\alpha$ . Равенство (34) возможно лишь в том случае, если обе они равны константе.

Таким образом:

$$\frac{r}{Rr} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial Rr}{\partial r} \right) = k; \quad (35)$$

$$-\frac{1}{A\alpha} \frac{\partial^2 A\alpha}{\partial^2 \alpha} = k, \quad (36)$$

где  $k$  – пока что неизвестная константа.

Так как  $\varphi_1(r, \alpha + 2\pi) = \varphi_1(r, \alpha)$ , то  $A(r, \alpha + 2\pi) = A(r, \alpha)$ . Таким образом, из уравнения (36), которое можно переписать в виде

$$A''\alpha + kA\alpha = 0, \quad (37)$$

находим  $\sqrt{k} = n$ , где  $n$  – целое число, а

$$A_n\alpha = a_n \cos n\alpha + b_n \sin n\alpha. \quad (38)$$

Далее, из (35), полагая  $Rr = r^\lambda$ , получаем

$\lambda^2 = n^2$ , то есть  $\lambda = \pm n$ ,  $n > 0$ , и, следовательно

$$R_n r = ar^n + br^{-n}. \quad (39)$$

При  $n=0$   $k=0$  из (35) находим

$$R_0 r = C_0 \ln r + C. \quad (40)$$

Решение уравнения (8) в области  $R_1 < r < R_3$  при заданных краевых условиях ищем в виде ряда:

$$\varphi_1(r, \alpha) = a_0 \ln r + b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} r^n a_n^+ \sin n\alpha + b_n^+ \cos n\alpha + r^{-n} a_n^- \sin n\alpha + b_n^- \cos n\alpha. \quad (41)$$

Очевидно, решение уравнения (9) ищем в виде:

$$\varphi_2(r, \alpha) = c_0 \ln r + d_0 + \sum_{n=1}^{\infty} r^n c_n^+ \sin n\alpha + d_n^+ \cos n\alpha + r^{-n} c_n^- \sin n\alpha + d_n^- \cos n\alpha. \quad (42)$$

Коэффициенты  $a_0, b_0, a_n^+, b_n^+, a_n^-, b_n^-, c_0, d_0, c_n^+, d_n^+, c_n^-, d_n^-$ ,  $n=1,2,3,\dots$  определим из граничных условий (10), (13), (21), (22).

Из граничного условия (10):

$$\begin{aligned} a_0 \ln R_2 + b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} R_2^n a_n^+ \sin n\alpha + b_n^+ \cos n\alpha + R_2^{-n} a_n^- \sin n\alpha + b_n^- \cos n\alpha = \\ = c_0 \ln R_2 + d_0 + \sum_{n=1}^{\infty} R_2^n c_n^+ \sin n\alpha + d_n^+ \cos n\alpha + R_2^{-n} c_n^- \sin n\alpha + d_n^- \cos n\alpha \end{aligned}$$

Откуда,

$$a_0 \ln R_2 + b_0 = c_0 \ln R_2 + d_0; \quad (43)$$

$$R_2^n a_n^+ - c_n^+ + R_2^{-n} a_n^- - c_n^- = 0, n=1,2,3,\dots; \quad (44)$$

$$R_2^n b_n^+ - d_n^+ + R_2^{-n} b_n^- - d_n^- = 0, n=1,2,3,\dots \quad (45)$$

Из уравнения (26) находим:

$$\frac{c_0 - a_0}{R_2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ nR_2^{n-1} c_n^+ - a_n^+ \sin n\alpha + d_n^+ - b_n^+ \cos n\alpha + \right. \\ \left. + nR_2^{-n-1} c_n^- - a_n^- \sin n\alpha + d_n^- - b_n^- \cos n\alpha \right] = -J \sin \alpha. \quad (46)$$

Из последнего уравнения:

$$c_0 = a_0; \quad (47)$$

$$nR_2^{n-1} c_n^+ - a_n^+ - nR_2^{-n-1} c_n^- - a_n^- = 0, n=2,3,4,\dots; \quad (48)$$

$$R_2^0 c_1^+ - a_1^+ - R_2^{-2} c_1^- - a_1^- = -J; \quad (49)$$

$$nR_2^{n-1} d_n^+ - b_n^+ - nR_2^{-n-1} d_n^- - b_n^- = 0, n=1,2,3,\dots \quad (50)$$

Условия (27), (28) соответственно запишутся:

$$a_0 \ln R_1 + b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} R_1^n a_n^+ \sin n\alpha + b_n^+ \cos n\alpha + R_1^{-n} a_n^- \sin n\alpha + b_n^- \cos n\alpha = 0$$

;

$$c_0 \ln R_3 + d_0 + \sum_{n=1}^{\infty} R_3^n c_n^+ \sin n\alpha + d_n^+ \cos n\alpha + R_3^{-n} c_n^- \sin n\alpha + d_n^- \cos n\alpha = 0$$

.

Куда следует:

$$a_0 \ln R_1 + b_0 = 0; \quad (51)$$

$$R_1^n a_n^+ + R_1^{-n} a_n^- = 0, n=1,2,3,\dots; \quad (52)$$

$$R_1^n b_n^+ + R_1^{-n} b_n^- = 0, n=1,2,3,\dots; \quad (53)$$

$$c_0 \ln R_3 + d_0 = 0; \quad (54)$$

$$R_3^n c_n^+ + R_3^{-n} c_n^- = 0, n=1,2,3,\dots; \quad (55)$$

$$R_3^n d_n^+ + R_3^{-n} d_n^- = 0, n=1,2,3,\dots \quad (56)$$

Решим систему уравнений (43) – (56) для  $n=0$ . Имеем:

$$a_0 \ln R_2 + b_0 = c_0 \ln R_2 + d_0; \quad (57)$$

$$c_0 = a_0; \quad (58)$$

$$a_0 \ln R_1 + b_0 = 0; \quad (59)$$

$$c_0 \ln R_3 + d_0 = 0. \quad (60)$$

Очевидно, что эта система имеет правильное нулевое решение, т. е.

$$a_0 = b_0 = c_0 = d_0 = 0.$$

Если  $n=1$ , то имеем систему уравнений:

$$R_1 a_1^+ + R_1^{-1} a_1^- = 0; \quad (61)$$

$$R_3 c_1^+ + R_3^{-1} c_1^- = 0; \quad (62)$$

$$R_2 a_1^+ - c_1^+ + R_2^{-1} a_1^- - c_1^- = 0; \quad (63)$$

$$R_2^0 c_1^+ - a_1^+ - R_2^{-2} c_1^- - a_1^- = -J, \quad (64)$$

$$R_1 b_1^+ + R_1^{-1} b_1^- = 0; \quad (65)$$

$$R_3 d_1^+ + R_3^{-1} d_1^- = 0; \quad (66)$$

$$R_2 b_1^+ - d_1^+ + R_2^{-1} b_1^- - d_1^- = 0; \quad (67)$$

$$d_1^+ - b_1^+ - R_2^{-2} d_1^- - b_1^- = 0. \quad (68)$$

Сложим (67) и (68):

$$2 b_1^+ - d_1^+ = 0, \text{ т.е. } b_1^+ = d_1^+. \quad (69)$$

Подставляя (69) в (67) получим :

$$b_1^- = d_1^-. \quad (70)$$

Перепишем (65), (66) с учетом (69) и (70):

$$R_1 b_1^+ + R_1^{-1} b_1^- = 0; \quad (71)$$

$$R_3 b_1^+ + R_3^{-1} b_1^- = 0. \quad (72)$$

Система линейных алгебраических уравнений (71), (72) однородная. Её определитель отличен от нуля. Следовательно, она имеет тривиальное (нулевое) решение.

Поэтому,

$$b_1^+ = b_1^- = d_1^+ = d_1^- = 0. \quad (73)$$

Решим систему уравнений (61) – (64). Вычтем из уравнения уравнение (64):

$$a_1^+ - c_1^+ = J/2. \quad (74)$$

Сложим уравнения (63) и (64), получим:

$$a_1^- - c_1^- = -JR_2^2 / 2. \quad (75)$$

Учитывая (74) и (75) уравнения (61), (62) запишутся:

$$R_1 a_1^+ + R_1 a_1^- = 0; \quad (76)$$

$$R_3 \left( a_1^+ - \frac{J}{2} \right) + \frac{1}{R_3} \left( a_1^- + \frac{JR_2^2}{2} \right) = 0. \quad (77)$$

Выражая из уравнения (76)  $a_1^+ = -a_1^- / R_1^2$  и подставляя в уравнение получаем:

$$R_3 \left( -\frac{1}{R_1^2} a_1^- - \frac{J}{2} \right) + \frac{1}{R_3} \left( a_1^- + \frac{JR_2^2}{2} \right) = 0. \quad (78)$$

Далее,

$$a_1^- \left( \frac{1}{R_3} - \frac{R_3}{R_1^2} \right) = -\frac{R_2^2}{2R_3} J + \frac{R_3}{2} J. \quad (79)$$

Откуда,

$$a_1^- = -\frac{R_2^2 - R_3^2}{2 R_1^2 - R_3^2} R_1^2 J. \quad (80)$$

Подставляя (80) в (76) найдем:

$$a_1^+ = \frac{R_2^2 - R_3^2}{2 R_1^2 - R_3^2} J. \quad (81)$$

Из соотношений (74), (81) получаем:

$$c_1^+ = -\frac{R_2^2 - R_1^2}{2 R_3^2 - R_1^2} J. \quad (82)$$

Из соотношений (75) и (80) находим:

$$c_1^- = \frac{R_2^2 - R_1^2}{2 R_3^2 - R_1^2} R_3^2 J. \quad (83)$$

Итак, система (61) – (68) решена.

Если  $n=2,3,4,\dots$  то для нахождения коэффициентов в соотношениях (41) и (42) имеем совокупность систем уравнений:

$$R_1^n a_n^+ + R_1^{-n} a_n^- = 0; \quad (84)$$

$$R_3^n c_n^+ + R_3^{-n} c_n^- = 0; \quad (85)$$

$$R_2^n a_n^+ - c_n^+ + R_2^{-n} a_n^- - c_n^- = 0; \quad (86)$$

$$nR_2^{n-1} c_n^+ - a_n^+ - nR_2^{-n-1} c_n^- - a_n^- = 0, \quad (87)$$

$$R_1^n b_n^+ + R_1^{-n} b_n^- = 0; \quad (88)$$

$$R_3^n d_n^+ + R_3^{-n} d_n^- = 0; \quad (89)$$

$$R_2^n (b_n^+ - d_n^+) + R_2^{-n} (b_n^- - d_n^-) = 0; \quad (90)$$

$$nR_2^{n-1} d_n^+ - b_n^+ - nR_2^{-n-1} d_n^- - b_n^- = 0. \quad (91)$$

Каждая из систем (84) – (87) и (88) – (91) решается аналогично (65) – (68), поэтому

$$a_n^+ = a_n^- = b_n^+ = b_n^- = c_n^+ = c_n^- = d_n^+ = d_n^- = 0, \quad n=2,3,4,\dots \quad (92)$$

Подставляя найденные коэффициенты в (41) и (42), получаем выражения для потенциалов в областях II и III (см. рис.1):

$$\varphi_1 = \frac{R_3^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_1^2} \frac{J}{2} \left( r - \frac{R_1^2}{r} \right) \sin \alpha; \quad (93)$$

$$\varphi_1 = -\frac{R_2^2 - R_1^2}{R_3^2 - R_1^2} \frac{J}{2} \left( r - \frac{R_3^2}{r} \right) \sin \alpha. \quad (94)$$

Поле  $\vec{H}$  в искомой области III определим из выражения  $\vec{H} = -\text{grad}\varphi$ . В выбранной нами системе координат:

$$-\text{grad}\varphi = -\frac{\partial\varphi}{\partial r} \vec{e}_r - \frac{\partial\varphi}{r\partial\alpha} \vec{e}_\alpha.$$

Таким образом,

$$\vec{H}_{III} = \frac{R_2^2 - R_1^2}{R_3^2 - R_1^2} \frac{J}{2} \left[ \vec{e}_r \left( 1 + \frac{R_3^2}{r^2} \right) \sin \alpha + \vec{e}_\alpha \left( 1 - \frac{R_3^2}{r^2} \right) \cos \alpha \right].$$

Магнитный поток через поверхность  $S_3$ , задаваемую системой уравнений (1):

$$\Phi = \mu_0 \int_{S_3} \vec{H} d\vec{s}.$$

Учитывая, что элемент поверхности  $d\vec{s} = \vec{e}_r R_3 d\alpha dz$ , находим:

$$\Phi = \mu_0 \int_{S_3} \vec{H} \vec{e}_r R_3 d\alpha dz = -\mu_0 \frac{R_2^2 - R_1^2}{R_3^2 - R_1^2} \frac{J}{2} 2R_3 \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha \int_0^l dz.$$

Откуда находим:

$$\Phi = 2J\mu_0 R_3 \frac{R_2^2 - R_1^2}{R_3^2 - R_1^2}. \quad (95)$$

Из формулы (95) следует, что максимальный магнитный поток при фиксированных радиусах  $R_2$ ,  $R_3$  равен:

$$\Phi_{\max} = 2J\mu_0 \frac{R_2^2}{R_3}. \quad (96)$$

Из формулы (96) видно, что  $\Phi_{\max}$  будет больше, насколько отношение  $R_2/R_3$  ближе к единице, т.е. меньше зазор между ротором и статором.

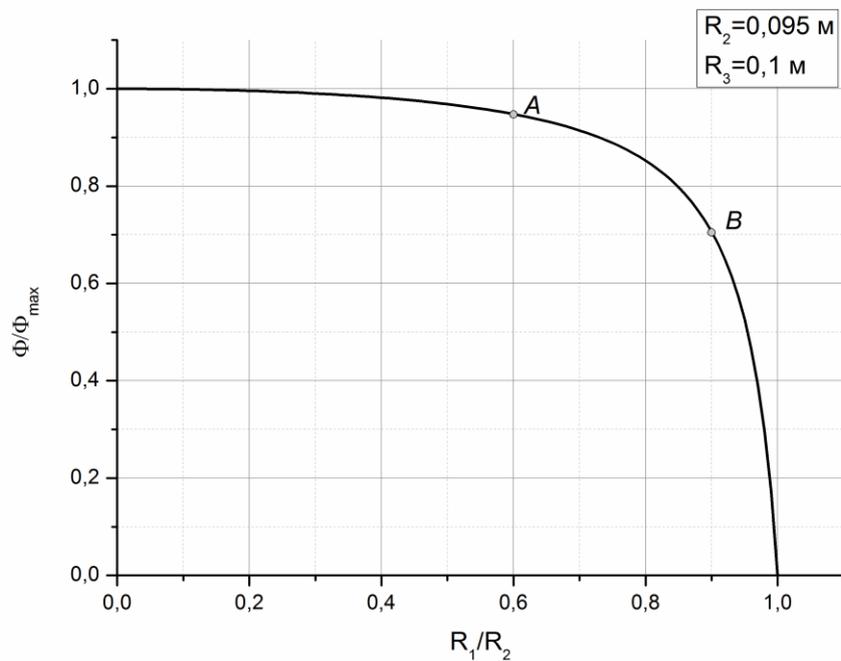
Если ввести относительные величины равенствами:

$$R_{10} = \frac{R_1}{R_2}; R_{30} = \frac{R_3}{R_2}; \Phi_0 = \frac{\Phi}{\Phi_{\max}}, \quad (97)$$

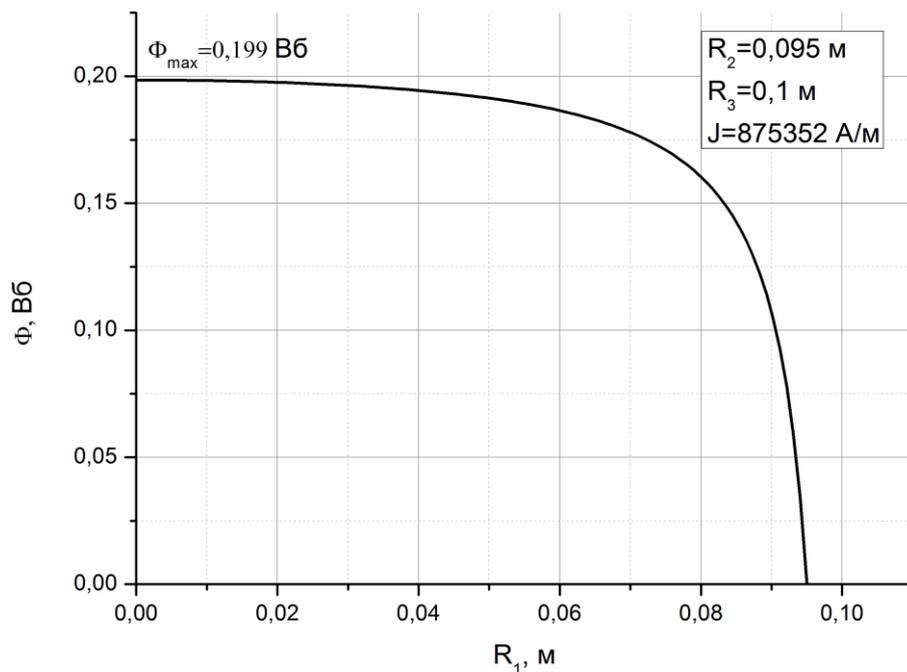
то формулу (95) можно переписать так:

$$\Phi_0 = \frac{1 - R_{10}^2}{R_{30}^2 - R_{10}^2} R_{30}^2. \quad (98)$$

**Результаты исследований.** График зависимости  $\Phi_0$   $R_{10}$  для случая, когда  $R_2 = 0,095$  м;  $R_3 = 0,1$  м приведен на рис. 2.



**Рис. 2. График зависимости относительного магнитного потока от радиуса  $R_1$  в относительных единицах**



**Рис. 3. График зависимости магнитного потока**

Для экономии постоянного магнита внутренний цилиндр ротора может быть выполнен из стали. Радиус  $R_1$  должен быть таким, чтобы магнитный поток был ближе к максимальному. Из рис. 2 видно, что этого можно достигнуть, выбрав рабочую точку на участке  $AB$  (в конкретном случае нужно учитывать как стоимость магнита, так и стали). На нём величини-

на магнитного потока будет отличаться от максимального не более чем на 30 %, в то время как  $R_1/R_2$  лежит в пределах 0,6 – 0,9, т. е.  $R_1 = 0,6R_2 \dots 0,9R_2$ .

На рис. 3 приведен график зависимости  $\Phi R_1$  для случая, когда  $J = 875352$  А/м (магниты FeNB);  $R_2 = 0,1$  м;  $R_3 = 0,095$  м.

### Выводы

Решена краевая задача расчета магнитного поля постоянного однородно-намагниченного магнита цилиндрической формы в плоскости ферромагнетика. Получено аналитическое выражения для магнитного потока, создаваемого магнитной системой, которое позволило установить границы изменения внутреннего радиуса ферромагнитной вставки, на поверхности которой размещены постоянные магниты, из условия заданного отклонения магнитного потока от максимального его значения.

### Список литературы

1. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. / Л. А. Бессонов. — М.: Высш. шк., 1964. — 749 с.
2. Стадник И.П. Электродинамика. Лекции с вопросами и задачами / И.П. Стадник. — К.: Техника, 2012. — 336 с.
3. Тамм И.Е. Основы теории электричества / И.Е. Тамм. — М.: Наука, 1991. — 504 с.
4. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики: учеб. пособие / А.Н Тихонов, А. А. Самарский. — [6-е изд., испр. и доп.]. — М.: Изд-во МГУ, 1999. — 799 с.

*Вирішено задачу розрахунку однорідно-намагніченого постійного магніту, розміщеного між двома ферромагнітними тілами циліндричної форми.*

***Магнітний потік, постійні магніти, крайова задача, ферромагнетик.***

*The problem of calculation a uniformly magnetized magnet witch located between two ferromagnetic bodies of cylindrical shape was solved.*

***Magnetic flux, permanent magnets, boundary problem, ferromagnetic.***