Список літератури

1. *Гуцол О.П.* Фізичні рівняння деформування ґрунту з суттєвим проявом в'язкопластичних властивостей / *О.П. Гуцол, В.П. Ковбаса, В.П. Курка* // Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. – 2011. – Вип. 166. – Ч. 2. – С. 141–153.
2. *Довжик М.Я.* Напружено-деформований стан ґрунту під слідом колеса транспортного засобу / *М.Я. Довжик, Б.Я. Татьянченко, О.О. Соларьов* // Матеріали міжнар. науково-практ. конф. [«Науково-технічний прогрес у сільськогосподарському виробництві»], (Мінськ, 28-30 листопада, 2013 р.) / М-во сільського господарства і продовольства республіки Білорусь, Білоруський державний аграрний технічний університет. – Мінськ, 2013. – С. 57–62.
3. *Інженерна* геологія. Механіка ґрунтів, основи та фундаменти : підручник / [*Зоценко М.Л., Коваленко В.І.* та ін.] ; за ред. *М.Л. Зоценко*. – Полтава: ПНТУ, 2003. – 554 с.
4. *Попеску С.* Експериментальне дослідження центральної системи регулювання тиску для сільськогосподарських тракторних шин у відповідності із властивостями ущільнення ґрунту й умовами транспортування / *С. Попеску, Р. Кюрерца, Е. Войцу, Ф. Логхін* // Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. – 2010 – Вип. 144. – Ч. 4. – С. 78–86.

В статье предложена методика, с помощью которой можно более точно подобрать давление в воздушной камере пневматического прессиометра при измерении давления в почве.

Напряжение, прессиометры, деформация.

The paper proposes method by which it is possible to more accurately pick up pressure in air chamber of pneumatic pressure measurements pressuremeter soil.

Stress, presiometr, deformation.

УДК 519.21

СЛАБОЗБУРЕНА ЛІНІЙНА КРАЙОВА ЗАДАЧА ДЛЯ СИСТЕМ З ІМПУЛЬСНОЮ ДІЄЮ

Р.Ф. Овчар, кандидат фізико-математичних наук

Запропонована схема знаходження коефіцієнтних умов існування розв'язків слабо збурених лінійних крайових задач для систем з імпульсною дією в фіксовані моменти часу.

Матриця Гріна, задача Коші, матриця-ортопроектор, узагальнений оператор Гріна, метод Вішика-Люстерніка.

Постановка проблеми. Існує невизначеність в схемі знаходження коефіцієнтних умов існування розв'язків слабо збурених лінійних крайових задач для систем з імпульсною дією в фіксовані моменти часу.

Аналіз останніх досліджень. Розглядається лінійна крайова задача для систем звичайних диференційних рівнянь з імпульсною дією вигляду [1-3]:

$$\begin{cases} \dot{z} = A(t)z + f(t), \ t \neq \tau_i \ \in [a,b], \ i \in Z, \\ \Delta z_{|t=\tau_i} = S_i z + a_i, \\ lz = \alpha, \end{cases} \qquad (1)$$

де $A(t)$, $f(t) \in \mathrm{C}([a,b]\{\tau_i\}_I) - (n \times n)$-вимірні матриці та $(n \times 1)$-вимірні векторні функції відповідно; $\mathrm{C}([a,b]\backslash\{\tau_i\}_I)$ – простір неперервних або кусково-неперервних на $[a,b]$ вектор-функцій, які мають розриви першого роду по t при $t = \tau_i$; S_i – $(n \times n)$-вимірні постійні матриці такі, що $\mathrm{E} + S_i$ не вироджені; $a_i \in R^n$; $-\infty < a < \tau_1 < \ldots < \tau_i < \cdots < \tau_p < b < +\infty$, $i = 1, \ldots, p$; $l = col(l_1 \ldots l_m)$ – лінійний обмежений m-вимірний векторний фунціонал.

Мета досліджень. Обгрунтувати знаходження коефіцієнтних умов існування розв'язків слабо збурених лінійних крайових задач для систем з імпульсною дією в фіксовані моменти часу.

Результати досліджень. Теорема 1. (Критичний випадок) Якщо $rank\, Q = n_1 < n$, то відповідна (1) однорідна крайова задача з імпульсною дією $(f(t) = 0, a_i = 0, \alpha = 0)$ має $r = n - n_1$ і тільки r – лінійно-незалежних розв'язків. Неоднорідна крайова задача з імпульсною дією (1) розв'язна тоді і тільки тоді, коли:

$$f(t) \in \mathrm{C}([a,b]\backslash\{\tau_i\}_I), a_i \in R^n, \alpha \in R^m,$$

задовольняють умову:

$$P_{Q_d^*}\left\{\alpha - l\int_a^b K(\cdot,\tau)f(\tau)d\tau - l\sum_{i=1}^{p} \overline{K}(\cdot,\tau_i)a_i\right\} = 0, d = m - n_1 \qquad (2)$$

і при цьому має r –параметричне сімейство роз'язків:

$$z_0\,(t, \mathrm{c}_r) = X_r(t)c_r + \left(G\begin{bmatrix} f(\tau) \\ a_i \end{bmatrix}\right)(t) + X(t)Q^+a, \qquad (3)$$

де $X(t)$ – нормальна $X(a) = E$ фундаментальна матриця відповідної (1) однорідної системи $(f(t) = 0, a_i = 0)$; $K(t,\tau)$- матриця Гріна задачі Коші системи (1) з імпульсною дією:

$$K(t,\tau) = \begin{cases} X(t)X^{-1}(\tau), a \leq \tau \leq t \leq b; \\ 0, \qquad a \leq t < \tau \leq b; \end{cases}$$

$\overline{K}(t,\tau) = K(t,\tau_i + 0)$; $Q = lX(\cdot) - (m \times n)$ – вимірна постійна матриця; $Q^+ - (n \times m)$ – вимірна матриця, псевдообернена до Q за Муром-Пенроузом; $P_{Q_2^*}: R^m \to N(Q^*) - (m \times n)$ – вимірна матриця – ортопроектор; $P_{Q^*}^2 = P_{Q^*} = P_{Q^*}^*$; $X_r(t) - (n \times r)$ – матриця, стовпці якої є повна система r – лінійно-незалежних розв'язків однорідної крайової задачі з імпульсною дією ($f(t) = 0, a_i = 0, \alpha = 0$); $P_{Q_d^*} - (d \times m)$ – матриця, рядки якої є повна система d лінійно незалежних рядків матриці; $P_{Q^*}G$ – узагальнений оператор Гріна, який визначається формулою:

$$\left(G\begin{bmatrix} f \\ a_i \end{bmatrix}\right)(t) \overset{\text{def}}{=} \left(\left[\int_a^b K(t,\tau) * d\tau - X(t)Q^* l \int_a^b K(\cdot,\tau) * d\tau, \sum_{i=1}^{p} \overline{K}(t,\tau_i) * - X(t)Q^+ l \sum_{i=1}^{p} \overline{K}(\cdot,\tau_i)\right]\right)\begin{bmatrix} f(\tau) \\ a_i \end{bmatrix} \quad (4)$$

З теореми 1, сформульованої в загальному вигляді, отримано наступне твердження для некритичних крайових задач.

Теорема 2. (Некритичний випадок) Якщо $rank\, Q = n_1 = n$, то відповідна (1) однорідна крайова задача з імпульсною дією ($f(t) = = 0, a_i = 0, \alpha = 0$) має тільки тривіальний розв'язок. Неоднорідна крайова задача з імпульсною дією (1) розв'язна тоді і тільки тоді, коли:

$$f(t) \in \mathrm{C}([a,b] \backslash \{\tau_i\}_I), a_i \in R^n, \alpha \in R^m$$

задовольняють умову:

$$P_{Q_d^*}\left\{\alpha - l \int_a^b K(\cdot,\tau) f(\tau) d\tau - l \sum_{i=1}^{p} \overline{K}(\cdot,\tau_i) a_i\right\} = 0, d = m - n \quad (5)$$

при цьому єдиний розв'язок:

$$z_0(t) = \left(G\begin{bmatrix} f \\ a_i \end{bmatrix}\right)(t) + X(t)Q^+ \alpha, (X_r(t) = 0), \quad (6)$$

де узагальнений оператор Гріна $\left(G\begin{bmatrix} f \\ a_i \end{bmatrix}\right)(t)$ визначається формулою (4). Якщо функціонал l такий, що справедливе співвідношення:

$$l \int_a^b K(\cdot,\tau) * d\tau = \int_a^b lK(\cdot,\tau) * d\tau,$$

тоді узагальнений оператор Гріна має таке зображення:

$$\left(G\begin{bmatrix} f \\ a_i \end{bmatrix}\right)(t) \overset{\text{def}}{=} \left(\left[\int_a^b G_0(t,\tau) * d\tau, \sum_{i=1}^{p} \overline{G_0}(t,\tau_i) *\right]\right)\begin{bmatrix} f(\tau) \\ a_i \end{bmatrix},$$

ядро якого $G_0(t,\tau) = K(t,\tau) - X(t)Q^+ lK(\cdot,\tau), \overline{G_0}(t,\tau_i) = G_0(t,\tau_i + 0)$ називається узагальненою матрицею Гріна крайової задачі (1) без імпульсів.

Розглянута слабозбурена лінійна неоднорідна крайова задача з імпульсною дією:

$$\begin{cases} \dot{z} = A(t)z + \varepsilon A_1(t)z + f(t), \ t \neq \tau_i; \\ \Delta z_{|t=\tau_i} - S_i z = a_i + \varepsilon A_{1i} z(\tau_i - 0); \\ lz = \alpha + \varepsilon l_1 z \end{cases} \tag{7}$$

в припущенні, що у породжуючої крайової задачі з імпульсною дією (1) не існує розв'язків при довільних неоднорідностях $f(t) \in C([a,b]\backslash\{\tau_i\}_I), a_i \in R^n, \ \alpha \in R^m$.

За теоремою 1 це означає, що $rank\, Q = n_1 < n$ і критерій розв'язності (2) не виконується:

$$P_{Q_d^*}\left\{\alpha - l\int_a^b K(\cdot,\tau)f(\tau)d\tau - l\sum_{i=1}^p \bar{K}(\cdot,\tau_i)a_i\right\} \neq 0.$$

Ставиться і розв'язується задача про знаходження умов на збурені доданки $\varepsilon A_1(t), \varepsilon A_{1i}, \ \varepsilon l_1$, при яких задача (7) буде розв'язана при довільних:

$$f(t) \in C([a,b]\backslash\{\tau_i\}_I), a_i \in R^n, \alpha \in R^m.$$

На основі методу типу Вішіка-Люстерніка отримані коефіцієнти умови існування розв'язків крайової задачі (7) при довільних:

$$f(t) \in C([a,b]\backslash\{\tau_i\}_I), a_i \in R^n, \alpha \in R^m.$$

Для отримання цих умов будується $(d \times r)$-вимірна матриця:

$$B_0 = P_{Q_d^*}\left[l_1 X_r(\cdot) - l\int_a^b K(\cdot,\tau)A_1(\tau)X_r(\tau)d\tau - l\sum_{i=1}^p \bar{K}(\cdot,\tau_i)A_{1i}X_r(\tau - 0)\right]. \tag{8}$$

Застосування методу Вішіка-Люстерніка дозволяє знайти ефективні коефіцієнтні умови існування розв'язків крайової задачі (7) у вигляді рядів Лорана по степеням малого параметра ε з скінченним числом доданків, які містять від'ємні степені ε. Доведено теорему, яка дозволяє розв'язати поставлену задачу. Перш ніж її сформулювати, введемо наступні позначення: P_{B_0}- $(r \times r)$ – вимірна матриця-ортопроектор: $R^r \to N(B_0)$; $P_{B_0}^* - (d \times d)$ – вимірна матриця-ортопроектор: $R^d \to N(B_0^*)$.

Теорема 3. Нехай крайова задача (7) задовольняє вказані вище умови так, що має місце критичний випадок ($rank\, Q = n_1 < n$) і породжуюча крайова задача з імпульсною дією (1) при довільних неоднорідностях:

$$f(t) \in C([a,b]\backslash\{\tau_i\}_I), a_i \in R^n, \alpha \in R^m$$

не має розв'язків. Тоді, якщо виконуються умови:

$$P_{B_0} = 0, \ \ P_{B_0^*}P_{Q_d^*} = 0, \tag{9}$$

то для крайової задачі (7) існує при довільних:

$$f(t) \in C([a,b]\backslash\{\tau_i\}_I), a_i \in R^n, \alpha \in R^m$$

єдиний розв'язок у вигляді збіжного при $\varepsilon \in (0, \varepsilon_*]$ ряду:

$$z\,(t,\varepsilon) = \sum_{i=1}^{+\infty} \varepsilon^i z_i(t);$$

Якщо умови (9) не виконуються, то для отримання достатніх умов існування розв’язків крайової задачі (7) при довільних:

$$f(t) \in C([a,b]\backslash\{\tau_i\}_I), a_i \in R^n, \alpha \in R^m$$

необхідно залучати $(d \times r)$ – вимірну матрицю:

$$B_1 = P_{Q_d^*}\left\{l_1 G_r(\cdot) - l\int_a^b K(\cdot,\tau)A_1(\tau)G_1(\tau)d\tau - l\sum_{i=1}^{p}\overline{K}(\cdot,\tau_i)A_{1i}G_1(\tau_i - 0)\right\} \quad (10)$$

де $G_1(t) = \left(G\begin{bmatrix} A_1(\tau)G_{00}(\tau) \\ A_{1i}G_{00}(\tau_i - 0)\end{bmatrix}\right)(t) + X(t)Q^* l_1 G_{00}(\cdot),\ \ G_{00}(t) = X_r(t).$

Для цього випадку доведено наступне твердження.

Теорема 4. Нехай відносно крайової задачі (7) виконані умови, зазначені вище. Тоді справедливі такі еквівалентні твердження:

а) при довільних $f(t) \in C([a,b]\backslash\{\tau_i\}_I)$, $a_i \in \mathbb{R}^n$ і $\alpha \in \mathbb{R}^m$ крайова задача (7) має єдиний розв’язок $z(t,\varepsilon)$ у вигляді збіжного при $\varepsilon \in (0,\varepsilon_*]$ ряду:

$$z\,(t,\varepsilon) = \sum_{i=-2}^{+\infty}\varepsilon^i z_i(t);$$

б) при довільному r-вимірному постійному векторі $\varphi_0 \in \mathbb{R}^r$ $(1 \leq r \leq n)$ r-вимірна алгебраїчна система:

$$(B_0 + \varepsilon B_1 + \cdots)u_\varepsilon = \varphi_0,$$

має єдиний розв’язок у вигляді збіжного при $\varepsilon \in (0,\varepsilon_*]$ ряду:

$$u_\varepsilon = \sum_{i=-1}^{+\infty}\varepsilon^i u_i;$$

в) виконані умови:

$$P_{B_0} \neq 0,\ \ P_{B_0}P_{B_1} = 0, \qquad P_{B_0^*}P_{B_1^*}P_{Q_d^*} = 0.$$

При цьому умови $P_{B_0} \neq 0$, $P_{B_0}P_{B_1} = 0$ забезпечують єдиність, а умова $P_{B_0^*}P_{B_1^*}P_{Q_d^*} = 0$ – існування розв’язків.

Висновок. Якщо умова $P_{B_0} = 0$, $P_{B_0^*}P_{Q_d^*} = 0$ не виконується, то для отримання достатніх умов існування розв’язків крайової задачі (7) при довільних неоднорідностях $f(t) \in C([a,b]\backslash\{\tau_i\}_I)$, $a_i \in \mathbb{R}^n$, $\alpha \in \mathbb{R}^m$ необхідно залучити $(d \times r)$ – вимірну матрицю B_1 (10). Розв’язок $z\,(t,\varepsilon)$ крайової задачі (1) шукається при цьому у вигляді збіжного при $\varepsilon \in (0,\varepsilon_*]$ ряду.

Список літератури

1. *Самойленко А.М.* Дифференциальные уравнения с импульсным воздействием / *А.М. Самойленко, Н.А. Перестюк*. – К.: Вища школа, 1987. – 287 с.

2. *Бойчук А.А.* Конструктивные методы анализа краевых задач / *А.А. Бойчук*. – К.: Наукова думка, 1990. – 96 с.

3. *Самойленко А.М.* Линейные нетеровы краевые задачи для дифференциальных систем з импульсным воздействием / *А.М. Самойленко, А.А. Бойчук* // Український математичний журнал. – 1992. – №4. – С. 564–570.

Предложена схема определения коэффициентных условий возникновения решений слабовозмущенных линейных неоднородних краевих задач для систем с импульсным воздействием в фиксированные моменты времени.

Матрица Грина, задача Коши, матрица-ортопроектор, обобщенный оператор Грина, метод Вишика-Люстерника.

The chart of determination of coefficient terms of oridin of decisions of weaknonlinear regional tasks for systems with impulsive influence in fixed moments of time is offered.

Matrix Green, Cauchy problem, matrix-ortproektor, Green operator, line-Lyusternik method.

УДК 629.631.554

ВИЗНАЧЕННЯ СКЛАДУ ЗБИРАЛЬНО-ТРАНСПОРТНОГО КОМПЛЕКСУ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ АВТОМОБІЛЬНИХ НАПІВПРИЧЕПІВ САМОСКИДІВ

С.Г. Фришев, доктор технічних наук

Обґрунтована методика визначення складу збирально-транспортного комплексу для зернових культур із застосуванням змінних автомобільних напівпричепів самоскидів.

Урожай зернових, транспортування, автомобільний напівпричеп, мінімалізація простоїв транспорту, продуктивність.

Постановка проблеми. Відомо, що введення в технологічну лінію між комбайнами і транспортними засобами проміжної перевантажувальної ланки дозволяє суттєво, порівняно з прямими автомобільними перевезеннями, скоротити час збирально-транспортних операцій.

Поряд із значними перевагами перевантажувальної технології із застосуванням спеціалізованого тракторного причепа – перевантажувача вона обумовлює значні (до 36%) простої автомобілів [1]. Іншим методом здійснення перевантажувальної технології є застосування в якості компенсаторів автомобільних напівпричепів (НП) самоскидів. Цей варіант технології набуває практичного застосування в останній час у зв’язку з розробкою і