

## DRIVE OF STEPPER MOTOR 2L110M

*I. Golodnyi, Y. Lavrinenko, A. Toropov*

*Described the regulated electric drive based on stepper motor. Work of power drivers are the key parameters and their characteristics. The features create a microstepping mode of the engine and power control algorithms driver.*

**Keywords:** *stepper motor, controller, power driver, pulses, mikrostep, peak current, continuous current, retaining current*

УДК 621.313

## РОЗРАХУНОК МАГНІТНОГО ПОЛЯ СТРУМІВ ОБМОТКИ СТАТОРА ВЕНТИЛЬНОГО ДВИГУНА

**А.В. Жильцов, доктор технічних наук**  
**В.В. Ликтей, аспірантка\***  
**e-mail: azhilt@mail.ru**

*Виведено аналітичні формули для розрахунку плоскопаралельного стаціонарного магнітного поля струмів, розміщених у пазах криволінійної трапецеїдальної форми статора вентильного двигуна.*

**Ключові слова:** *вентильний двигун, обмотка статора, магнітне поле*

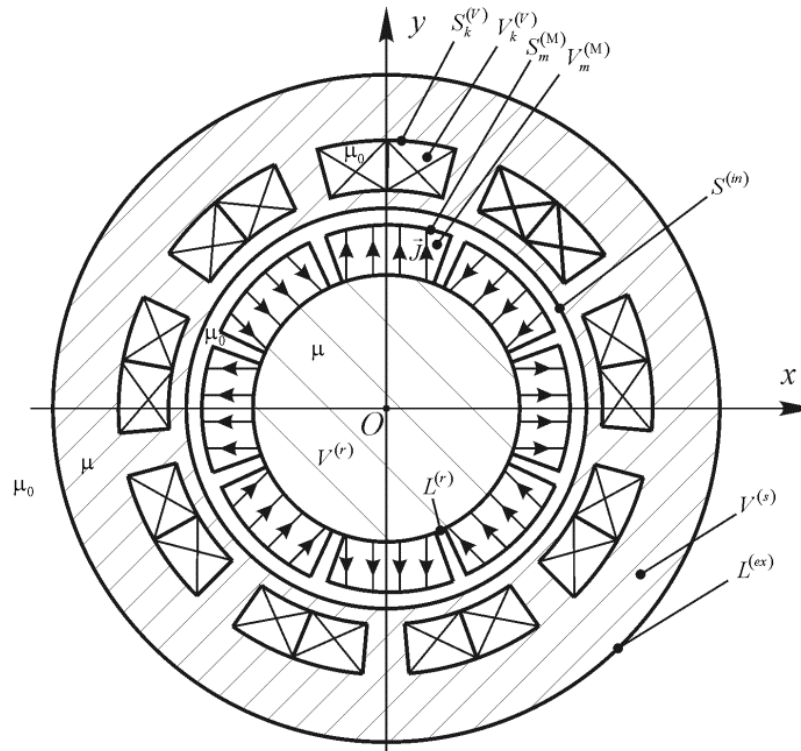
Аналіз магнітного поля вентильних двигунів є важливою частиною у вирішенні завдань проектування та обґрунтованого вибору електромагнітних навантажень електричних машин. Попередньо у роботі [1] було розроблено математичну модель вентильного двигуна з постійними магнітами, яка дозволяє провести розрахунок характеристик магнітного поля із урахуванням неоднорідності магнітних властивостей матеріалу. Її реалізацією на першому етапі є розрахунок поля обмотки статора. У загальному випадку це потребує застосування методів чисельного інтегрування закону Біо-Савара-Лапласа, що призводить до виникнення похибки при розрахунку компонент магнітного поля. У деяких випадках при певній геометрії обмоток статора вентильного двигуна допускається отримання аналітичних виразів для компонент магнітної індукції, що вони створюють.

**Мета досліджень** — розрахунок магнітного поля струмів обмотки статора у вентильному двигуні з неявнополюсним статором за умов прийняття його плоскопаралельним.

---

\* Науковий керівник – доктор технічних наук А.В. Жильцов

**Матеріали та методика досліджень.** На рис.1 зображено переріз вентильного двигуна з постійними магнітами. Статор і ротор двигуна є шихтованими і виготовлені з магнітм'якого матеріалу. Статор — це феромагнітна труба, уздовж якої пророблені канали для розташування обмотки.



**Рис. 1. Переріз вентильного електродвигуна з закритими пазами**

Циліндричний ротор розміщений у середині статора. На поверхню ротора наклеєні постійні магніти, що намагнічені однорідно в площині  $Oxy$ . На рис.1 позначено:  $V^{(s)}$  і  $V^{(r)}$  — області, що зайняті феромагнітним статором і ротором;  $S^{(r)}$  — поверхня, що обмежує область  $V^{(r)}$ , а  $S^{(ex)}$  і  $S^{(in)}$  — поверхні, що обмежують область  $V^{(s)}$  з боку навколишнього простору і з боку ротора відповідно; у статорі  $V^{(s)}$  є  $R$  пустот  $V_k^{(V)}$ ,  $k=1,2,\dots,R$ , що заповнені середовищем із магнітною проникністю  $\mu_0$ ;  $S_k^{(V)}$  — поверхня, що обмежує область  $V_k^{(V)}$ ;  $V^{(in)}$  і  $V^{(ex)}$  — області між статором і ротором та поза статором відповідно, що заповнені середовищем із магнітною проникністю  $\mu_0$ .

Розрахуємо магнітне поле, що створюється нескінченно довгою котушкою, що являє собою два паралельних нескінченно довгих провідники, по яких течуть струми у протилежних напрямках. Визначимо магнітне поле, що створюється одним із двох провідників, по якому тече струм постійної густини по всьому перерізу провідника (див. рис.2).

Введемо циліндричну систему координат так, щоб вісь  $Oz$  була спрямована вздовж провідника. Магнітне поле, що створене струмом у провіднику, є плоскопаралельним, тобто картина поля знаходиться у площині, перпендикулярній осі  $z$ .

Напруженість магнітного поля струму  $\vec{\delta}(M)dS_M$  у точці  $Q$  визначається виразом:

$$d\vec{H}(Q) = \frac{1}{2\pi} \frac{\vec{\delta}(M) \times \vec{r}_{MQ}}{r_{MQ}^2} dS_M, \quad (1)$$

де  $\vec{r}_{MQ}$  — радіус-вектор, проведений із точки  $M$  у точку  $Q$ ;  
 $\vec{\delta}(M) = \delta_z(M) \vec{n}_z$  — густина струму, А/м<sup>2</sup>.

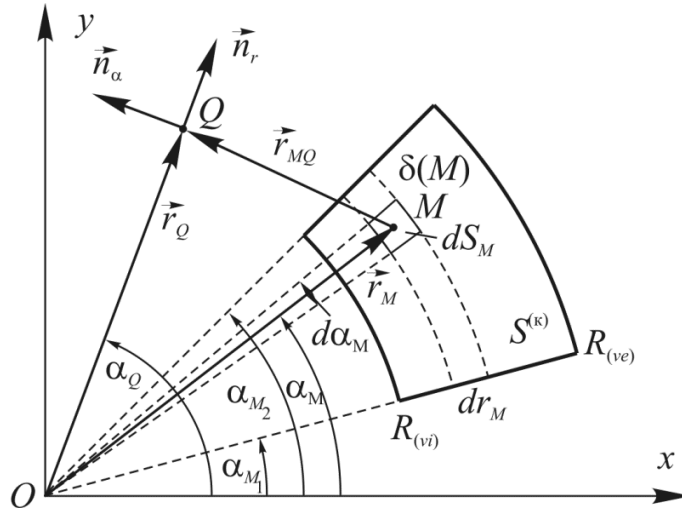


Рис.2. Переріз провідника у формі криволінійної трапеції

Таким чином,

$$d\vec{H}(Q) = \frac{\delta_z(M) \vec{n}_z \times \vec{r}_{MQ}}{2\pi r_{MQ}^2} dS_M. \quad (2)$$

Враховуючи те, що радіус-вектор  $\vec{r}_{MQ}$  (див. рис.2) можна записати у вигляді:

$$\vec{r}_{MQ} = \vec{r}_Q - \vec{r}_M, \quad (3)$$

то для визначення напруженості магнітного поля одержуємо вираз:

$$d\vec{H}(Q) = \frac{\delta_z(M)}{2\pi} \left\{ \frac{\vec{n}_z \times \vec{r}_Q}{r_{MQ}^2} - \frac{\vec{n}_z \times \vec{r}_M}{r_{MQ}^2} \right\} dS_M, \quad (4)$$

де  $\vec{r}_M$  — радіус-вектор, проведений із початку координат  $O$  у точку  $M$ ;  $\vec{r}_Q$  — радіус-вектор, проведений із початку координат  $O$  в точку  $Q$ ;  $\vec{n}_z$  — одиничний вектор осі  $Oz$ ;  $\delta_z(M)$  —  $z$ -проекція густини струму котушки в точці  $M$ .

Визначимо компоненти  $d\vec{H}(Q)$ , тобто  $dH_r(Q)$ ,  $dH_\alpha(Q)$  — радіальна і кутова складові. Оскільки вектор  $\vec{r}_Q$  у циліндричній системі координат має компоненти  $\vec{r}_Q = \{r_Q, 0, 0\}$ , а вектор  $\vec{r}_M$  має компоненти  $\vec{r}_M = \{r_M \cos(\alpha_Q - \alpha_M), -r_M \sin(\alpha_Q - \alpha_M), 0\}$  і тому:

$$\begin{aligned}
\vec{n}_z \times \vec{r}_{MQ} &= \vec{n}_z \times \vec{r}_Q - \vec{n}_z \times \vec{r}_M = \\
&= \begin{vmatrix} \vec{n}_r & \vec{n}_\alpha & \vec{n}_z \\ 0 & 0 & 1 \\ r_Q & 0 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \vec{n}_r & \vec{n}_\alpha & \vec{n}_z \\ 0 & 0 & 1 \\ r_M \cos(\alpha_Q - \alpha_M) & -r_M \sin(\alpha_Q - \alpha_M) & 0 \end{vmatrix} = \\
&= r_Q \vec{n}_\alpha - (r_M \sin(\alpha_Q - \alpha_M) \vec{n}_r + r_M \cos(\alpha_Q - \alpha_M) \vec{n}_\alpha) = \\
&= -r_M \sin(\alpha_Q - \alpha_M) \vec{n}_r + (r_Q - r_M \cos(\alpha_Q - \alpha_M)) \vec{n}_\alpha. \tag{5}
\end{aligned}$$

Для складових напруженості магнітного поля  $d\vec{H}(Q)$ , що створює елемент струму  $\vec{\delta}(M)dS_M$ , отримаємо вирази:

$$dH_r(Q) = -\frac{\delta_z(M)}{2\pi} \frac{dS_M}{r_{MQ}^2} r_M \sin(\alpha_Q - \alpha_M); \tag{6}$$

$$dH_\alpha(Q) = \frac{\delta_z(M)}{2\pi} \frac{dS_M}{r_{MQ}^2} (r_Q - r_M \cos(\alpha_Q - \alpha_M)), \tag{7}$$

де  $r_{MQ} = (r_Q^2 + r_M^2 - 2r_Q r_M \cos(\alpha_Q - \alpha_M))^{\frac{1}{2}}$ ,  $dS_M = r_M dr_M d\alpha_M$ .

Тоді,

$$dH_r(Q) = -\frac{\delta_z(M)}{2\pi} \frac{r_M^2 dr_M \sin(\alpha_Q - \alpha_M) d\alpha_M}{r_Q^2 + r_M^2 - 2r_Q r_M \cos(\alpha_Q - \alpha_M)}; \tag{8}$$

$$dH_\alpha(Q) = \frac{\delta_z(M)}{2\pi} \frac{(r_Q + r_M \cos(\alpha_Q - \alpha_M)) r_M dr_M d\alpha_M}{r_Q^2 + r_M^2 - 2r_Q r_M \cos(\alpha_Q - \alpha_M)}. \tag{9}$$

Напруженість магнітного поля від електричного струму з постійною густиною  $\delta_z$ , що тече по перерізу  $S^{(k)}$  (див. рис. 2), знаходиться шляхом інтегрування виразів (8), (9):

$$H_r(Q) = \frac{\delta_z}{2\pi} \int_{R_{(vi)}}^{R_{(ve)}} \int_{\alpha_{M1}}^{\alpha_{M2}} \frac{r_M^2 dr_M \sin(\alpha_Q - \alpha_M) d\alpha_M}{r_Q^2 + r_M^2 - 2r_Q r_M \cos(\alpha_Q - \alpha_M)}; \tag{10}$$

$$H_\alpha(Q) = \frac{\delta_z}{2\pi} \int_{R_{(vi)}}^{R_{(ve)}} \int_{\alpha_{M1}}^{\alpha_{M2}} \frac{r_M (r_Q - r_M \cos(\alpha_Q - \alpha_M)) dr_M d\alpha_M}{r_Q^2 + r_M^2 - 2r_Q r_M \cos(\alpha_Q - \alpha_M)}. \tag{11}$$

Записані інтеграли можуть бути знайдені аналітично:

$$\begin{aligned}
H_r(r_Q, \alpha_Q, \alpha_{M1}, \alpha_{M2}) &= h_r(r_Q, \alpha_Q, R_{(ve)}, \alpha_{M2}) - h_r(r_Q, \alpha_Q, R_{(vi)}, \alpha_{M2}) - \\
&\quad - h_r(r_Q, \alpha_Q, R_{(ve)}, \alpha_{M1}) + h_r(r_Q, \alpha_Q, R_{(vi)}, \alpha_{M1}); \tag{12}
\end{aligned}$$

$$H_\alpha(r_Q, \alpha_Q, \alpha_{M1}, \alpha_{M2}) = h_\alpha(r_Q, \alpha_Q, R_{(ve)}, \alpha_{M2}) - h_\alpha(r_Q, \alpha_Q, R_{(vi)}, \alpha_{M2}) -$$

$$-h_{\alpha}(r_Q, \alpha_Q, R_{(ve)}, \alpha_{M_1}) + h_{\alpha}(r_Q, \alpha_Q, R_{(vi)}, \alpha_{M_1}), \quad (13)$$

де

$$h_r(r_Q, \alpha_Q, r_M, \alpha_M) = \frac{\delta_z}{4\pi r_Q} \left\{ \frac{(r_M^2 - r_Q^2 \cos 2(\alpha_M - \alpha_Q))}{2} \ln(r_Q^2 + r_M^2 - 2r_Q r_M \cos(\alpha_M - \alpha_Q)) + \right. \\ \left. + r_Q^2 \sin 2(\alpha_M - \alpha_Q) \operatorname{arctg} \frac{r_M - r_Q \cos(\alpha_M - \alpha_Q)}{r_Q \sin(\alpha_M - \alpha_Q)} - r_M r_Q \cos(\alpha_M - \alpha_Q) \right\};$$

$$h_{\alpha}(r_Q, \alpha_Q, r_M, \alpha_M) = \frac{\delta_z}{2\pi} \left[ \frac{r_M^2 (\alpha_M - \alpha_Q)}{4r_Q} - \frac{r_M^2}{2r_Q} \operatorname{arctg} \left( \frac{r_M + r_Q}{r_M - r_Q} \operatorname{tg} \left( \frac{\alpha_M - \alpha_Q}{2} \right) \right) \right] - \\ - \frac{r_M}{2} \sin(\alpha_M - \alpha_Q) - \frac{r_Q \sin[2(\alpha_M - \alpha_Q)]}{4} \ln(r_M^2 + r_Q^2 - 2r_Q r_M \cos(\alpha_M - \alpha_Q)) - \\ - \frac{r_Q \cos[2(\alpha_M - \alpha_Q)]}{2} \operatorname{arctg} \left( \frac{r_M - r_Q \cos(\alpha_M - \alpha_Q)}{r_Q \sin(\alpha_M - \alpha_Q)} \right).$$

Таким чином визначаються компоненти поля, яке створюється одним провідником (див. рис. 2). Але оскільки котушка обмотки статора складається із двох провідників (див. рис. 3) із перерізами  $S_i^{(k-)}$  і  $S_i^{(k+)}$ , де знаки «-» і «+» вказують відносний напрямок струмів у провідниках,  $i=1,2,\dots,p$ ,  $p$  — кількість обмоток статора, тобто полюсне ділення дорівнює  $\tau = 2\pi/p$ . Нехай відстань між двома половинками обмотки дорівнює  $\Delta\tau$  (див. рис. 3).

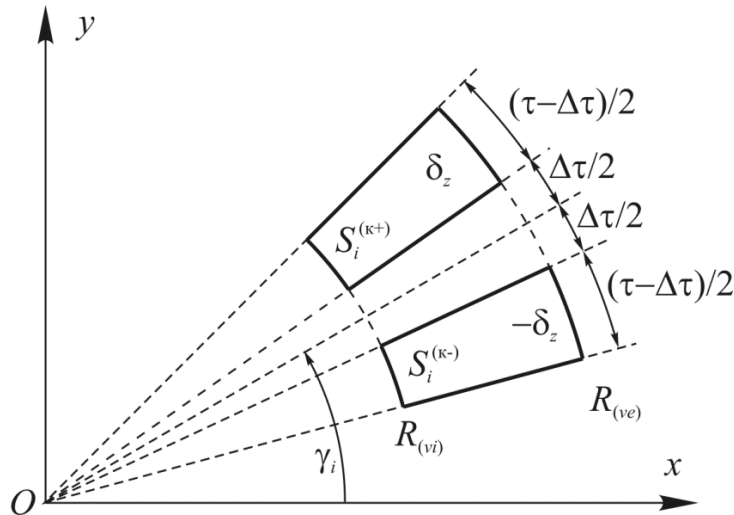


Рис. 3. Переріз  $i$ -тої котушки обмотки статора

Компоненти напруженості  $\vec{H}_i^{(k)}(Q)$  магнітного поля, що створюється струмами  $i$ -тої котушки,  $i=1,2,\dots,p$ , у точці  $Q$ , визначаються так:

$$H_{ir}^{(k)}(r_Q, \alpha_Q) = H_r(r_Q, \alpha_Q, \gamma_i + \Delta\tau/2, \gamma_i + \tau/2) - H_r(r_Q, \alpha_Q, \gamma_i - \tau/2, \gamma_i - \Delta\tau/2),$$

$$H_{i\alpha}^{(k)}(r_Q, \alpha_Q) = H_\alpha(r_Q, \alpha_Q, \gamma_i + \Delta\tau/2, \gamma_i + \tau/2) - H_\alpha(r_Q, \alpha_Q, \gamma_i - \tau/2, \gamma_i - \Delta\tau/2),$$

де  $\gamma_i$  — кут, який визначає лінію симетрії  $i$ -тої котушки (див. рис. 3), тобто

$$\gamma_i = \frac{2\pi}{p}(i-1) + \gamma_0, \quad i=1, 2, \dots, p, \quad \gamma_0 \text{ — кут лінії симетрії першої котушки.}$$

Отже, магнітне поле, що створюють обмотки статора (див. рис. 1), у точці Q, дорівнює

$$\vec{H}^{(k)}(r_Q, \alpha_Q) = \sum_{i=1}^p \vec{H}_i^{(k)}(r_Q, \alpha_Q). \quad (14)$$

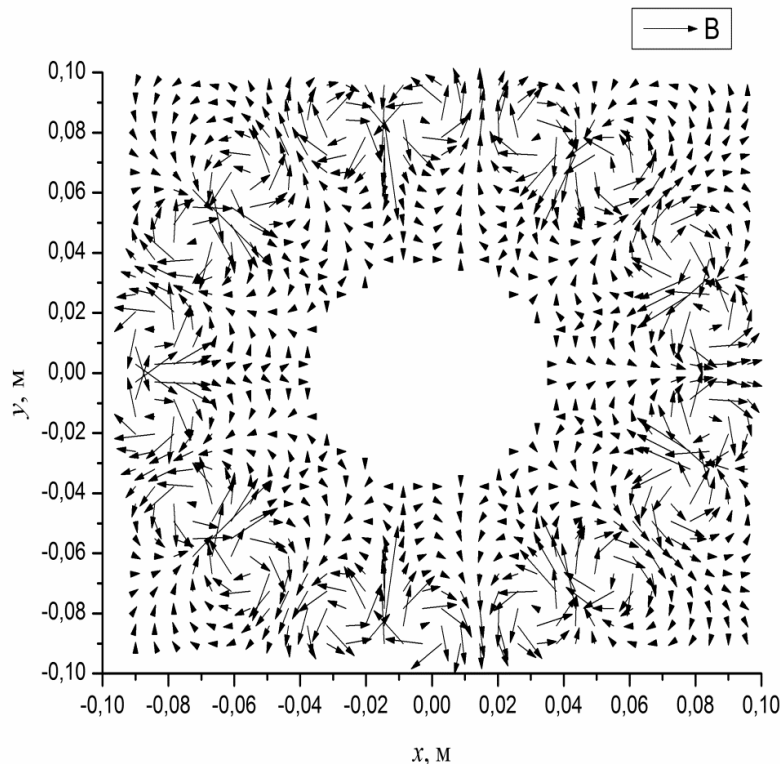
Для того, щоб перейти до декартової системи координат, використовують зв'язок із циліндричною системою координат:

$$H_x(Q) = H_r(Q) \cos \alpha_Q - H_\alpha(Q) \sin \alpha_Q;$$

$$H_y(Q) = H_r(Q) \sin \alpha_Q + H_\alpha(Q) \cos \alpha_Q.$$

**Результати досліджень.** Розглянемо вентиляльний електродвигун із такими геометричними параметрами статора (див. рис.1): внутрішній радіус обмотки  $R_{(vi)} = 0,08$  м, зовнішній радіус обмотки  $R_{(ve)} = 0,10$  м, кількість котушок в обмотці статора  $p = 9$ , густина струму в обмотці статора  $\delta_z = 3 \cdot 10^6$  А/м<sup>2</sup>.

На рис. 4 наведено розподіл магнітної індукції у вентиляльному двигуні, що створюється тільки обмоткою статора.



**Рис. 4. Розподіл магнітної індукції від обмотки статора вентиляльного двигуна**

## Висновки

Розрахунок магнітного поля струмів обмоток статора вентильного двигуна є одним із етапів визначення його характеристик. Тому, на підставі безпосереднього інтегрування виразів для компонент напруженості магнітного поля, що створюється системою струмів, які розташовані в пазах у формі криволінійної трапеції, виведено аналітичні формули для їх визначення, що дозволяє усунути похибку чисельного розрахунку поля струмів обмоток статора вентильного двигуна.

## Список літератури

1. Жильцов А. В. Крайова задача для тривимірного магнітного поля з урахуванням неоднорідності магнітних властивостей середовища / А. В. Жильцов, В. В. Ликтей // Проблеми енергоресурсозбереження в електротехнічних системах. Наука, освіта і практика. — Кременчук: КрНУ, 2014. — Вип.1/2014(2). — С. 124 — 126.
2. Жильцов А. В. Розрахунок магнітного потоку від постійного магніту у формі циліндра за наявності феромагнетиків / А. В. Жильцов, В. В. Ликтей // Науковий вісник НУБіП України. Серія "Техніка та енергетика АПК". — К., 2014. — Вип.194, ч.2. — С. 122—132.
3. Стадник И. П. Электродинамика. Лекции с вопросами и задачами / И. П. Стадник. — К. : Техника, 2012. — 336 с.
4. Тамм И. Е. Основы теории электричества / И. Е. Тамм. — М. : Наука, 1991. — 504 с.
5. Тозони О. В. Метод вторичных источников в электротехнике / О. В. Тозони. — М. : Энергия, 1975. — 296 с.

## РАСЧЁТ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ТОКОВ ОБМОТКИ СТАТОРА ВЕНТИЛЬНОГО ДВИГАТЕЛЯ

*А. В. Жильцов, В.В. Ликтей*

*Выведено аналитические формулы для расчета плоскопараллельного стационарного магнитного поля токов, размещенных в пазах криволинейной трапецевидной формы статора вентиального двигателя.*

**Ключевые слова:** *вентильный двигатель, обмотка статора, магнитное поле*

## CALCULATION OF MAGNETIC FIELD WINDING ON THE STATOR THE BRUSHLESS DC ELECTRIC MOTOR

*A. Zhiltsov, V. Lykтей*

*Analytical formulas for the calculation of the plane-parallel stationary magnetic field currents, which are arranged in the curved grooves of trapezoidal shape in the stator of the brushless DC electric motor, were derived.*

**Keywords:** *brushless DC electric motor, the magnetic field, stator winding*