

ОПТИМІЗАЦІЯ КРАЙОВИХ УМОВ РИВКОВОГО РЕЖИМУ РЕВЕРСУВАННЯ РОЛИКОВОЇ ФОРМУВАЛЬНОЇ УСТАНОВКИ

*В. С. Ловейкін, доктор технічних наук
Національний університет біоресурсів і
природокористування України*

*К. І. Почка, кандидат технічних наук
Київський національний університет будівництва і архітектури*

Розроблено конструкцію роликової формувальної установки з кулачковим приводним механізмом та побудовано профіль кулачка для забезпечення комбінованого режиму зворотно-поступального руху формувального візка з ривковим реверсуванням при оптимальних крайових умовах.

Роликова формувальна установка, режим руху, реверсування, крайові умови, кулачковий механізм, привод.

Постановка проблеми. В установках роликового формування залізобетонних виробів під час їхньої роботи виникають значні динамічні навантаження в елементах приводного механізму та в елементах формувальних візків [1-6]. Не дивлячись на досить широке дослідження технологічного процесу формування залізобетонних виробів безвібраційним роликовим методом [1-3], до цих пір не було досліджено динаміку руху формувального візка та її вплив на процес формування. Мало приділялось уваги режимам руху формувального візка та зусиллям, що виникають в елементах приводного механізму.

Аналіз останніх досліджень. В існуючих теоретичних та експериментальних дослідженнях машин роликового формування залізобетонних виробів обґрунтовано їхні конструктивні параметри та продуктивність [1-3]. Разом з тим недостатньо уваги приділено дослідженню діючим динамічним навантаженням та режимам руху, що в значній мірі впливає на роботу установки та на якість готової продукції. Під час постійних пускогальмівних режимів руху виникають значні динамічні навантаження в елементах приводного механізму та в елементах формувального візка, що може привести до передчасного виходу установки з ладу [1-6]. Тому актуальною є задача удосконалення приводного механізму роликової формувальної установки з метою забезпечення такого режиму руху формувального візка, при якому зменшувалися б динамічні навантаження в елементах установки та підвищувалася її довговічність.

Метою досліджень є удосконалення конструкції приводного механізму роликової формувальної установки для підвищення її надійності та довговічності за рахунок оптимізації крайових умов процесу реверсування формувального візка.

Результати досліджень. Для роликової формувальної установки при ущільненні бетонної суміші бажано мати постійну швидкість зворотно-поступального руху формувального візка на всій ділянці, що позитивно вплинуло б на якість готового виробу. Однак на практиці такий режим руху здійснити неможливо, оскільки в ньому відсутні ділянки розгону та гальмування, без яких не може бути циклічного руху. Тому пропонується реалізувати такий режим руху формувального візка при його переміщенні, у якому були б ділянки реверсування з мінімальними динамічними навантаженнями та ділянки руху з постійною швидкістю. Для плавного процесу реверсування формувального візка запропоновано здійснювати його за оптимальним ривковим режимом руху [7]. При цьому швидкість та прискорення формувального візка змінюються плавно, не створюючи значних динамічних навантажень в установці, що в свою чергу позитивно впливає на її довговічність.

Критеріями режиму руху механізмів і машин можуть бути коефіцієнти нерівномірності руху та динамічності [7]. В даній роботі в якості критерію режиму руху використана критеріальна дія, яка являє собою інтеграл за часом з підінтегральною функцією, що виражає міру руху або дію системи.

Для ривкового режиму реверсування критерій оптимальності руху матимемо у вигляді:

$$I_w = \int_0^{t_p} W dt \rightarrow \min, \quad (1)$$

де: t – час; t_p – тривалість реверсування; W – енергія ривків:

$$W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \ddot{x}^2, \quad (2)$$

де: m – маса формувального візка; \ddot{x} – ривок.

Умовою мінімуму критерію (1) є рівняння Пуассона:

$$\frac{\partial W}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial W}{\partial \dot{x}} + \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial W}{\partial \ddot{x}} - \frac{d^3}{dt^3} \frac{\partial W}{\partial \ddot{x}} = 0, \quad (3)$$

де: x , \dot{x} , \ddot{x} – координата переміщення, швидкість та прискорення візка.

З виразу (3) можна записати:

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{\partial W}{\partial \dot{x}} = \frac{\partial W}{\partial \ddot{x}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial \ddot{x}} = m \cdot \ddot{x}; \quad \frac{d^3}{dt^3} \frac{\partial W}{\partial \ddot{x}} = m \cdot \overset{v}{x} = 0. \quad (4)$$

З останнього рівняння (4) отримуємо диференціальне рівняння та його розв'язки:

$$\begin{aligned}
{}^{VI}x &= 0; \quad {}^Vx = C_1; \quad {}^{IV}x = C_1 \cdot t + C_2; \quad \ddot{x} = \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot t^2 + C_2 \cdot t + C_3; \\
\ddot{x} &= \frac{1}{6} \cdot C_1 \cdot t^3 + \frac{1}{2} \cdot C_2 \cdot t^2 + C_3 \cdot t + C_4; \quad \dot{x} = \frac{1}{24} \cdot C_1 \cdot t^4 + \frac{1}{6} \cdot C_2 \cdot t^3 + \frac{1}{2} \cdot C_3 \cdot t^2 + C_4 \cdot t + C_5; \quad (5) \\
x &= \frac{1}{120} \cdot C_1 \cdot t^5 + \frac{1}{24} \cdot C_2 \cdot t^4 + \frac{1}{6} \cdot C_3 \cdot t^3 + \frac{1}{2} \cdot C_4 \cdot t^2 + C_5 \cdot t + C_6,
\end{aligned}$$

де: $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$ – постійні інтегрування, які визначаються з граничних умов.

Розділимо процес реверсування на два етапи: гальмування та пуск. При гальмуванні початковими умовами є: $t=0: x=-x_1; \dot{x}=\dot{x}_y; \ddot{x}=0$. Кінцеві умови при гальмуванні: $t=t_2: x=0; \dot{x}=0; \ddot{x}=a$. Тут x_1 – координата початку процесу гальмування; \dot{x}_y – швидкість руху візка на усталеному режимі до початку гальмування; a – прискорення візка в кінці етапу гальмування. Приймаємо, що переміщення візка x_1 на обох етапах однакові, а прискорення візка в кінці етапу гальмування дорівнює його прискоренню на початку пуску. Тоді початковими умовами при пуску є: $t=0: x=0; \dot{x}=0; \ddot{x}=a$. Кінцеві умови при пуску: $t=t_n: x=-x_1; \dot{x}=-\dot{x}_y; \ddot{x}=0$. Розглянемо процес гальмування. Підставивши крайові умови гальмування у рівняння (5), отримуємо:

$$t=0: C_6 = -x_1; C_5 = \dot{x}_y; C_4 = 0; \quad (6)$$

$$t=t_2: \begin{cases} \frac{1}{120} \cdot C_1 \cdot t_2^5 + \frac{1}{24} \cdot C_2 \cdot t_2^4 + \frac{1}{6} \cdot C_3 \cdot t_2^3 + \dot{x}_y \cdot t_2 - x_1 = 0; \\ \frac{1}{24} \cdot C_1 \cdot t_2^4 + \frac{1}{6} \cdot C_2 \cdot t_2^3 + \frac{1}{2} \cdot C_3 \cdot t_2^2 + \dot{x}_y = 0; \\ \frac{1}{6} \cdot C_1 \cdot t_2^3 + \frac{1}{2} \cdot C_2 \cdot t_2^2 + C_3 \cdot t_2 = a. \end{cases} \quad (7)$$

Розв'язавши систему рівнянь (7), отримуємо постійні інтегрування C_1, C_2 та C_3 :

$$C_1 = \frac{60 \cdot \left(12 \cdot \frac{x_1}{t_2^2} - 6 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_2} + a \right)}{t_2^3}, \quad C_2 = \frac{24 \cdot \left(8 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_2} - a - 15 \cdot \frac{x_1}{t_2^2} \right)}{t_2^2}, \quad C_3 = \frac{3 \cdot \left(20 \cdot \frac{x_1}{t_2^2} - 12 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_2} + a \right)}{t_2}. \quad (8)$$

Після підстановки визначених постійних інтегрування (6) та (8) у систему (5) отримуємо функцію зміни ривка формульованого візка в процесі гальмування від усталеної швидкості \dot{x}_y до повної зупинки:

$$\ddot{x} = 30 \cdot \left(12 \cdot \frac{x_1}{t_2^2} - 6 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_2} + a \right) \cdot \frac{t^2}{t_2^3} + 24 \cdot \left(8 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_2} - a - 15 \cdot \frac{x_1}{t_2^2} \right) \cdot \frac{t}{t_2^2} + 3 \cdot \left(20 \cdot \frac{x_1}{t_2^2} - 12 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_2} + a \right) \cdot \frac{1}{t_2}, \quad (9)$$

або

$$\ddot{x} = \frac{3}{t_2} \cdot \left[10 \cdot \left(12 \cdot \frac{x_1}{t_2^2} - 6 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_2} + a \right) \cdot \frac{t^2}{t_2^2} + 8 \cdot \left(8 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_2} - a - 15 \cdot \frac{x_1}{t_2^2} \right) \cdot \frac{t}{t_2} + \left(20 \cdot \frac{x_1}{t_2^2} - 12 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_2} + a \right) \right]. \quad (10)$$

Після цього критерій оптимальності руху в процесі гальмування

з урахуванням виразів (2) та (10) матиме вигляд:

$$\begin{aligned}
 I_{W_2} &= \frac{m}{2} \cdot \int_0^{t_2} \ddot{x}^2 dt = \frac{9 \cdot m}{2 \cdot t_2^2} \cdot \int_0^{t_2} \left[10 \cdot \left(12 \cdot \frac{x_1}{t_2^2} - 6 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_2} + a \right) \cdot \frac{t^2}{t_2^2} + 8 \cdot \left(8 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_2} - a - 15 \cdot \frac{x_1}{t_2^2} \right) \cdot \frac{t}{t_2} + \right. \\
 &\quad \left. + \left(20 \cdot \frac{x_1}{t_2^2} - 12 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_2} + a \right) \right]^2 dt = \\
 &= \frac{9 \cdot m}{2 \cdot t_2^2} \cdot \int_0^{t_2} \left[100 \cdot \left(12 \cdot \frac{x_1}{t_2^2} - 6 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_2} + a \right)^2 \cdot \frac{t^4}{t_2^4} + 64 \cdot \left(8 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_2} - a - 15 \cdot \frac{x_1}{t_2^2} \right)^2 \cdot \frac{t^2}{t_2^2} + \right. \\
 &\quad + \left(20 \cdot \frac{x_1}{t_2^2} - 12 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_2} + a \right)^2 + 160 \cdot \left(12 \cdot \frac{x_1}{t_2^2} - 6 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_2} + a \right) \cdot \left(8 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_2} - a - 15 \cdot \frac{x_1}{t_2^2} \right) \cdot \frac{t^3}{t_2^3} + \\
 &\quad + 20 \cdot \left(12 \cdot \frac{x_1}{t_2^2} - 6 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_2} + a \right) \cdot \left(20 \cdot \frac{x_1}{t_2^2} - 12 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_2} + a \right) \cdot \frac{t^2}{t_2^2} + \\
 &\quad \left. + 16 \cdot \left(8 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_2} - a - 15 \cdot \frac{x_1}{t_2^2} \right) \cdot \left(20 \cdot \frac{x_1}{t_2^2} - 12 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_2} + a \right) \cdot \frac{t}{t_2} \right] dt = \\
 &= \frac{9 \cdot m}{2 \cdot t_2} \cdot \left[20 \cdot \left(12 \cdot \frac{x_1}{t_2^2} - 6 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_2} + a \right)^2 + \frac{64}{3} \cdot \left(8 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_2} - a - 15 \cdot \frac{x_1}{t_2^2} \right)^2 + \left(20 \cdot \frac{x_1}{t_2^2} - 12 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_2} + a \right)^2 + \right. \\
 &\quad + 40 \cdot \left(186 \cdot \frac{x_1 \cdot \dot{x}_y}{t_2^3} - 27 \cdot \frac{x_1 \cdot a}{t_2^2} + 14 \cdot \frac{\dot{x}_y \cdot a}{t_2} - 180 \cdot \frac{x_1^2}{t_2^4} - 48 \cdot \frac{\dot{x}_y^2}{t_2^2} - a^2 \right) + \\
 &\quad + \frac{20}{3} \cdot \left(240 \cdot \frac{x_1^2}{t_2^4} - 264 \cdot \frac{x_1 \cdot \dot{x}_y}{t_2^3} + 32 \cdot \frac{x_1 \cdot a}{t_2^2} + 72 \cdot \frac{\dot{x}_y^2}{t_2^2} - 18 \cdot \frac{\dot{x}_y \cdot a}{t_2} + a^2 \right) + \\
 &\quad \left. + 40 \cdot \left(340 \cdot \frac{x_1 \cdot \dot{x}_y}{t_2^3} - 35 \cdot \frac{x_1 \cdot a}{t_2^2} + 20 \cdot \frac{\dot{x}_y \cdot a}{t_2} - 300 \cdot \frac{x_1^2}{t_2^4} - 96 \cdot \frac{\dot{x}_y^2}{t_2^2} - a^2 \right) \right] = \\
 &= \frac{9 \cdot m}{2 \cdot t_2} \cdot \left[80 \cdot \frac{x_1^2}{t_2^4} + \frac{64}{3} \cdot \frac{\dot{x}_y^2}{t_2^2} + a^2 - 80 \cdot \frac{x_1 \cdot \dot{x}_y}{t_2^3} + \frac{40}{3} \cdot \frac{x_1 \cdot a}{t_2^2} - \frac{16}{3} \cdot \frac{\dot{x}_y \cdot a}{t_2} \right]. \quad (11)
 \end{aligned}$$

Розглянемо процес пуску. Підставивши крайові умови пуску у рівняння (5), отримуємо:

$$t=0: C_4 = a; C_5 = 0; C_6 = 0; \quad (12)$$

$$t=t_n: \begin{cases} \frac{1}{120} \cdot C_1 \cdot t_n^5 + \frac{1}{24} \cdot C_2 \cdot t_n^4 + \frac{1}{6} \cdot C_3 \cdot t_n^3 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_n^2 = -x_1; \\ \frac{1}{24} \cdot C_1 \cdot t_n^4 + \frac{1}{6} \cdot C_2 \cdot t_n^3 + \frac{1}{2} \cdot C_3 \cdot t_n^2 + a \cdot t_n = -\dot{x}_y; \\ \frac{1}{6} \cdot C_1 \cdot t_n^3 + \frac{1}{2} \cdot C_2 \cdot t_n^2 + C_3 \cdot t_n + a = 0. \end{cases} \quad (13)$$

Розв'язавши систему рівнянь (13), отримуємо постійні інтегрування C_1 , C_2 та C_3 :

$$C_1 = \frac{60 \cdot \left(6 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} - 12 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - a \right)}{t_n^3}; C_2 = \frac{12 \cdot \left(30 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - 14 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} + 3 \cdot a \right)}{t_n^2}; C_3 = \frac{3 \cdot \left(8 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} - 20 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - 3 \cdot a \right)}{t_n}. \quad (14)$$

Після підстановки визначених постійних інтегрування (12) та

(14) у систему (5) отримаємо функцію зміни ривка формувального візка в процесі пуску від нерухомого стану до руху з усталеною швидкістю \dot{x}_y :

$$\ddot{x} = 30 \cdot \left(6 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} - 12 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - a \right) \cdot \frac{t^2}{t_n^3} + 12 \cdot \left(30 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - 14 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} + 3 \cdot a \right) \cdot \frac{t}{t_n^2} + 3 \cdot \left(8 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} - 20 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - 3 \cdot a \right) \cdot \frac{1}{t_n}, \quad (15)$$

або

$$\ddot{x} = \frac{3}{t_n} \cdot \left[10 \cdot \left(6 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} - 12 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - a \right) \cdot \frac{t^2}{t_n^2} + 4 \cdot \left(30 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - 14 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} + 3 \cdot a \right) \cdot \frac{t}{t_n} + \left(8 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} - 20 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - 3 \cdot a \right) \right]. \quad (16)$$

Після цього критерій оптимальності руху в процесі пуску з урахуванням виразів (2) та (16) матиме вигляд:

$$\begin{aligned} I_{wn} &= \frac{m}{2} \cdot \int_0^{t_n} \ddot{x}^2 dt = \frac{9 \cdot m}{2 \cdot t_n^2} \cdot \int_0^{t_n} \left[10 \cdot \left(6 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} - 12 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - a \right) \cdot \frac{t^2}{t_n^2} + 4 \cdot \left(30 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - 14 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} + 3 \cdot a \right) \cdot \frac{t}{t_n} + \right. \\ &\quad \left. + \left(8 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} - 20 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - 3 \cdot a \right) \right]^2 dt = \\ &= \frac{9 \cdot m}{2 \cdot t_n^2} \cdot \int_0^{t_n} \left[100 \cdot \left(6 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} - 12 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - a \right)^2 \cdot \frac{t^4}{t_n^4} + 16 \cdot \left(30 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - 14 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} + 3 \cdot a \right)^2 \cdot \frac{t^2}{t_n^2} + \right. \\ &\quad \left. + \left(8 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} - 20 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - 3 \cdot a \right)^2 + 80 \cdot \left(6 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} - 12 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - a \right) \cdot \left(30 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - 14 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} + 3 \cdot a \right) \cdot \frac{t^3}{t_n^3} + \right. \\ &\quad \left. + 20 \cdot \left(6 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} - 12 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - a \right) \cdot \left(8 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} - 20 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - 3 \cdot a \right) \cdot \frac{t^2}{t_n^2} + \right. \\ &\quad \left. + 8 \cdot \left(30 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - 14 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} + 3 \cdot a \right) \cdot \left(8 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} - 20 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - 3 \cdot a \right) \cdot \frac{t}{t_n} \right]^2 dt = \\ &= \frac{9 \cdot m}{2 \cdot t_n} \cdot \left[20 \cdot \left(6 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} - 12 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - a \right)^2 + \frac{16}{3} \cdot \left(30 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - 14 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} + 3 \cdot a \right)^2 + \left(8 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} - 20 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - 3 \cdot a \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + 20 \cdot \left(6 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} - 12 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - a \right) \cdot \left(30 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - 14 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} + 3 \cdot a \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{20}{3} \cdot \left(6 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} - 12 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - a \right) \cdot \left(8 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} - 20 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - 3 \cdot a \right) + \right. \\ &\quad \left. + 4 \cdot \left(30 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - 14 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} + 3 \cdot a \right) \cdot \left(8 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} - 20 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - 3 \cdot a \right) \right] = \\ &= \frac{9 \cdot m}{2 \cdot t_n} \cdot \left[20 \cdot \left(6 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} - 12 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - a \right)^2 + \frac{16}{3} \cdot \left(30 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - 14 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} + 3 \cdot a \right)^2 + \left(8 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_n} - 20 \cdot \frac{x_1}{t_n^2} - 3 \cdot a \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + 20 \cdot \left(348 \cdot \frac{x_1 \cdot \dot{x}_y}{t_n^3} - 360 \cdot \frac{x_1^2}{t_n^4} - 66 \cdot \frac{x_1 \cdot a}{t_n^2} - 84 \cdot \frac{\dot{x}_y^2}{t_n^2} + 32 \cdot \frac{\dot{x}_y \cdot a}{t_n} - 3 \cdot a^2 \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{20}{3} \cdot \left(48 \cdot \frac{\dot{x}_y^2}{t_n^2} - 216 \cdot \frac{x_1 \cdot \dot{x}_y}{t_n^3} - 26 \cdot \frac{\dot{x}_y \cdot a}{t_n} + 240 \cdot \frac{x_1^2}{t_n^4} + 56 \cdot \frac{x_1 \cdot a}{t_n^2} + 3 \cdot a^2 \right) + \right. \\ &\quad \left. + 4 \cdot \left(520 \cdot \frac{x_1 \cdot \dot{x}_y}{t_n^3} - 112 \cdot \frac{\dot{x}_y^2}{t_n^2} + 66 \cdot \frac{\dot{x}_y \cdot a}{t_n} - 600 \cdot \frac{x_1^2}{t_n^4} - 150 \cdot \frac{x_1 \cdot a}{t_n^2} - 9 \cdot a^2 \right) \right] = \\ &= \frac{9 \cdot m}{2 \cdot t_n} \cdot \left[80 \cdot \frac{x_1^2}{t_n^4} + \frac{64}{3} \cdot \frac{\dot{x}_y^2}{t_n^2} + a^2 - 80 \cdot \frac{x_1 \cdot \dot{x}_y}{t_n^3} + \frac{40}{3} \cdot \frac{x_1 \cdot a}{t_n^2} - \frac{16}{3} \cdot \frac{\dot{x}_y \cdot a}{t_n} \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

Загальний критерій оптимальності руху в процесі реверсування з урахуванням виразів (11) та (17) буде визначатися наступним виразом:

$$I_W = I_{W_2} + I_{W_n} = \frac{9 \cdot m}{2 \cdot t_2} \cdot \left[80 \cdot \frac{x_1^2}{t_2^4} + \frac{64}{3} \cdot \frac{\dot{x}_y^2}{t_2^2} + a^2 - 80 \cdot \frac{x_1 \cdot \dot{x}_y}{t_2^3} + \frac{40}{3} \cdot \frac{x_1 \cdot a}{t_2^2} - \frac{16}{3} \cdot \frac{\dot{x}_y \cdot a}{t_2} \right] + \frac{9 \cdot m}{2 \cdot t_n} \cdot \left[80 \cdot \frac{x_1^2}{t_n^4} + \frac{64}{3} \cdot \frac{\dot{x}_y^2}{t_n^2} + a^2 - 80 \cdot \frac{x_1 \cdot \dot{x}_y}{t_n^3} + \frac{40}{3} \cdot \frac{x_1 \cdot a}{t_n^2} - \frac{16}{3} \cdot \frac{\dot{x}_y \cdot a}{t_n} \right]. \quad (18)$$

Прийнявши рівність часу гальмування візка та його пуску $t_2 = t_n = t_1$, вираз (18) можна подати у наступному вигляді:

$$I_W = \frac{9 \cdot m}{t_1} \cdot \left[80 \cdot \frac{x_1^2}{t_1^4} + \frac{64}{3} \cdot \frac{\dot{x}_y^2}{t_1^2} + a^2 - 80 \cdot \frac{x_1 \cdot \dot{x}_y}{t_1^3} + \frac{40}{3} \cdot \frac{x_1 \cdot a}{t_1^2} - \frac{16}{3} \cdot \frac{\dot{x}_y \cdot a}{t_1} \right]. \quad (19)$$

Для забезпечення виконання нерівності (1) необхідно виконати умови:

$$\begin{cases} \frac{\partial I_W}{\partial x_1} = \frac{9 \cdot m}{t_1} \cdot \left[160 \cdot \frac{x_1}{t_1^4} - 80 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_1^3} + \frac{40}{3} \cdot \frac{a}{t_1^2} \right] = \frac{360 \cdot m}{t_1^3} \cdot \left[4 \cdot \frac{x_1}{t_1^2} - 2 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_1} + \frac{1}{3} \cdot a \right] = 0; \\ \frac{\partial I_W}{\partial a} = \frac{9 \cdot m}{t_1} \cdot \left[2 \cdot a + \frac{40}{3} \cdot \frac{x_1}{t_1^2} - \frac{16}{3} \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_1} \right] = \frac{18 \cdot m}{t_1} \cdot \left[a + \frac{20}{3} \cdot \frac{x_1}{t_1^2} - \frac{8}{3} \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_1} \right] = 0. \end{cases} \quad (20)$$

Із виразів (20) можна отримати:

$$\begin{cases} \left[4 \cdot \frac{x_1}{t_1^2} - 2 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_1} + \frac{1}{3} \cdot a \right] = 0 \\ \left[a + \frac{20}{3} \cdot \frac{x_1}{t_1^2} - \frac{8}{3} \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_1} \right] = 0 \end{cases} \Rightarrow x_1 = \frac{5}{8} \cdot \dot{x}_y \cdot t_1; \quad a = -\frac{3}{2} \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_1}. \quad (21)$$

Підставивши два останні вирази (21) у рівності (6) та (8) отримано постійні інтегрування в процесі гальмування формульованого візка:

$$C_1 = 0; \quad C_2 = 3 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_1^3}; \quad C_3 = -3 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_1^2}; \quad C_4 = 0; \quad C_5 = \dot{x}_y; \quad C_6 = -\frac{5}{8} \cdot \dot{x}_y \cdot t_1. \quad (22)$$

Після цього з урахуванням постійних інтегрування (22) отримано функції зміни переміщення, швидкості, прискорення та ривка формульованого візка в процесі гальмування:

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{2} \cdot \dot{x}_y \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{t^4}{t_1^3} - \frac{t^3}{t_1^2} + 2 \cdot t - \frac{5}{4} \cdot t_1 \right); & \dot{x} &= \frac{1}{2} \cdot \dot{x}_y \cdot \left(\frac{t^3}{t_1^3} - 3 \cdot \frac{t^2}{t_1^2} + 2 \right); \\ \ddot{x} &= 3 \cdot \dot{x}_y \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{t^2}{t_1^3} - \frac{t}{t_1^2} \right); & \ddot{\ddot{x}} &= 3 \cdot \dot{x}_y \cdot \left(\frac{t}{t_1^3} - \frac{1}{t_1^2} \right). \end{aligned} \quad (23)$$

Підставивши два останні вирази (21) у рівності (12) та (14) отримано постійні інтегрування в процесі пуску формульованого візка:

$$C_1 = 0; \quad C_2 = 3 \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_1^3}; \quad C_3 = 0; \quad C_4 = -\frac{3}{2} \cdot \frac{\dot{x}_y}{t_1}; \quad C_5 = 0; \quad C_6 = 0. \quad (24)$$

Після цього з урахуванням постійних інтегрування (24) отрима-

но функції зміни переміщення, швидкості, прискорення та ривка формувального візка в процесі пуску:

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{8} \cdot \dot{x}_y \cdot \left(6 \cdot \frac{t^2}{t_1} - \frac{t^4}{t_1^3} \right); & \dot{x} &= \frac{1}{2} \cdot \dot{x}_y \cdot \left(\frac{t^3}{t_1^3} - 3 \cdot \frac{t}{t_1} \right); \\ \ddot{x} &= \frac{3}{2} \cdot \dot{x}_y \cdot \left(\frac{t^2}{t_1^3} - \frac{1}{t_1} \right); & \ddot{x} &= 3 \cdot \dot{x}_y \cdot \frac{t}{t_1^3}. \end{aligned} \quad (25)$$

На усталеному режимі руху формувального візка координата переміщення та швидкості його центра мас описуються рівняннями [7]:

$$x = x_{0y} + \frac{(x_{1y} - x_{0y}) \cdot t}{t_y}; \quad \dot{x} = \frac{(x_{1y} - x_{0y})}{t_y} = const; \quad \ddot{x} = 0; \quad \ddot{x} = 0, \quad (26)$$

де: x_{0y} та x_{1y} – координати початкового та кінцевого положень центра мас візка при усталеному русі; t_y – тривалість усталеного руху.

У виразах (26) координату початкового положення центра мас візка при усталеному русі x_{0y} приймаємо рівною x_1 . Тоді, прийнявши амплітуду переміщення візка від одного крайнього положення в інше Δx , кінцеву координату положення центра мас візка при усталеному русі можна визначити $x_{1y} = \Delta x - x_1$. Підставивши отримані координати x_{0y} та x_{1y} у другий вираз (26) отримано залежність для визначення швидкості руху візка на усталеному режимі \dot{x}_y :

$$\dot{x}_y = \frac{\Delta x - 2 \cdot x_1}{t_y} = \frac{\Delta x - \frac{5}{4} \cdot \dot{x}_y \cdot t_1}{t_y} \Rightarrow \dot{x}_y = \frac{\Delta x}{t_y + \frac{5}{4} \cdot t_1}. \quad (27)$$

Прийнявши загальний час руху формувального візка з одного крайнього положення в інше t_3 , його можна розділити на три частини: час пуску – t_n ; час усталеного руху – t_y ; час гальмування – t_2 . Для забезпечення ущільнення бетонної суміші формувальним візком з постійною швидкістю руху на більшості його робочого ходу приймемо час усталеного руху, наприклад, $t_y = \frac{2}{3} \cdot t_3$, тоді, задаючись умовою рівності часу розгону та гальмування, їх можна визначити відповідними виразами: $t_n = t_2 = t_1 = \frac{1}{6} \cdot t_3$. Після цього вирази швидкості руху візка на усталеному режимі та координати x_1 матимуть вигляд:

$$\dot{x}_y = \frac{8 \cdot \Delta x}{7 \cdot t_3}; \quad x_1 = \frac{5}{42} \cdot \Delta x. \quad (28)$$

Розглядаючи рух формувального візка від одного крайнього положення в інше та підставивши вирази (28) у рівності (23), (25) та (26), отримуємо функції зміни переміщення, швидкості, прискорення та ривка візка

– на ділянці пуску:

$$x = \frac{36 \cdot \Delta x}{7} \cdot \left(\frac{t^2}{t_3^2} - 6 \cdot \frac{t^4}{t_3^4} \right); \quad \dot{x} = \frac{72 \cdot \Delta x}{7} \cdot \left(12 \cdot \frac{t^3}{t_3^4} - \frac{t}{t_3^2} \right);$$

$$\ddot{x} = \frac{72 \cdot \Delta x}{7} \cdot \left(36 \cdot \frac{t^2}{t_3^4} - \frac{1}{t_3^2} \right); \quad \ddot{\ddot{x}} = \frac{5184 \cdot \Delta x}{7} \cdot \frac{t}{t_3^4};$$
(29)

– на ділянці усталеного руху:

$$x = \frac{\Delta x}{42} \cdot \left(5 + 48 \cdot \frac{t}{t_3} \right); \quad \dot{x} = \frac{8 \cdot \Delta x}{7 \cdot t_3} = const; \quad \ddot{x} = 0; \quad \ddot{\ddot{x}} = 0;$$
(30)

– на ділянці гальмування:

$$x = \frac{8 \cdot \Delta x}{7} \cdot \left(27 \cdot \frac{t^4}{t_3^4} - 18 \cdot \frac{t^3}{t_3^3} + \frac{t}{t_3} + \frac{37}{48} \right); \quad \dot{x} = \frac{8 \cdot \Delta x}{7} \cdot \left(108 \cdot \frac{t^3}{t_3^4} - 54 \cdot \frac{t^2}{t_3^3} + \frac{1}{t_3} \right);$$

$$\ddot{x} = \frac{864 \cdot \Delta x}{7} \cdot \left(3 \cdot \frac{t^2}{t_3^4} - \frac{t}{t_3^3} \right); \quad \ddot{\ddot{x}} = \frac{864 \cdot \Delta x}{7} \cdot \left(6 \cdot \frac{t}{t_3^4} - \frac{1}{t_3^3} \right).$$
(31)

Задавшись амплітудою переміщення формувального візка $\Delta x = 0,4 м$ та загальним часом його руху від одного крайнього положення в інше $t_3 = 3с$, за виразами (29)-(31) було розраховано кінематичні характеристики та побудовано графіки зміни переміщення (рис. 1, а), швидкості (рис. 1, б), прискорення (рис. 1, в) та ривка (рис. 1, г) при русі формувального візка з одного крайнього положення в інше та у зворотному напрямку з ривковим режимом реверсування при оптимальних крайових умовах.

Перетворивши перші рівняння виразів (29)-(31) для випадку, коли початок координат відраховується від середнього положення переміщення формувального візка, отримаємо:

– на ділянці пуску:

$$x = \frac{36 \cdot \Delta x}{7} \cdot \left(\frac{t^2}{t_3^2} - 6 \cdot \frac{t^4}{t_3^4} \right) - \frac{\Delta x}{2};$$
(32)

– на ділянці усталеного руху:

$$x = \frac{8 \cdot \Delta x}{21} \cdot \left(3 \cdot \frac{t}{t_3} - 1 \right);$$
(33)

– на ділянці гальмування:

$$x = \frac{8 \cdot \Delta x}{7} \cdot \left(27 \cdot \frac{t^4}{t_3^4} - 18 \cdot \frac{t^3}{t_3^3} + \frac{t}{t_3} + \frac{37}{48} \right) - \frac{\Delta x}{2}.$$
(34)

Закон руху візка, описаний рівняннями (32)-(34), може бути здійснений приводом з кулачковим механізмом (рис. 2) зворотно-поступального руху візка. При цьому рух візка в одному напрямку здійснюється за рахунок повороту кулачка 1 на половину оберту (тобто $\varphi = \pi$) і в зворотному напрямку ще на половину оберту; повний цикл руху візка – за один оберт кулачка. Для здійснення описаного закону руху візка необхідно, щоб приріст радіуса кулачка відпо-

відав приросту переміщення візка. Згідно з цим перемінний радіус кулачка визначається залежностями:

– на ділянці пуску:

$$\rho = \frac{b}{2} + \frac{36 \cdot \Delta x}{7} \cdot \left(\frac{t^2}{t_3^2} - 6 \cdot \frac{t^4}{t_3^4} \right) - \frac{\Delta x}{2}; \quad (35)$$

– на ділянці усталеного руху:

$$\rho = \frac{b}{2} + \frac{8 \cdot \Delta x}{21} \cdot \left(3 \cdot \frac{t}{t_3} - 1 \right); \quad (36)$$

– на ділянці гальмування:

$$\rho = \frac{b}{2} + \frac{8 \cdot \Delta x}{7} \cdot \left(27 \cdot \frac{t^4}{t_3^4} - 18 \cdot \frac{t^3}{t_3^3} + \frac{t}{t_3} + \frac{37}{48} \right) - \frac{\Delta x}{2}, \quad (37)$$

де b – відстань між штовхачами 2 (рис. 2).

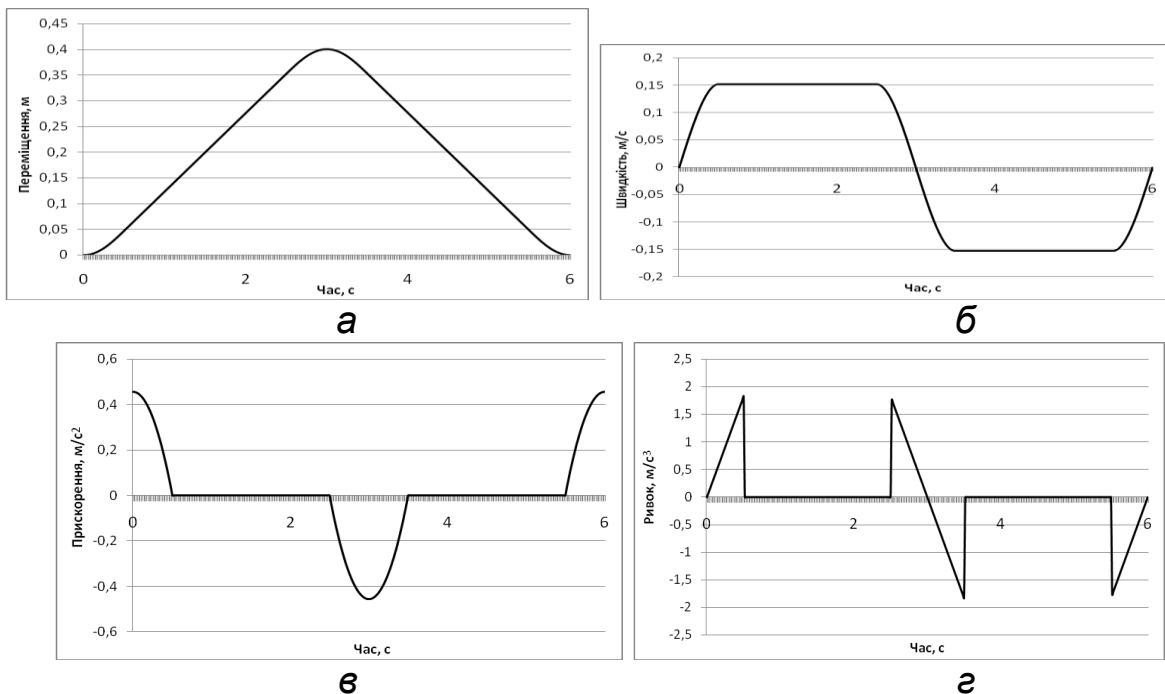


Рис. 1. Графіки зміни переміщення – а, швидкості – б, прискорення – в та ривка – г при русі формувального візка з ривковим режимом реверсування при оптимальних крайових умовах.

Час t можна виключити із залежностей (35)-(37), оскільки $t = \varphi / \omega$, а $t_3 = \pi / \omega$. Тут φ – кутова координата повороту кулачка, а ω – кутова швидкість обертання кулачка. Оскільки час пуску формувального візка визначається залежністю $t_n = \frac{1}{6} \cdot t_3$, то процес пуску буде здійснюватись при повороті кулачка на кут в межах від $\varphi = 0$ до $\varphi = \pi / 6$; час усталеного руху – $t_y = \frac{2}{3} \cdot t_3$, тоді усталений рух візка буде

забезпечуватись поворотом кулачка на кут в межах від $\varphi = \pi/6$ до $\varphi = 5\pi/6$; час гальмування – $t_2 = 1/6 \cdot t_3$, тоді процес гальмування буде здійснюватись при повороті кулачка на кут в межах від $\varphi = 5\pi/6$ до $\varphi = \pi$. Після відповідних перетворень радіус кулачка, що описує його профіль, пов'язується з кутовою координатою наступними виразами:

$$\rho = \frac{b}{2} + \frac{36 \cdot \Delta x}{7} \cdot \left(\frac{\varphi^2}{\pi^2} - 6 \cdot \frac{\varphi^4}{\pi^4} \right) - \frac{\Delta x}{2}, \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}; \quad (38)$$

$$\rho = \frac{b}{2} + \frac{8 \cdot \Delta x}{21} \cdot \left[3 \cdot \left(\varphi - \frac{\pi}{6} \right) \cdot \frac{1}{\pi} - 1 \right], \quad \frac{\pi}{6} < \varphi < \frac{5\pi}{6}; \quad (39)$$

$$\rho = \frac{b}{2} + \frac{8 \cdot \Delta x}{7} \cdot \left[27 \cdot \left(\varphi - \frac{5\pi}{6} \right)^4 \cdot \frac{1}{\pi^4} - 18 \cdot \left(\varphi - \frac{5\pi}{6} \right)^3 \cdot \frac{1}{\pi^3} + \left(\varphi - \frac{5\pi}{6} \right) \cdot \frac{1}{\pi} + \frac{37}{48} \right] - \frac{\Delta x}{2}, \quad \frac{5\pi}{6} < \varphi \leq \pi. \quad (40)$$

Аналогічно визначається профіль кулачка на ділянці його повороту від π до 2π , який описується радіусом, що змінюється залежностями:

$$\rho = \frac{b}{2} - \frac{36 \cdot \Delta x}{7} \cdot \left[\frac{(\varphi - \pi)^2}{\pi^2} - 6 \cdot \frac{(\varphi - \pi)^4}{\pi^4} \right] + \frac{\Delta x}{2}, \quad \pi \leq \varphi \leq \frac{7\pi}{6}; \quad (41)$$

$$\rho = \frac{b}{2} - \frac{8 \cdot \Delta x}{21} \cdot \left[3 \cdot \left(\varphi - \frac{7\pi}{6} \right) \cdot \frac{1}{\pi} - 1 \right], \quad \frac{7\pi}{6} < \varphi < \frac{11\pi}{6}; \quad (42)$$

$$\rho = \frac{b}{2} - \frac{8 \cdot \Delta x}{7} \cdot \left[27 \cdot \left(\varphi - \frac{11\pi}{6} \right)^4 \cdot \frac{1}{\pi^4} - 18 \cdot \left(\varphi - \frac{11\pi}{6} \right)^3 \cdot \frac{1}{\pi^3} + \left(\varphi - \frac{11\pi}{6} \right) \cdot \frac{1}{\pi} + \frac{37}{48} \right] + \frac{\Delta x}{2}, \quad \frac{11\pi}{6} < \varphi \leq 2\pi. \quad (43)$$

Для унеможливлення ударів кулачка об штовхачі при зміні напрямку руху візка описаний рівняннями (38)-(43) профіль кулачка (рис. 3) має такий вид, що в будь-якому положенні його діаметр d – величина постійна і рівна відстані між штовхачами b ($d = b$).

З метою зменшення динамічних навантажень в елементах установки та для підвищення її надійності запропоновано конструкцію установки з приводним механізмом для забезпечення зворотно-поступального руху формувального візка з ривковим режимом реверсування при оптимальних крайових умовах (рис. 4). Приводний механізм виконаний у вигляді шарнірно встановлених на порталі кулачкових механізмів, що контактують з штовхачами, жорстко прикріпленими до формувального візка.

Установка вміщує змонтований на нерухомому порталі 1 формувальний візок 2, що вміщує подавальний бункер 3 та укочувальні ролики 4 і здійснює зворотно-поступальний рух в напрямних 5 над

порожниною форми 6. Візок приводиться в зворотно-поступальний рух за допомогою двох приводів 7, прикріплених до порталу 1 у вигляді двох кулачкових механізмів, що обертаються з постійною кутовою швидкістю ($\omega = const$), але різною за напрямками, і контактують з двома штовхачами 8, жорстко з'єднаними з візком 2. Наявність двох штовхачів 8 з кожного боку формувального візка 2 дозволяє створювати жорсткий силовий ланцюг при його прямому і зворотному ході.

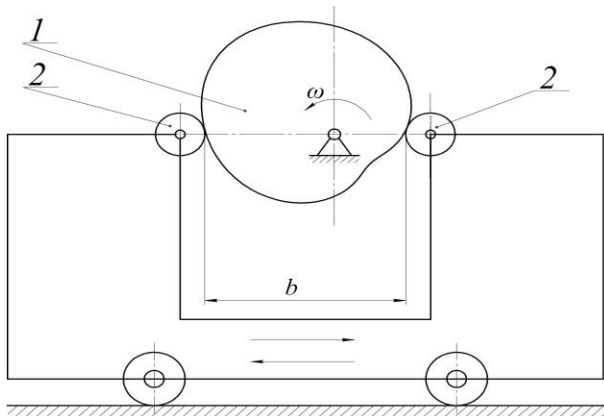


Рис. 2. Схема механізму з кулачковим приводом зворотно-поступального руху візка.

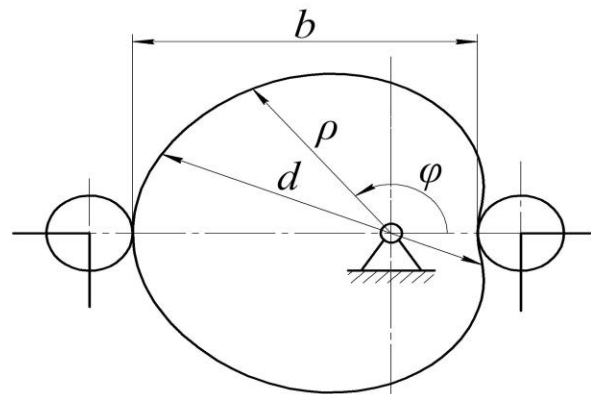


Рис. 3. Профіль кулачка, що реалізує комбінований динамічний режим руху формувального візка.

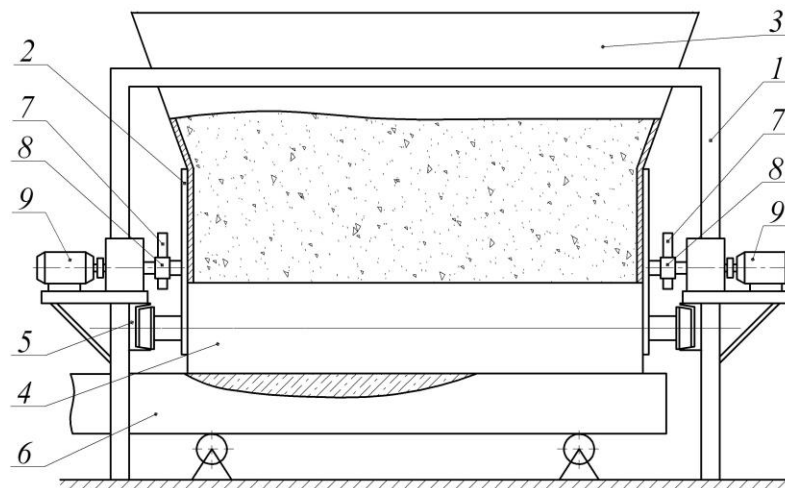


Рис. 4. Роликова формувальна установка з кулачковим приводним механізмом.

При застосуванні в установці кулачкового приводного механізму з кожного боку формувального візка унеможливується його осьове перекошування, підвищується якість поверхні оброблюваної бетонної суміші, зменшуються динамічні навантаження в елементах приводу, зменшуються зайві руйнівні навантаження на рамну конструкцію і, відповідно, підвищується довговічність установки в цілому.

Висновки

1. В результаті проведених досліджень з метою підвищення надійності та довговічності роликової формувальної установки розроблено конструкцію її приводу у вигляді кулачкового механізму та побудовано профіль кулачка для забезпечення зворотно-поступального руху формувального візка з ривковим режимом реверсування при оптимальних крайових умовах.

2. Запропоновано конструкцію роликової формувальної установки з кулачковим приводним механізмом з обох боків формувального візка для унеможливлення його осьового перекошування, що в свою чергу приводить до підвищення якості поверхні оброблюваної бетонної суміші, зменшення динамічних навантажень в елементах приводу, зменшення зайвих руйнівних навантажень на рамну конструкцію і, відповідно, до підвищення довговічності установки в цілому.

3. Результати роботи можуть в подальшому бути корисними для уточнення та удосконалення існуючих інженерних методів розрахунку приводних механізмів машин роликового формування як на стадіях проектування/конструювання, так і в режимах реальної експлуатації.

Список літератури

1. *Гарнець В. М.* Прогресивні бетоноформуючі агрегати і комплекси / *В. М. Гарнець*. – К.: Будівельник, 1991. – 144 с.
2. *Кузин В. Н.* Технология роликового формования плоских изделий из мелкозернистых бетонов / *В. Н. Кузин*. – Автореф. дис... канд. наук. – М., 1981. – 20 с.
3. *Рюшин В. Т.* Исследование рабочего процесса и разработка методики расчета машин роликового формования бетонных смесей / *В. Т. Рюшин*. – Диссертация на соискание ученой степени канд. техн. наук. – К., 1986. – 186 с.
4. *Ловейкін В. С.* Динамічний аналіз роликової формувальної установки з рекупераційним приводом / *В. С. Ловейкін, К. І. Почка* // Динаміка, міцність і надійність сільськогосподарських машин: Пр. І-ї Міжнародної науково-технічної конференції (DSR AM-I). – Тернопіль, 2004. – С. 507–514.
5. *Ловейкін В. С.* Результати експериментальних досліджень режимів руху роликової формувальної установки з рекупераційним приводом / *В. С. Ловейкін, К. І. Почка* // Вісник Харківського національного університету сільськогосподарства ім. П.Василенка. – Харків, 2007. – № 59, т. 1. – С. 465–474.
6. *Ловейкін В. С.* Визначення оптимального значення кута зміщення кривошипів роликової формувальної установки з рекупераційним приводом / *В. С. Ловейкін, К. І. Почка* // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. – НУ «Львівська політехніка», 2007. – № 41. – С. 127–134.
7. *Ловейкин В. С.* Расчёты оптимальных режимов движения механизмов строительных машин / *В. С. Ловейкин*. – К.: УМК ВО, 1990. – 168 с.

Разработана конструкция роликовой формувальной установки с кулачковым приводным механизмом и построен профиль кула-

чка для обеспечения комбинированного режима возвратно-поступательного движения формовочной тележки с рывковым реверсированием при оптимальных краевых условиях.

Роликовая формовочная установка, режим движения, реверсирование, краевые условия, кулачковый механизм, привод.

The design of roller forming installation with the cam driving mechanism is developed and the cam profile for providing the combined mode of back and forth motion of the forming cart with a breakthrough reversal under optimum regional conditions is constructed.

Roller forming installation, movement mode, reversal, regional conditions, cam mechanism, drive.

УДК 681.322

ПОРЯДОК РОЗРАХУНКУ ЗАЛЕЖНОГО ДОПУСКУ

**П. М. Полянський, кандидат економічних наук
Миколаївський національний аграрний університет**

Викладено методикую розрахунку залежного допуску. Наведені розрахункові формули. Дано методикую розрахунків залежного допуску та визначення можливої частки придатних і дефектних деталей.

Залежний допуск, придатні деталі, остаточний брак, вилковий брак.

Постановка проблеми. Якість і працездатність складаних одиниць і механізмів в першу чергу залежить від точності геометричних параметрів що впливає на довговічність. Всі складові елементи машин можна поділити за категоріям придатності при незалежних і залежних допусках на дві групи: придатні і непридатні деталі. За категорією придатності при незалежних допусках деталі можуть бути як придатні так і непридатні, а при залежних допусках показано на схемі рис. 1. При незалежних допусках придатними є деталі, у яких відхилення розташування знаходяться в границях допуску по кресленню. Всі останні деталі є непридатними, при цьому брак є остаточним. При незалежних допусках придатними є деталі, у яких відхилення розташування знаходяться в границях розширеного, порівняно з вказаним на кресленні, допуску розташування, який визначається співвідношення (1) і (2).

© П. М. Полянський, 2015