

СИНТЕЗ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ С УЧЕТОМ ГЕОМЕТРИИ ЗУБЦОВОЙ ЗОНЫ РОТОРА

***Н. Н. Заблодский, доктор технических наук
Национальный университет биоресурсов и природопользования,
e-mail: zablodskiyinn@gmail.com***

***К. В. Худобин, магистр электромеханики
Инженерно-технический отдел
Международного Комитета Красного Креста
e-mail: wathab1987@mail.ru***

Аннотация. Предложена математическая модель асинхронного двигателя, в основе которой лежит усовершенствованный способ разбиения стержня по высоте на слои, позволяющий учесть эффект вытеснения тока и насыщение магнитной цепи. Приведены результаты реализации модели в структурных блоках пакета Matlab/Simulink и их оценка путем сравнения с результатами стендовых испытаний двигателя.

Ключевые слова: асинхронный двигатель, математическая модель, эффект вытеснения тока, насыщение магнитной цепи, стендовые испытания

К настоящему времени разработаны десятки вариантов моделей асинхронных двигателей, но их слабым местом является пренебрежение или приближенный учет эффекта вытеснения тока в пазу ротору и насыщения магнитной цепи. Поэтому многие авторы, например [1], предлагают корректировать параметры ротора, как наиболее сильно зависящие от эффекта вытеснения тока и насыщения магнитной цепи, по мере разгона двигателя. Но в этом случае, в основном, учитывается эффект вытеснения тока и не учитывается насыщение магнитной цепи. Да и изменение параметров, в зависимости от скорости вращения, не совсем корректно. Дело в том, что при переходных процессах в стержне ротора протекают как периодическая, так и апериодическая составляющая тока. Эффект вытеснения тока для этих составляющих проявляется в разной степени, поэтому и коррекция параметров становится неоднозначной. Еще одна трудность, связанная с пошаговой коррекцией параметров, это определение значений активного и индуктивного сопротивлений в зависимости от частоты тока. В [1] такую зависимость предлагается определять экспериментально. Такое решение значительно снижает ценность модели из-за условия, что для синтеза математической модели необходима физическая модель. Такой подход применим только в тех

случаях, когда эксперименты проводятся с системой управления, а в параметры двигателя внесение изменений не планируется.

Наиболее существенно эффект вытеснения тока проявляется в стержнях ротора. Для учета эффекта вытеснения тока в [2] предложено разбить паз по высоте на отдельные слои, причем принимается, что плотность тока в пределах слоя остается постоянной. Там же приведены аналитические соотношения для расчета параметров слоя.

Цель исследований – усовершенствование способа учета эффекта вытеснения тока путем разбиения стержня на слои и на основе численно-полевых расчетов разработать математическую модель асинхронного двигателя, которая позволит не только учесть влияние на параметры стержня эффекта вытеснения тока, но и насыщения магнитной цепи.

Материалы и методика исследований. При разбиении стержня на слои, можно говорить о токе каждого слоя, который создает свой магнитный поток. Потокосцепления слоев определяются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned}\Psi_1 &= i_1 \cdot L_{1,1} + i_2 \cdot M_{1,2} + i_3 \cdot M_{1,3} \\ \Psi_2 &= i_1 \cdot M_{2,1} + i_2 \cdot L_{2,2} + i_3 \cdot M_{2,3} \\ \Psi_3 &= i_1 \cdot M_{3,1} + i_2 \cdot M_{3,2} + i_3 \cdot L_{3,3}\end{aligned}\quad (1)$$

где $L_{1,1}, M_{1,2} \dots L_{3,3}$ – индуктивности и взаимные индуктивности слоев;
 i_1, i_2, i_3 – токи в слоях 1, 2, 3.

Для дальнейших расчетов будем считать, что магнитный поток замыкается по путям, как показано на рис. 1, т. е. он полностью охватывает слой. При таких допущениях соотношения (1) значительно упрощаются, и имеют вид:

$$\begin{aligned}\Psi_1 &= L_1 \cdot (i_1 + i_2 + i_3) \\ \Psi_2 &= i_1 \cdot L_1 + L_2 \cdot (i_2 + i_3) \\ \Psi_3 &= i_1 \cdot L_1 + L_2 \cdot i_2 + i_3 \cdot L_3\end{aligned}\quad (2)$$

где L_1, L_2, L_3 – расчетные индуктивности слоев.

При такой постановке задачи, математическая модель стержня имеет следующий вид

$$\begin{aligned}U &= i_1 \cdot r_1 + L_1 \cdot \frac{d(i_1 + i_2 + i_3)}{dt}, \\ i_1 \cdot r_1 &= i_2 \cdot r_2 + L_2 \cdot \frac{d(i_2 + i_3)}{dt}, \\ i_2 \cdot r_2 &= i_3 \cdot r_3 + L_3 \cdot \frac{di_3}{dt}.\end{aligned}\quad (3)$$

где r_1, r_2, r_3 – активные сопротивления слоев. Нумерация слоев начинается сверху.

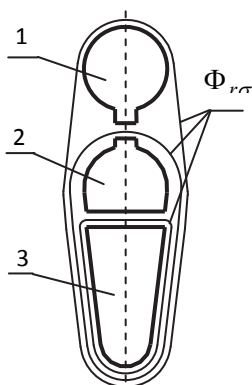


Рис. 1. Картина поля в пазу ротора при разбиении его на 3 слоя

Насыщение магнитной цепи делает индуктивные сопротивления слоев, на которые разбит паз ротора, зависящими от токов в них. Мы предлагаем считать, что параметры слоев, на которые разбит стержень, мало зависят от распределения тока по слоям, а определяются полным током в пазу.

Для доказательства справедливости такого предположения был проведен эксперимент в среде *COMSOL Multiphysics*. Моделировался разбитый на слои стержень, у которого в первых двух слоях генератором случайных, равномерно распределенных, чисел задавалась плотность тока. Плотность тока в третьем слое рассчитывалась из условия постоянства полного тока в пазу. Было проведено по 150 экспериментов для различных значений полного тока в пазу.

На рис. 2 приведена геометрическая модель паза ротора двигателя ЭДКОФВ315М4, который выпускается ОДО "ПЭМЗ им. К. Маркса" и применяется для привода скребкового конвейера. Она содержит три паза: исследуемый паз в центре и два соседних по краям, необходимых для корректности граничных условий.

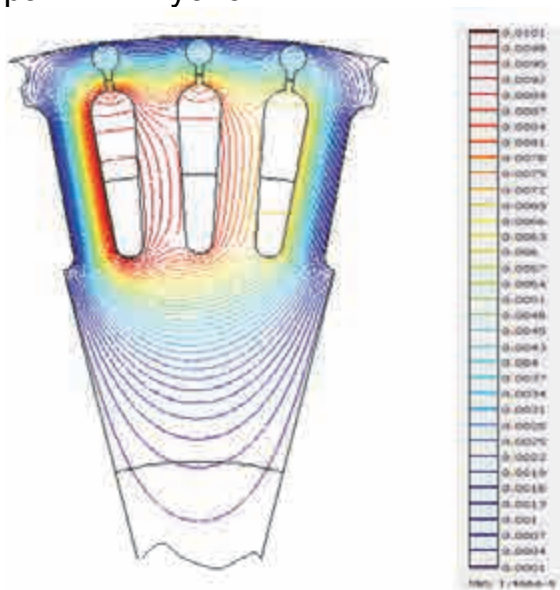


Рис. 2. Геометрическая модель паза ротора двигателя

По результатам моделирования магнитного поля, методом наименьших квадратов, рассчитаны индуктивности слоев L_1 , L_2 , L_3 по следующим зависимостям.

$$\begin{aligned}
 L_1 &= \sum_{i=1}^N \frac{\Psi_{1,i} (i_1 + i_2 + i_3)}{(i_1 + i_2 + i_3)^2} \\
 L_2 &= \sum_{i=1}^N \frac{(\Psi_{1,i} - L_1 \cdot i_1) \cdot (i_2 + i_3)}{(i_2 + i_3)^2}, \\
 L_3 &= \sum_{i=1}^N \frac{(\Psi_{1,i} - L_1 \cdot i_1 - L_2 \cdot i_2) \cdot i_3}{i_3^2}.
 \end{aligned} \tag{4}$$

где N – число экспериментов при одном значении полного тока в пазу ($N=150$).

Результаты экспериментов приведены в табл. 1. Из табл. 1 видно, что среднеквадратическое отклонение потокосцеплений, рассчитанных по (2) и по результатам моделирования, составляет не более 1%.

1. Результаты расчета индуктивностей слоев стержня ротора двигателя ЭДКОФВ315М4

Средняя плотность тока в пазу, А/мм ²	2	6	10	14	18
Полный ток паза, А	443	1328	2213	3098	3984
L_1 , мкГн	3,925	2,070	1,602	1,358	1,192
L_2 , мкГн	9,145	7,285	6,289	5,345	4,649
L_3 , мкГн	11,255	9,396	8,330	7,408	6,643
Oh_1	0,00496	0,00800	0,00843	0,00804	0,00845
Oh_2	0,00575	0,00731	0,00750	0,00732	0,00750
Oh_3	0,00575	0,00731	0,00750	0,00732	0,00750

Погрешность определялась по следующим формулам:

$$\begin{aligned}
 Oh_1 &= \sqrt{\frac{1}{150} \cdot \sum_{i=1}^{150} \left(\frac{\Psi_{1,i} - L_1 \cdot (A_{1,i} \cdot S_1 + A_{2,i} \cdot S_2 + A_{3,i} \cdot S_3)}{\Psi_{1,i}} \right)^2} \\
 Oh_2 &= \sqrt{\frac{1}{150} \cdot \sum_{i=1}^{150} \left(\frac{\Psi_{2,i} - L_1 \cdot A_{1,i} \cdot S_1 - L_2 \cdot (A_{2,i} \cdot S_2 + A_{3,i} \cdot S_3)}{\Psi_{2,i}} \right)^2}
 \end{aligned} \tag{5}$$

$$Oh_3 = \sqrt{\frac{1}{150} \cdot \sum_{i=1}^{150} \left(\frac{\Psi_{3,i} - L_1 \cdot \Delta_{1,i} \cdot S_1 - L_2 \cdot \Delta_{2,i} \cdot S_2 - L_3 \cdot \Delta_{3,i} \cdot S_3}{\Psi_{3,i}} \right)^2}$$

где S_1, S_2, S_3 – сечение слоев.

Анализ зависимости индуктивного сопротивления слоя от тока в пазу показал, что наиболее существенна зависимость индуктивного сопротивления верхнего слоя. ЭДС в этом слое равна:

$$E_1 = -\frac{d\Psi_1}{dt} = -\frac{d\Psi_1}{di_c} \cdot \frac{di_c}{dt}, \quad (6)$$

где $\Psi_1 = L_1 \cdot i_c$ – потокосцепление первого слоя;
 i_c – полный ток в стержне обмотки ротора.

Входящее в (6) соотношение $d\Psi_1/di_c$ имеет размерность индуктивности, назовем его динамической индуктивностью первого слоя. Зависимость

$$\frac{d\Psi_1}{di_c} = L_{1d} = f(i_c), \quad (7)$$

получаем из зависимости $L_1 = f(i_c)$ путем численного дифференцирования.

Представляет интерес сравнить параметры стержня, рассчитанные с использованием схемы замещения в среде *Matlab* и на основе численно полевых расчетов в *COMSOL Multiphysics*. Определение параметров стержня описано в [3]. На рис. 3 и рис. 4 приведена структурная схема *Simulink* модели стержня ротора. Расчет эквивалентных параметров стержня ведется в такой последовательности:

$$I_1 = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i(t)^2 \cdot dt}; \quad P = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) \cdot u(t) dt; \quad R_s = \frac{P}{I_1^2}; \quad Z_s = \frac{U_1}{I_1}; \quad X_s = \sqrt{Z_s^2 - R_s^2}. \quad (8)$$

где I_1 – действующее значение тока в пазу;

T – период питающего напряжения;

P – потери в стержне;

R_s – эквивалентное активное сопротивление стержня;

X_s – эквивалентное индуктивное сопротивление стержня;

Z_s – полное сопротивление стержня.

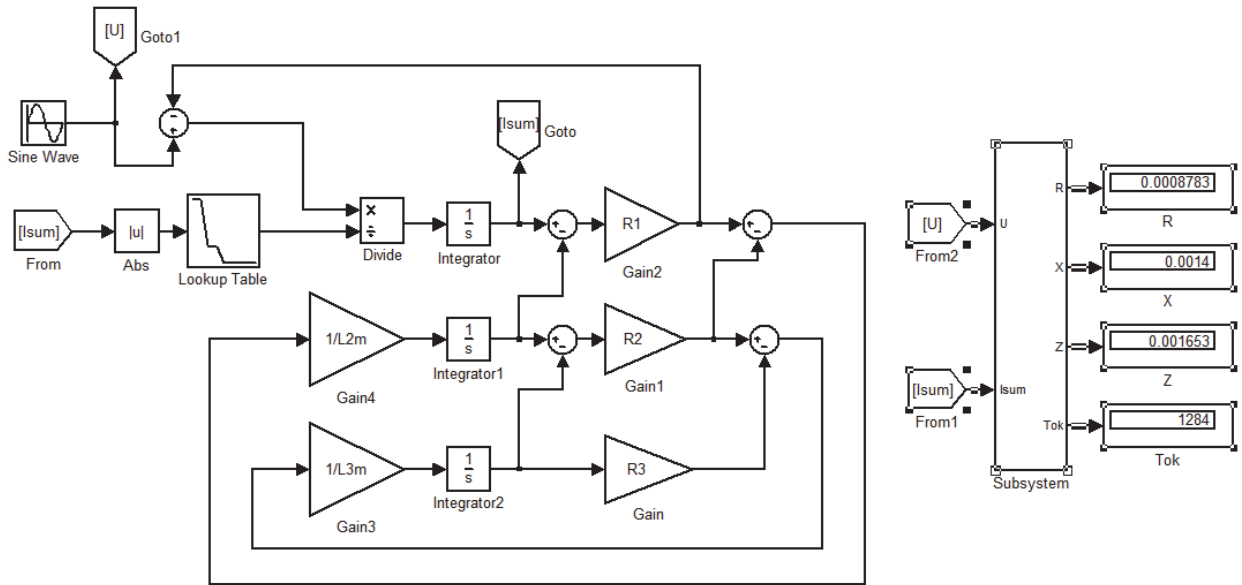


Рис. 3. Структурная схема модели стержня ротора

Расчет параметров по указанной выше последовательности расчетов проводит подсистема, *Simulink*, модель которой приведена на рис. 4.

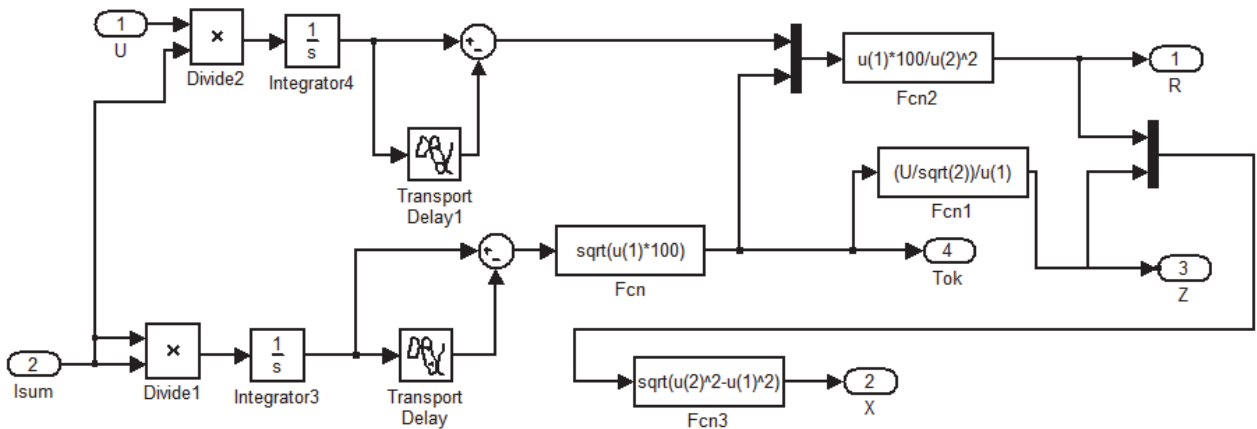


Рис. 4. Схема подсистемы *Simulink* модели для расчета параметров

Были проведены сравнительные испытания, результаты которых сведены в табл. 2 – табл. 4. В таблицах приняты следующие обозначения:

- U – напряжение на стержне, В;
- Δ_c – плотность тока по *Comsol*, A/m^2 ;
- Δ_s – плотность тока по *Simulink*, A/m^2 ;
- R_c – активное сопротивление по *Comsol*, Ом;
- R_s – активное сопротивление по *Simulink*, Ом;
- Oh – ошибка;
- X_c – индуктивное сопротивление по *Comsol*, Ом;
- X_s – индуктивное сопротивление по *Simulink*, Ом

2. Результаты испытаний для стержня двигателя ЭДКОФВ315М4 на частоте 50 Гц

U	1	2	3	4	5
Δ_c	1,34E+06	3,41E+06	5,49E+06	7,78E+06	1,07E+07
Δ_s	1,54E+06	3,46E+06	5,57E+06	7,83E+06	1,00E+07
R_c	1,046E-03	9,909E-04	9,910E-04	9,461E-04	8,293E-04
R_s	9,136E-04	9,144E-04	9,134E-04	9,160E-04	9,133E-04
Oh	13,51	8,03	8,14	3,23	-9,64
X_c	2,147E-03	1,592E-03	1,439E-03	1,344E-03	1,235E-03
X_s	1,857E-03	1,604E-03	1,457E-03	1,352E-03	1,301E-03
Oh	14,50	-0,77	-1,25	-0,61	-5,22

3. Результаты испытаний для стержня двигателя ЭДКОФВ315М4 на частоте 25 Гц

U	0,5	1	1,5	2	2,5
Δ_c	1,09E+06	2,73E+06	4,40E+06	6,23E+06	8,67E+06
Δ_s	1,28E+06	2,76E+06	4,44E+06	6,17E+06	7,92E+06
R_c	5,087E-04	5,116E-04	5,120E-04	4,934E-04	4,423E-04
R_s	4,985E-04	4,995E-04	5,006E-04	5,004E-04	4,998E-04
Oh	2,02	2,39	2,25	-1,42	-12,19
X_c	1,373E-03	1,052E-03	9,612E-04	8,995E-04	8,084E-04
X_s	1,144E-03	1,044E-03	9,575E-04	9,071E-04	8,754E-04
Oh	18,20	0,77	0,38	-0,84	-7,96

4. Результаты испытаний для стержня двигателя ЭДКОФВ315М4 на частоте 5 Гц

U	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
Δ_c	1,20E+06	2,51E+06	3,83E+06	5,17E+06	6,55E+06
Δ_s	1,24E+06	2,51E+06	3,82E+06	5,14E+06	6,46E+06
R_c	2,237E-04	2,239E-04	2,239E-04	2,236E-04	2,232E-04
R_s	2,240E-04	2,240E-04	2,240E-04	2,240E-04	2,240E-04
Oh	-0,12	-0,05	-0,06	-0,18	-0,38
X_c	1,459E-04	1,204E-04	1,116E-04	1,056E-04	9,834E-05
X_s	1,293E-04	1,209E-04	1,133E-04	1,083E-04	1,049E-04
Oh	12,05	-0,44	-1,53	-2,52	-6,47

Наибольшее расхождение наблюдается при частоте 50 Гц для активного сопротивления. Это связано с тем что, разбив паз на три части и приняв плотность тока в слоях одинаковой по всей высоте слоя, мы недостаточно точно учитываем эффект вытеснения тока. Если необходимо повысить точность расчетов, рекомендуется увеличить число слоев, на которые разбивается паз ротора. Но при этом следует помнить, что при увеличении числа слоев значительно возрастает время расчета, поэтому при составлении модели был рассмотрен паз ротора как трехслойный.

Для модели используем блок *Asynchronous Machine* (Асинхронная машина), который входит в состав *SimPowerSystems* пакета расширения

Simulink. Для учета изменения параметров стержня настраиваем ее как для двигателя с фазным ротором: в цепь ротора включаем сопротивление, структурная схема модели которых показана на рис. 3.

Для оценки точности предлагаемой модели были определены механическая и токовая характеристики двигателя при его пуске (табл. 5)

5. Механическая и токовая характеристики двигателя

n_2 , об/мин.	0	300	750	1200	1350
M_2 , Н·м	2548	2498	2647	3267	2906
I_1 , А.	1056,0	1023,3	960,4	761,6	516,8

Оценка адекватности математической модели проводилась путем сравнения данных модели с данными пусковых характеристик, определенными экспериментально. С этой целью, в испытательной лаборатории ОДО "ПЭМЗ им. К. Маркса" были проведены стендовые испытания двигателя ЭДКОФВ315М4 заводской номер № 70134, результаты которых приведены в табл. 6.

6. Данные экспериментальных испытаний двигателя

Название характеристики	Источник данных		
	Каталог	Протокол стендовых испытаний	
	О. е.	Физические единицы	О. е.
Пусковой ток	7	1194 А	6,8
Пусковой момент	2,5	2882 Н·м	2,8
Максимальный момент	3,0	2870 Н·м	2,8

Примечание. Номинальный ток – 175 А, номинальный момент – 1030 Н·м

Выводы

Анализ приведенных результатов показывает, что предложенная математическая модель на основе численно-полевых расчетов параметров ротора с учетом геометрии зубцовой зоны позволяет учесть эффект вытеснения тока, насыщение магнитной цепи и обеспечивает приемлемую точность расчетов, что позволяет использовать ее при исследовании динамических режимов асинхронного двигателя.

Список литературы

1. Мельник А. А., Численное моделирование процесса частотного пуска асинхронного двигателя с учетом эффекта вытеснения тока в стержнях ротора в среде Matlab. / А. А. Мельник // Вестник КДПУ имени Михаила Остроградского. 4/2008 № 51, ч. 2. – С. 78–82.
2. Копылов И.П. Проектирование электрических машин// учеб. пособие для вузов. / [И. П. Копылов и др. ; под ред. И. П. Копылова]. – М. : Энергия, 1980. – 496 с.
3. Худобин К. В. Определение параметров стержня короткозамкнутой обмотки ротора асинхронных машин с помощью полевых расчетов / К. В. Худобин, И. А. Цодик // Сборник научных трудов ДонГТУ. – 2012. – № 36. – С. 425–429.

СИНТЕЗ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА З УРАХУВАННЯМ ГЕОМЕТРІЇ ЗУБЦОВОЇ ЗОНИ РОТОРА

М. М. Заблодський, К. В. Худобін

Анотація. Запропоновано математичну модель асинхронного двигуна, в основу якої закладено вдосконалений спосіб розбивання стрижня по висоті на шари, що дозволяє врахувати ефект витіснення струму та насиченість магнітного кола. Наведено результати реалізації моделі в структурних блоках пакета Matlab/Simulink та їх оцінка шляхом порівняння з результатами стендових випробувань двигуна.

Ключові слова: асинхронний двигун, математична модель, ефект витіснення струму, насиченість магнітного кола, стендові випробування

SYNTHESIS OF A MATHEMATICAL MODEL OF THE INDUCTION MOTOR BASED ON THE GEOMETRY OF THE TOOTH ROTOR ZONE

N. Zablodskiy, K. Khudobin

Annotation. A mathematical model of the induction motor, based on numerical - field calculation, which is based on an improved method of partitioning the rod height into layers, what allow to count current displacement effect, the saturation of the magnetic circuit. This approach modeled in the programs Matlab / Simulink and results of the mathematics model has being compared with the results of bench tests EDKOFV315M4 engine.

Key words: induction motor, mathematical model, the current displacement effect, the saturation of the magnetic circuit, bench tests