

**ВПЛИВ П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНОГО ЕФЕКТУ
НА ПОШИРЕННЯ ХВИЛЬ ЛЕМБА
У ПЛАСТИНАХ КРИСТАЛІВ КЛАСУ δ_{mm}**

***П. П. Ільїн, кандидат фізико-математичних наук
e-mail: p_ilyin@ukr.net***

Анотація. *Наведено результати теоретичного дослідження впливу п'єзоелектричного ефекту на поширення хвиль Лемба в пластинах кристалів класу δ_{mm} поблизу критичних частот. Встановлено, що через наявність п'єзоелектричного ефекту деякі моди Лемба можуть мати протилежні напрями фазових та групових швидкостей (має місце явище «зворотної хвилі»).*

Ключові слова: *хвилі Лемба, п'єзоелектричний ефект, зворотні хвилі.*

Для неруйнівного дослідження новітніх матеріалів, які одержують у вигляді тонких шарів або пластин, широко застосовуються ультразвукові хвилі Лемба [13]. Параметри цих хвиль істотно залежать від пружних властивостей матеріалу, особливо поблизу критичних частот, де спостерігається сильна частотна дисперсія швидкостей хвиль. Однак, якщо шар речовини, в якому розповсюджується хвиля Лемба, має п'єзоелектричні властивості, то їх вплив на фазову швидкість хвилі зростає при наближенні до критичних частот [4].

Мета досліджень – вивчення впливу п'єзоелектричного ефекту на властивості хвиль Лемба поблизу критичних частот симетричних та антисиметричних мод, зокрема на їх дисперсію, в кристалах симетрії δ_{mm} .

Матеріали та методика досліджень. Розглядалося розповсюдження хвиль Лемба в напрямі осі шостого порядку в пластинах кристалів симетрії δ_{mm} за наявності п'єзоелектричного ефекту. Для такого випадку дисперсійні рівняння, які описують хвилі Лемба, було одержано у праці [5]. Ці рівняння є трансцендентні й для довільних випадків їх можна розв'язувати лише чисельними методами.

У даній роботі розв'язання цих рівнянь проводилося поблизу критичних частот аналітичними методами, наближено. Використовувався той факт, що при наближенні до критичної частоти фазова швидкість відповідної моди Лемба прямує до нескінченності, а хвильове число k в цій частотній області прямує до нуля. Це дало можливість розкласти тригонометричні функції, що входять у дисперсійні рівняння, у ряд Тейлора в околі критичних частот Ω_c і одержати наближені дисперсійні рівняння, які дають зв'язок між безрозмірним хвильовим числом $q = kd$ та безрозмірною частотою Ω .

Розглядалися хвилі з циклічною частотою ω , що розповсюджуються в пластині кристалу завтовшки $2d$ з діелектричними, п'єзоелектричними та пружними сталими відповідно ε_{ij} , e_{ij} , c_{ij} . Для випадків $q \ll 1$ коефіцієнти при q та q^2 обчислювалися з точністю до членів, пропорційних квадрату коефіцієнта електромеханічного зв'язку K^2 . Для спрощення аналізу приймалося $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{33}$, що практично виконується в кристалах класу 6_{mm} [6]. Для визначеності фазова швидкість хвиль вважалася додатною величиною, тобто приймалося, що $q > 0$.

Результати досліджень. Було одержано наведені нижче наближені дисперсійні рівняння.

Для антисиметричних (a) мод, які народжуються на критичних частотах $\Omega_{cat} = (n - \frac{1}{2})\pi\sqrt{1 + K^2}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$ – ціле число) як поперечні (t) хвилі:

$$\Omega - \Omega_{cat} = \frac{1}{\Omega_{cat}} \left(Pq^2 - K^2 \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{11}} q \right), \quad (1)$$

де $\Omega = \frac{\omega d}{v_t}$ – безрозмірна частота,

$$v_t = \sqrt{\frac{c_{44}}{\rho}} \text{ – швидкість об'ємних поперечних хвиль;}$$

ρ – густина матеріалу пластини;

$$P = \frac{c}{2} - \frac{(1+b)^2}{2(a-1)} + \frac{Y}{\Omega_{cat}\sqrt{a}} \operatorname{ctg}\left(\frac{\Omega_{cat}}{\sqrt{a}}\right);$$

$$Y = \left[\frac{(1+K^2)(a+b)}{a-1} \right]^2; \quad a = \frac{c_{11}}{c_{44}}; \quad b = \frac{c_{12}}{c_{44}}; \quad c = \frac{c_{33}}{c_{44}}; \quad K^2 = \frac{e_{15}^2}{\varepsilon_{11}c_{44}}.$$

Для симетричних (s) мод, які народжуються на критичних частотах $\Omega_{csl} = (n - \frac{1}{2})\pi\sqrt{a}$ як поздовжні (l) хвилі:

$$\Omega - \Omega_{csl} = \frac{1}{\Omega_{csl}} \left(Rq^2 - GK^2 \frac{q}{q + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{11}}} \right) \quad (2)$$

де

$$R = \frac{1}{2} + \frac{(1+b)^2}{2(a-1)} + K^2 \frac{[(a+b+r)(1+r) - at]}{2(a-1)} + \frac{Y}{\Omega_{csl} \sqrt{1+K^2}} \operatorname{ctg}\left(\frac{\Omega_{csl}}{\sqrt{1+K^2}}\right)$$

$$G = r \frac{(1+b)(a+b) + (at+r+r^2)(a-1)}{(a-1)[(a-1)r + a+b]} \quad ; \quad r = \frac{e_{31}}{e_{15}} \quad t = \frac{e_{33}}{e_{15}} .$$

Наближені рівняння для антисиметричних мод, які народжуються на критичних частотах $\Omega_{cal} = n\pi\sqrt{a}$ як поздовжні хвилі:

$$\Omega - \Omega_{cal} = \frac{1}{\Omega_{cal}} Qq^2 \quad , \quad (3)$$

де

$$Q = \frac{1}{2} + \frac{(1+b)^2}{2(a-1)} - K^2 \frac{(1+3r)(a+b) - r - r^2 - at}{a-1} - \frac{Y}{\Omega_{cal} \sqrt{1+K^2}} \operatorname{tg}\left(\frac{\Omega_{cal}}{\sqrt{1+K^2}}\right) ,$$

та для симетричних мод, які народжуються на критичних частотах $\Omega_{cst} = n\pi\sqrt{1+K^2}$ як поперечні хвилі:

$$\Omega - \Omega_{cst} = \frac{1}{\Omega_{cst}} Sq^2 \quad (4)$$

$$\text{де } S = \frac{c}{2} + \frac{(1+b)^2}{2(a-1)} - \frac{Y}{\Omega_{cst} \sqrt{a}} \operatorname{tg}\left(\frac{\Omega_{cst}}{\sqrt{a}}\right) .$$

Рівняння (3) та (4) описують хвилі, дисперсійні властивості яких в області, що розглядається, якісно не залежать від наявності п'єзоелектричного ефекту.

У п'єзоелектричних матеріалах (при $K^2 \neq 0$) рівняння (1) та (2) описують хвилі, які існують при частотах менших за критичну і мають протилежно спрямовані фазову $v = \frac{\omega}{k} = \frac{\Omega}{q}$ та групову $v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{\partial \Omega}{\partial q} v_t$ швидкості. Такі хвилі називають «зворотними хвилями» [7]. Про можливість існування зворотних пружних хвиль Лемба в пластинах ідеальних пружних ізотропних матеріалів вперше повідомлялося у праці [8]. У праці [9] було доведено, що наявність п'єзоелектричного ефекту робить можливим існування в пластинах кристалів класу δ_{mm} зворотних поперечних пружних хвиль. Про можливість виникнення саме під впливом п'єзоелектричного ефекту зворотних хвиль Лемба в пластинах гексагональних кристалів раніше не повідомлялося.

Наприклад, з рівняння (1) одержуємо:

$$v_g = \frac{\partial \Omega}{\partial q} v_t = \frac{v_t}{\Omega_{cat}} (2Pq - K^2 \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{11}}) \quad (5)$$

Видно, що у випадку $P > 0$ при достатньо малих значеннях безрозмірного хвильового числа q , а саме: при $0 \leq q < \frac{K^2 \varepsilon_0}{2P \varepsilon_{11}}$, залежність $\Omega(q)$ проходитиме у частотній області $\Omega < \Omega_c$, при цьому групова швидкість хвилі буде від'ємною. Тобто пружна хвиля буде мати протилежні напрями фазової та групової швидкостей. Такі самі властивості мають хвилі, що описуються рівнянням (2) при $R > 0$ у випадку, коли $q \ll \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{11}}$ і у знаменнику можна нехтувати q .

За відсутності п'єзоелектричного ефекту ($K^2 = 0$) рівняння (1) та (2) описують хвилі зі звичайною дисперсією.

Оскільки напрям перенесення енергії хвилями співпадає з напрямом групової швидкості, насправді слід розглядати хвилі, які переносять енергію від джерела пружних хвиль і тому мають додатну групову швидкість. Тоді в певних інтервалах частот деякі моди Лемба матимуть від'ємну фазову швидкість, тобто спрямовану до джерела хвиль.

Висновки

Одержані наближені дисперсійні рівняння для хвиль Лемба в пластинах кристалів класу δ_{mm} , які вперше дозволили їх наближене розв'язання аналітичними методами. Доведено, що існування поблизу критичних частот деяких мод Лемба такого незвичного явища, як «зворотні хвилі» (з протилежно спрямованими фазовою та груповою швидкостями) у деяких випадках можливе лише внаслідок наявності п'єзоелектричного

ефекту у матеріалі пластини. Через сильну частотну дисперсію такі хвилі мають бути дуже чутливими до властивостей матеріалу пластини.

Список літератури

1. Wang L. Group velocity and characteristic wave curves of Lamb waves in composites: Modeling and experiments [Text] / L. Wang, F.G. Yuan // Composites Science and Technology. – 2007. – 67. – P. 1370–1384.
2. Demčenko A. Calculation of Lamb waves dispersion curves in multi-layered planar structures [Text] / A. Demčenko, L. Mañeika // Ultragarsas.– 2002. – V. 44, N 3. – P.15–17.
3. Кузнецов С. В. Волны Лэмба в анизотропных пластинах (обзор) / С. В. Кузнецов // Акустический журнал. – 2014. –Т. 60, № 1. – С. 90–100.
4. Бурдакова А. В. Влияние пьезоэффекта на распространение волн Лэмба в кристаллах CdS, CdSe и ZnO / А. В. Бурдакова, И. Я. Кучеров, В. М. Перга // Украинский физический журнал. – 1973. – Т.18, № 6. – С. 965–972.
5. Коцаренко Н. Я. Электронное затухание и усиление волн Лэмба в пьезополупроводниках / Н. Я. Коцаренко, И. Я. Кучеров, И. В. Островский [и др.] // Украинский физический журнал. – 1971. – Т.16, № 10. – С. 1707–1716.
6. Акустические кристаллы : справочник / [Блистанов А. А., Бондаренко В. С., Переломова Н. В. И др.] ; под. ред. М. П. Шаскольской. – М. : Наука, 1982. – 692 с.
7. Гринченко В. Т. Гармонические колебания и волны в упругих телах / В. Т. Гринченко, В. В. Мелешко. – К. : Наук. думка, 1981. – 284 с.
8. Tolstoy I. Wave propagation in elastic plates: low and high mode dispersion [Text] / I. Tolstoy, E. Usdin // The Journal of the Acoustical Society of America. – 1957. – Vol. 29, N 1. – P. 37–42.
9. Бурлий П. В. О возможности существования поперечных обратных волн в пластинах / П. В. Бурлий, П. П. Ильин, И. Я. Кучеров // Письма в журнал технической физики. –1982. – Т. 8, вып. 9. – С. 568–571.

ВЛИЯНИЕ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН ЛЭМБА В ПЛАСТИНАХ КРИСТАЛЛОВ КЛАССА 6_{mm}

П. П. Ильин

Аннотация. *Приведены результаты теоретического исследования влияния пьезоэлектрического эффекта на распространение волн Лэмба в пластинах кристаллов класса 6_{mm} вблизи критических частот. Установлено, что из-за наличия пьезоэлектрического эффекта некоторые моды Лэмба могут иметь противоположные направления фазовых и групповых скоростей (имеет место явление «обратной волны»).*

Ключевые слова: *волны Лэмба, пьезоэлектрический эффект, обратные волны*

INFLUENCE OF PIEZOELECTRIC EFFECT ON THE PROPAGATION OF LAMB WAVES IN PLATES OF THE CLASS 6_{mm} CRYSTALS

P. Ilyin

Annotation. *The results of theoretical investigation of piezoelectric effect influence on propagation of Lamb waves in plates of the class 6_{mm} crystals near cutoff frequencies are presented. It has been found that due to piezoelectric effect presence some Lamb modes can have opposite directions of phase and group velocities (the phenomenon of backward wave).*

Key words: *Lamb waves, piezoelectric effect, backward waves*

УДК 62 - 83 : 621. 313. 333

ОСОБЛИВОСТІ ВИГОТОВЛЕННЯ ОБМОТКИ СТАТОРА КОМПЕНСОВАНОГО АСИНХРОННОГО ДВИГУНА

*P. M. Чуєнко, кандидат технічних наук
e-mail: roman_chuenko@ukr.net*

Анотація. *Розглянуто особливості виготовлення обмоток статора асинхронних двигунів із використанням внутрішньої ємнісної компенсації реактивної потужності.*

Ключові слова: *асинхронний двигун, обмотка статора, обмоткові дані, напрям обертання*

Щорічно в агропромисловому комплексі України близько 20% парку асинхронних електродвигунів (АД) підлягають капітальному ремонту [6]. Під час його проведення є можливість здійснити модернізацію асинхронних електродвигунів із використанням внутрішньої ємнісної компенсації реактивної потужності (ВЄКРП) з метою поліпшення їх техніко-економічних показників [2].

Мета досліджень – розглянути особливості виготовлення обмоток статора асинхронних двигунів під час їх модернізації із застосуванням ВЄКРП.

Матеріали та методика досліджень. Згідно з класифікацією, прийнятою у [1], обмотки статора базових машин серій 4А та АІ поділяються на такі основні види: 01 – одношарова концентрична; 02 – одношарова "врозвалку"; 03 – двошарова петльова рівносекційна.

Саме такі види обмоток рекомендуються для модернізації з використанням внутрішньої ємнісної компенсації реактивної потужності.

Будь-яку з обмоток, рекомендованих для модернізації, можна розділити на дві рівні частини з виведенням на клемний щиток

© P. M. Чуєнко, 2016