УДК 539.3

ЗАСТОСУВАННЯ В АВТОМАТИЦІ ПІДКРІПЛЕНИХ ЕЛІПСОЇДАЛЬНИХ ОБОЛОНОК ПІД ДІЄЮ НЕСТАЦІОНАРНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Н. В. Майбородіна, кандидат фізико-математичних наук
В. П. Герасименко, асистент
ВП НУБіП України "Ніжинський агротехнічний інститут"
e-mail: nni.elektrik@gmail.com

Анотація. *Подано постановку задач про вимушені коливання підкріплених еліпсоїдальних оболонок під дією нестаціонарного навантаження, побудовано чисельний алгоритм, наведено аналіз результатів розрахунків.*

Ключові слова: ***підкріплені еліпсоїдальні оболонки, геометрично нелінійна теорія, нестаціонарне навантаження***

Тонкостінні конструкції оболонкового типу становлять широкий клас об'єктів, які використовуються в сучасній автоматиці, радіоелектротехніці, радіолокації, гіроскопії та інших галузях сучасної техніки. Форма деталей радіоапаратів та автоматичних пристроїв, дзеркала, випромінювачі антен і лазерів можуть мати форму еліпсоїдальної оболонки. Найбільш дослідженими є задачі про гармонічні коливання підкріплених оболонок простої геометрії (циліндричні, конічні, сферичні) [1]. Потреби теорії та сучасної техніки, потребують розширення класу досліджуваних задач, зокрема, дослідження динамічної поведінки підкріплених оболонок більш складної геометрії [2, 4].

Мета досліджень – проаналізувати задачу про вимушені коливання дискретно підкріпленої поперечними ребрами еліпсоїдальної оболонки під дією нестаціонарного розподіленого навантаження.

Матеріали та методика досліджень. Складність розв'язання аналітичними методами задач для оболонок складної форми, потребує застосування чисельних підходів [3].

Оболонка постійної товщини h віднесена до гаусевої криволінійної системи координат α_1, α_2. Процеси вимушених коливань еліпсоїдальної оболонки розглядаються в межах гіперболічної системи нелінійних диференціальних рівнянь теорії оболонок типу Тимошенка. Для деформацій і напружень використовується геометрично нелінійний варіант теорії оболонок типу Тимошенка в квадратичному наближенні [2].

При побудові математичної моделі деформування j-го підкріплюючого ребра, спрямованого вздовж осі α_2 будемо виходити з гіпотези недеформованості поперечного перерізу підкріплюючого елемента. Деформаційні співвідношення для j-го підкріплюючого ребра задано в

© Н. В. Майбородіна, В. П. Герасименко, 2016

межах геометрично нелінійного варіанта теорії стержнів типу Тимошенка в квадратичному наближенні. Умови жорсткого контакту між компонентами вектора переміщень центру ваги поперечного перерізу j-го ребра та компонентами узагальненого вектора переміщення серединної поверхні [2].

Рівняння коливань у гладкій області та рівняння коливань на j-й лінії розриву мають вигляд [2]. Розглядаються граничні умови для вільно опертого краю в напрямку координати α_2: $T_{11}=0$, $T_{12}=0$, $U_3=0$, $M_{11}=0$, $M_{12}=0$ та для жорстко защемленого краю в напрямку координати α_1: $\overline{U}(\alpha_{10},\alpha_2)=\overline{U}(\alpha_{1N},\alpha_2)=0$; $\overline{U}(\alpha_1,\alpha_{20})=\overline{U}(\alpha_1,\alpha_{2N})=0$.

Рівняння коливань являють собою систему нелінійних диференціальних рівнянь у частинних похідних по змінних s_1, s_2, t за наявності просторових розривів по координаті s_2 . Чисельний алгоритм: шукається розв'язок у гладкій області еліпсоїдальної оболонки й на лініях просторових розривів. Застосовується інтегроінтерполяційний метод побудови різницевих схем по просторових координатах та явна скінченно-різницева апроксимація по часовій координаті. Перехід від неперервної системи до скінченно-різницевої: скінченно-різницева апроксимація рівнянь у зусиллях – моментах і деформаціях [2].

При дослідженні умов стійкості різницевих рівнянь використовуються умова $\Delta t \le 2/\omega$, де $\omega=\max(\omega_0,\omega_j)$, $j=1,2,...,J$ – максимальні частоти власних коливань відповідно обшивки та j-го підкріплюючого елемента.

Результати досліджень. Розглянуто задачу вимушених коливань поперечно підкріпленої частини еліпсоїдальної оболонки $D=\{\alpha_{10}\le\alpha_1\le\alpha_{1N},\ \alpha_{20}\le\alpha_2\le\alpha_{2N}\}$. На підкріплену оболонку діє розподілене нормальне навантаження $P_3(\alpha_1,\alpha_2,t)=A\cdot\sin\frac{\pi t}{T}[\eta(t)-\eta(t-T)]$, де A – амплітуда навантаження, T – тривалість навантаження. У розрахунках: $A=10^6\ Па$; $T=50\cdot10^{-6}c$. Умови при $t=0$ для узагальненого вектора переміщень нульові.

Геометричні параметри конструкції:

$$\alpha_{10}=\frac{\pi}{12},\quad \alpha_{1N}=\pi-\frac{\pi}{12},\quad \alpha_{20}=-\frac{\pi}{2},\quad \alpha_{2N}=\frac{\pi}{12},\quad \frac{a}{h}=60,\quad h_j=4\cdot h,$$

$F_j=4\cdot h^2$.

Поперечно підкріплюючі елементи розміщувалися вздовж координати α_2 в перерізах $\alpha_{1j}=\frac{7}{24}\pi+\frac{5}{24}\pi\cdot j$, $j=0,1,2$.

Фізико-механічні параметри конструкції:

$$E_1=210\,ГПа,\qquad E_2=\mu E_1,\qquad G_{12}=\lambda E_1,\qquad G_{13}=G_{23}=E_1/d,$$

$\rho=2{,}7\cdot10^3\ кг/м^3$.

При цьому, λ, μ, ν_{12} приймають значення:

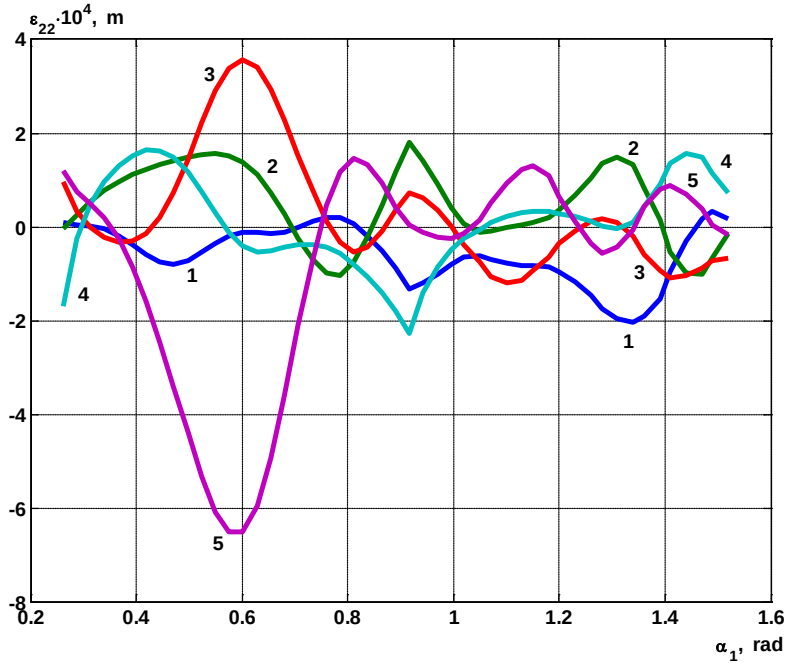
1. $\mu = 2;\ \lambda = 0{,}3;\ \nu_{12} = 0{,}075$; 2. $\mu = 1{,}35;\ \lambda = 0{,}215;\ \nu_{12} = 0{,}122$;

3. $\mu = 1;\ \lambda = 0{,}385;\ \nu_{12} = 0{,}3$; 4. $\mu = 0{,}741;\ \lambda = 0{,}159;\ \nu_{12} = 0{,}165$;

5. $\mu = 0{,}5;\ \lambda = 0{,}125;\ \nu_{12} = 0{,}15$.

Фізико-механічні параметри ребер: $E_j = E_2$, $G_j = G_{12}$, $\rho_j = \rho$.

Розрахунки проводилися на часовому інтервалі $t = 40T$. На рис. 1 приведено криві для величини ε_{22} в момент часу $t = 8T$ для вищенаведених п'яти випадків значень параметрів μ, λ, ν_{12} (з огляду на симетрію, приводяться залежності по координаті α_1 в діапазоні $\pi/12 \le \alpha_1 \le \pi/2$). Розглядався час досягнення величиною ε_{22} максимального значення по модулю. З приведеного графічного матеріалу можна візуально визначити місця розміщення підкріплюючих ребер та їх вплив на деформований стан структури.



Залежність величини ε_{22} від просторової координати α_1 у перерізі $\alpha_2 = 0$

Для третього варіанта (випадок ізотропії) графік ε_{22} наближається до графіка другого варіанта. Це означає, що другий варіант ортотропії відповідає ізотропному випадку. Величина максимальної деформації по модулю для п'ятого варіанта приймає значення $6{,}5$, а для третього ізотропного варіанта $3{,}6$, що приблизно в 2 рази більше.

Висновки

Отже, розглянуті фізико-механічні параметри значно впливають на деформований стан дискретно підкріплених еліпсоїдальних ортотропних оболонок під дією нестаціонарного навантаження.

Список літератури

1. Свободные колебания элементов оболочечных конструкций / [Григоренко Я. М., Беспалова Е. И., Китайгородский А. Б., Шинкарь А. И.]. – К. : Наук. думка, 1986. – 172 с.

2. Мейш В. Ф. К расчету неосесимметричных колебаний дискретно подкрепленных поперечными ребрами гибких эллипсоидальных оболочек при нестационарных нагрузках / В. Ф. Мейш, Н. В. Майбородина // Прикл. механика. – 2008. – № 10. – С. 63–73.

3. Самарский А. А. Теория разностных схем / А. А. Самарский. – М. : Наука, 1977. – 656 с.

4. Mohamad S. Q. Recent research advances in the dynamic behavior of shells: 1989–2000, Part 2: Homogeneous shells // Appl. Mech. Rev. – September 2002. – Volume 55, Issue 5. P. 415–435.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ В АВТОМАТИКЕ ПОДКРЕПЛЕННЫХ ЭЛЛИПСОИДАЛЬНЫХ ОБОЛОЧЕК ПОД ДЕЙСТВИЕМ НЕСТАЦИОНАРНОЙ НАГРУЗКИ

Н. В. Майбородина, В. А. Герасименко

Аннотация. *Представлена постановка задач о вынужденных колебаниях подкрепленных эллипсоидальных оболочек под действием нестационарной нагрузки, построен численный алгоритм, приведен анализ результатов.*

Ключевые слова: ***подкрепленная эллипсоидальная оболочка, геометрически нелинейная теория, нестационарная нагрузка***

USE IN AUTOMATION SUPPORTED ELLIPSOIDAL SHELLS UNDER NONSTATIONARY LOAD

N. Mayborodina, V. Gerasymenko

Annotation. *The statement of problems of forced vibrations of supported ellipsoidal shells under nonstationary loads is presented. The numerical algorithm of solving is constructed and analysis of obtained results is given.*

Key word: ***supported ellipsoidal shells, geometrically nonlinear theory, nonstationary load***