

дифференциальных уравнений с переменной структурой, зависящих от параметров. Рассмотрены динамические ограничения на функции чувствительности линейного и нелинейного типов. Анализ и оценку начальной области для функций чувствительности осуществлено с помощью алгоритмов устойчивости.

Ключевые слова: чувствительность, оптимизация, системы с переменной структурой, точки переключения, параметры, функции чувствительности.

SENSITIVITY OF DYNAMIC SYSTEMS WITH VARIABLE STRUCTURE AND OPTIMIZATION

L. Pantaliyenko

Annotation. *The algorithms solve optimization problems and a guaranteed limited sensitivity for systems of differential equations with variable structure dependent parameters. Considered dynamic limits on sensitivity functions linear and nonlinear types. Analysis and evaluation of the initial area for sensitivity functions performed by using the algorithms stability.*

Keywords: *sensitivity, optimization, systems with variable structure, the switching point settings, the sensitivity function*

УДК 535.3

ДІЕЛЕКТРИЧНІ ВТРАТИ В МАТРИЧНИХ ДИСПЕРСНИХ СИСТЕМАХ ІЗ ДВОШАРОВИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ В НАБЛИЖЕННІ МАКСВЕЛЛ-ГАРНЕТТА

С. В. ШОСТАК, кандидат фізико-математичних наук, доцент
**Національний університет біоресурсів
і природокористування України**
e-mail: shostakserg@ukr.net

Анотація. *Розраховано діелектричні втрати в матричних дисперсних системах із двошаровими кульовими включеннями. В наближенні Максвелл-Гарнетта проведено детальний аналіз залежностей ефективної діелектричної проникності як від частоти зовнішнього поля, так і від параметрів системи.*

Ключові слова: *діелектричні втрати, матричні дисперсні системи, ефективна діелектрична проникність*

Дослідженню діелектричних втрат (ДВ) в матричних дисперсних системах (МДС) присвячена значна кількість робіт [1-4]. В деяких з них

досліджено частотні залежності дійсної та уявної частини ефективної діелектричної проникності таких систем в залежності від їх фізико-хімічних параметрів, причому в основному вивчалися (МДС) із діелектричною матрицею з включеннями різної форми та природи.

Основною задачею по знаходженню ДВ в МДС є розрахунок частотної залежності уявної частини ефективної діелектричної проникності $\text{Im} \tilde{\epsilon}(\omega)$ в таких системах з урахуванням їх складу і структури та подальше обчислення величини ДВ за формулою:

$$W = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega \left[\tilde{\epsilon}''(\omega) |\mathbf{E}_\omega|^2 + \tilde{\mu}''(\omega) |\mathbf{H}_\omega|^2 \right] \cdot d\omega, \quad (1)$$

де \mathbf{E}_ω і \mathbf{H}_ω - Фур'є компоненти зовнішніх полів $\mathbf{E}(r,t)$ і $\mathbf{H}(r,t)$, а $\tilde{\epsilon}''$ і $\tilde{\mu}''$ - відповідно уявні частини ефективних діелектричної та магнітної проникності МДС.

Мета досліджень – розрахунок частотних залежностей ефективної діелектричної проникності для МДС із двошаровими кульовими включеннями із провідною анізотропною плівкою.

Матеріали та методика досліджень. У роботі були використані механізми і закономірності поглинання та розсіювання електромагнітного випромінювання з двошаровими кульовими включеннями.

Результати досліджень. Методи розрахунку поглинання електромагнітного випромінювання (ЕМВ) в матричних дисперсних системах (МДС) з багатошаровими включеннями (в нашому випадку двошарові) ми продемонструємо на наступній модельній системі [5]: двошарові сферичні частинки SiO_2 (радіусу r) з плівкою адсорбованої води товщиною $h = R - r$, розміщені в матриці з діелектричною проникністю ϵ_1 (Рис.1).

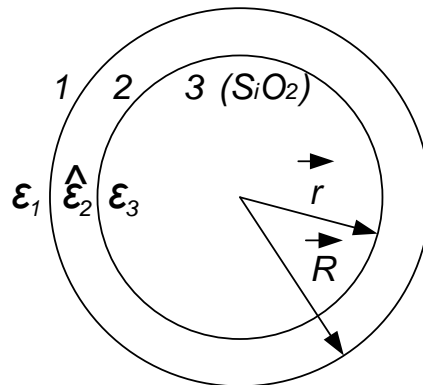


Рис.1. Модель неоднорідної кулі, покритої адсорбованою плівкою з тензором діелектричної проникності

Діелектрична проникність $\text{SiO}_2 - \epsilon_3$ (в подальшому ϵ_3 вибиралась рівною 1,5), концентрація включень N , а діелектрична проникність плівки має вид тензора:

$$\hat{\epsilon}_2 = \begin{pmatrix} \epsilon_n, 0, 0 \\ 0, \epsilon_t, 0 \\ 0, 0, \epsilon_t \end{pmatrix}, \quad (2)$$

де ε_n і ε_t - відповідно нормальна і тангенціальна складові компоненти тензора діелектричної проникності адсорбованої води.

Такий вид тензора було взято з роботи [6]. Його конкретний вид ε_n і ε_t буде приведено нижче. В цьому розділі ми введемо більш прості позначення: всі комплексні діелектричні проникності будемо писати без зірочки зверху; ε^* позначимо як $\tilde{\varepsilon}$.

Відомо, що поглинання ЕМВ в системах подібного типу добре визначається уявною частиною ефективної діелектричної проникності системи. Оскільки ми розглядаємо низькочастотну область поглинання ЕМВ (де $\lambda \gg R$, λ - довжина хвилі випромінювання), то в даному випадку для розрахунку $\tilde{\varepsilon}(\omega)$ з великою точністю може бути використано наближення Максвелл-Гарнетта, яке для даної моделі запишеться в наступному вигляді:

$$\frac{\tilde{\varepsilon}(\omega) - \varepsilon_1}{\tilde{\varepsilon}(\omega) + 2\varepsilon_1} = \frac{4}{3} \pi N \alpha(\omega), \quad (3)$$

де $\alpha(\omega)$ - поляризованість неоднорідної двошарової кулі радіусу R в зовнішньому полі. За виконання умови $\lambda \gg R$, вираз для $\alpha(\omega)$ має вигляд [15]:

$$\alpha = R^3 \frac{[(s+1)\varepsilon_n + \varepsilon_3][s\varepsilon_n - \varepsilon_1]q^{2s+1} + [\varepsilon_3 - s\varepsilon_n][\varepsilon_1 + (s+1)\varepsilon_n]}{[\varepsilon_3 + (s+1)\varepsilon_n][2\varepsilon_1 + s\varepsilon_n]q^{2s+1} + [2\varepsilon_1] - (s+1)\varepsilon[s\varepsilon_n - \varepsilon_3]}, \quad (4)$$

$$\text{де } s = \left(2\varepsilon_t / \varepsilon_n + \frac{1}{4}\right)^{1/2} - \frac{1}{2}, \quad q = R/r.$$

У випадку $\varepsilon_t = \varepsilon_n = \varepsilon_2(\omega)$ переходить у відомий вираз для поляризованості двошарової неоднорідної кулі:

$$\alpha = R^3 \frac{(2\varepsilon_2 + \varepsilon_3)(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)q^3 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_2)(\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2)}{(\varepsilon_3 + 2\varepsilon_2)(2\varepsilon_1 + \varepsilon_2)q^3 + 2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)}. \quad (5)$$

З (5) слідує ряд практично важливих висновків, які реалізуються за великих частот. Так, при виконанні умови:

$$q^3 = \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)(\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2)}{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)(\varepsilon_3 + 2\varepsilon_2)}, \quad (6)$$

поляризованість кулі прямує до нуля.

За виконання умов (5) та (6) ефективна діелектрична проникність окремої кулі визначається із залежності:

$$\varepsilon = \varepsilon_2 \frac{2\varepsilon_2(q^3 - 1) + \varepsilon_3(q^3 + 2)}{\varepsilon_2(2q^3 + 1) + \varepsilon_3(q^3 - 1)} \quad (7)$$

і точно дорівнює діелектричній проникності оточення (область 3). Фізично це означає, що електромагнітна хвиля, проходячи через таке дисперсне середовище, практично не розсіюється ("просвітлення" дисперсних систем [7]).

Відмітимо, що за наявності дисперсії хоч би одного з ε_i ($i=1,2,3$), що входять в (6), умова (7) реалізується завжди на певній частоті. При

виконанні ж умови

$$q^3 = \frac{2(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)}{(\varepsilon_3 - 2\varepsilon_2)(\varepsilon_2 + \varepsilon_1)} \quad (8)$$

поляризованість частинок різко зростає, і в цьому випадку дисперсна система повинна сильно розсіювати падаюче випромінювання. Звертаємо увагу на такий факт: рівність нулю $\varepsilon_3 + 2\varepsilon_2$ чи $\varepsilon_2 + 2\varepsilon_1$ не що інше, як рівняння для поверхневих хвиль на границях (1-2) і (2-3) відповідно. Обернення в нуль цих виразів можливо за наявності дисперсії ε_2 , причому потрібно, щоб ε_2 приймала від'ємне значення.

Розглянемо тепер більш детально поведінку ефективної діелектричної проникності (7) окремої неоднорідної кулі в низькочастотній області спектру з урахуванням поверхневої провідності плівки. В цьому випадку діелектричну проникність плівки можна подати у вигляді [2]:

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_b \left(1 + \frac{1}{i\omega\tau_0} \right). \quad (9)$$

де ε_b - діелектрична проникність води в статичному однорідному полі ($\omega = 0$);

τ_0 - час максвелівської релаксації :

$$\tau_0 = \varepsilon_b \varepsilon_0 / \bar{\sigma}, \quad (10)$$

де

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{h} \int_r^R \sigma(r) dr \equiv \sigma_s / h, \quad (11)$$

де $\sigma_s = \int_r^R \sigma(r) dr$ - поверхнева провідність плівки;

ε_0 - діелектрична постійна, $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

Слід пам'ятати, що провідність $\bar{\sigma}$, як впливає з експерименту [8], з'являється в плівці лише за ступенів покриття плівкою частинок аеросилу ~ 0.75 моношару.

Якщо тепер ввести параметр

$$x = \frac{R^3 - r^3}{R^3} \left(h = r \frac{[1 - (1-x)^{1/3}]}{(1-x)^{1/3}} \right), \quad (12)$$

який характеризує відносну долю води в неоднорідній частинці, то вираз (7) можна подати у вигляді:

$$\varepsilon = \varepsilon_{2\infty} + \frac{\varepsilon_{20} - \varepsilon_{2\infty}}{1 + i\omega\tau_1} + \frac{\varepsilon_{20}}{i\omega\tau_2}, \quad (13)$$

де

$$\varepsilon_{2\infty} = \varepsilon_0 \frac{[\varepsilon_3(1-2x_1) + 2x_1\varepsilon_0]}{[\varepsilon_0(1-x_1) + x_1\varepsilon_3]}, \quad (14)$$

$$\varepsilon_{20} - \varepsilon_{2\infty} = \frac{\varepsilon_3^2(1-x_1)x_1}{(1-x_1)^2[\varepsilon_0(1-x_1) + \varepsilon_3x_1]}; \quad (15)$$

$$\tau_1 = \tau_0 \frac{[\varepsilon_0(1-x_1) + \varepsilon_3x_1]}{\varepsilon_0(1-x_1)}; \quad (16)$$

$$\tau_2 = \tau_0 \frac{[\varepsilon_3(1-3x_1) + 2x_1(1-x_1)\varepsilon_0]}{2x_1(1-x_1)\varepsilon_0}; \quad x_1 = x/3. \quad (17)$$

Формула (13) показує, що навіть в окремій двошаровій кулі з'являється максвелл-вагнерівська релаксація (другий член в (13) зумовлений накопичуванням зарядів на границях розділу).

Перейдемо тепер до розрахунку і аналізу ефективної діелектричної проникності системи в цілому. У випадку $\varepsilon_t = \varepsilon_n$ з формул (3) і (5) знаходимо:

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_1 \frac{1+2f\bar{\varepsilon}_1}{1-f\bar{\varepsilon}_1}; \quad \bar{\varepsilon}_1 = \frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{\varepsilon + 2\varepsilon_1}, \quad (18)$$

де $f = \frac{4}{3}\pi R^3 N$ - об'ємна концентрація включень (ступінь заповнення);

ε - ефективна діелектрична проникність окремої двошарової кулі, яка знаходиться за формулою (7).

Розкладаючи вираз (18) на елементарні множники знаходимо:

$$\tilde{\varepsilon} = \tilde{\varepsilon}_\infty + \frac{C_1(\tilde{\varepsilon}_- - \tilde{\varepsilon}_\infty)}{1+i\omega\tau_3} + \frac{C_2(\tilde{\varepsilon}_- - \tilde{\varepsilon}_\infty)}{1+i\omega\tau_4}, \quad (19)$$

де

$$\tilde{\varepsilon}_\infty = \varepsilon_1 \frac{(1+2f)\varepsilon_{2\infty} + 2\varepsilon_1(1-f)}{(1-f)\varepsilon_{2\infty} + \varepsilon_1(2+f)}; \quad (20)$$

$$\tilde{\varepsilon}_0 - \tilde{\varepsilon}_\infty = \frac{9f\varepsilon_1}{(1-f)[(1-f)\varepsilon_{2\infty} + \varepsilon_1(2+f)]}; \quad (21)$$

$$C_1 = \frac{\tau_4}{\tau_1} \cdot \frac{(\tau_3 - \tau_1)}{(\tau_3 - \tau_4)}; \quad C_2 = \frac{\tau_3}{\tau_1} \cdot \frac{(\tau_1 - \tau_4)}{(\tau_3 - \tau_4)}. \quad (22)$$

Відмітимо, що:

$$C_1 + C_2 = 1, \quad (23)$$

а τ_3 і τ_4 знаходяться із наступних двох рівнянь:

$$\tau_3 + \tau_4 = \tau_1 + \tau_2 \frac{(\varepsilon_{20} - \varepsilon_{2\infty})}{\varepsilon_{20}} + \tau_2 \frac{[\varepsilon_{2\infty}(1-f) + \varepsilon_1(2+f)]}{\varepsilon_{20}(1-f)}; \quad (24)$$

$$\tau_3\tau_4 = \frac{\varepsilon_{2\infty}(1-f) + \varepsilon_1(2+f)}{\varepsilon_{20}(1-f)}. \quad (25)$$

Отримані аналітичні залежності ефективної діелектричної проникності системи від параметрів: $x_1 = \frac{1}{3} \left(\frac{R^3 - r^3}{R^3} \right)$ (відносний вклад

об'єму води в окремій частинці аеросилу) і f (ступінь заповнення) повністю розв'язують задачу про діелектричні втрати в таких дисперсних системах. Відмітимо, що частотна залежність діелектричної проникності води

вибиралась тут у вигляді (10).

Нижче на рисунках наведено частотні залежності дійсної та уявної частин ефективної діелектричної проникності $\tilde{\epsilon}$ дисперсного діоксиду кремнію для різних значень параметрів: степені заповнення $f_0 = 4/3\pi r^3 \cdot N$ (рис. 2), поверхневої провідності σ_s (рис. 3) та об'ємного вмісту води

$$x = \frac{R^3 - r^3}{R^3} \quad (\text{рис. 4}).$$

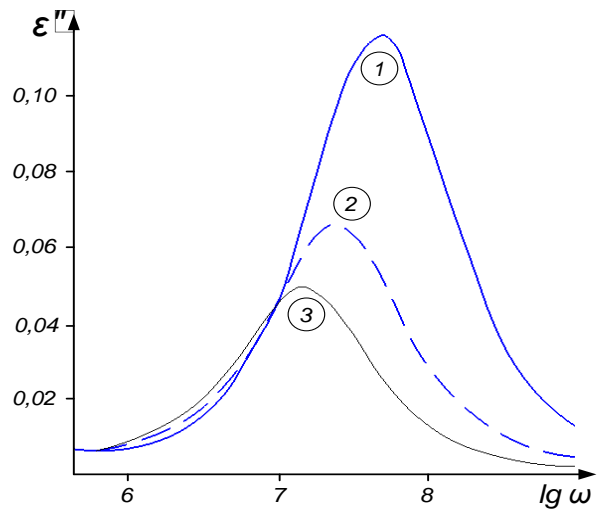
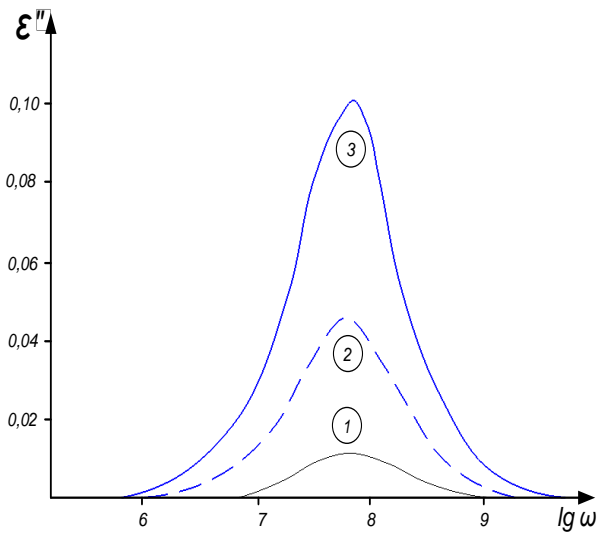
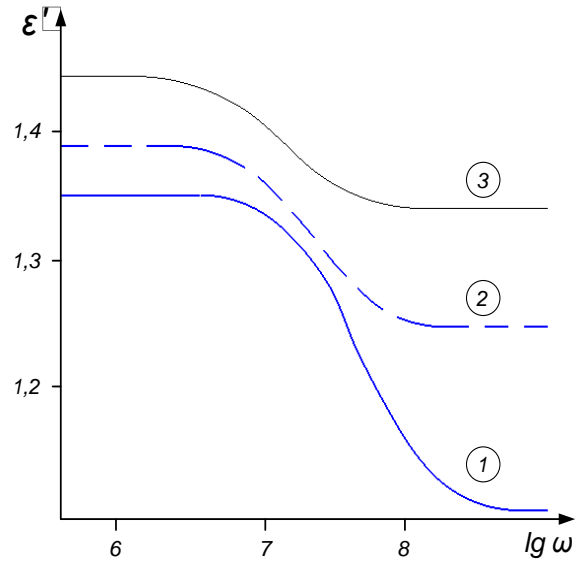
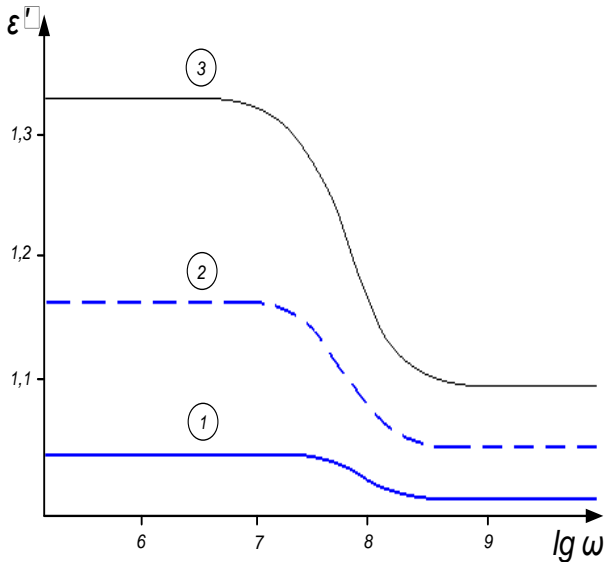


Рис. 2. Залежності $\tilde{\epsilon}'$ та $\tilde{\epsilon}''$ для $\sigma_s = 5 \cdot 10^{-11} \text{ Ом}^{-1}$, $x = 0.01$, $r = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$:

$$\epsilon_t = \epsilon_n = \epsilon_2 = \epsilon_B \left(1 + \frac{1}{i\omega\tau_0} \right).$$

$$1 - f_0 = 0.01, \quad \tau_0 = \frac{\epsilon_b \epsilon_0}{\bar{\sigma}};$$

$$2 - f_0 = 0.05, \quad \sigma = \frac{\sigma_s}{h}.$$

$$3 - f_0 = 0.1.$$

Рис. 3. Залежності $\tilde{\epsilon}'$ та $\tilde{\epsilon}''$ для $\sigma_s = 5 \cdot 10^{-11} \text{ Ом}^{-1}$, $f_0 = 0.1$, $r = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$:

$$1 - x = 0.01; \quad 2 - x = 0.1; \quad 3 - x = 0.2.$$

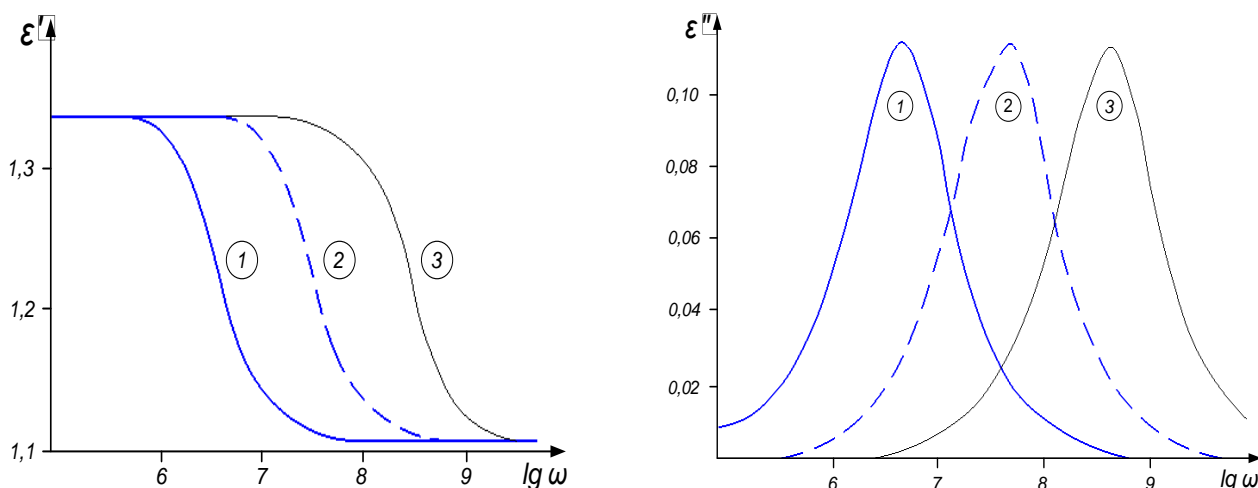


Рис. 4. Залежності $\tilde{\varepsilon}'$ та $\tilde{\varepsilon}''$ для $f_0=0.1$, $x=0.01$, $r=5 \cdot 10^{-7}$ м : 1 – $\sigma_S=5 \cdot 10^{-11}$ Ом $^{-1}$,
2 – $\sigma_S=5 \cdot 10^{-11}$ Ом $^{-1}$; 3 – $\sigma_S=5 \cdot 10^{-11}$ Ом $^{-1}$

Тут і надалі частота ω приведена в Гц. За розрахунку діелектрична проникність SiO_2 вибиралась рівною $\varepsilon_3=1.5$, а діелектрична проникність середовища – $\varepsilon_1=1$; вважалось, що діелектрична проникність плівки визначалась формулою (10), причому $\varepsilon_n = \varepsilon_t$.

Висновки

В наближенні Максвелл-Гарнетта проведено детальний аналіз залежностей ефективної діелектричної проникності як від частоти зовнішнього поля, так і від параметрів системи. Розраховано діелектричні втрати в матричних дисперсних системах з двошаровими кульовими включеннями. З одержаних результатів слідує, що за провідностей $\sigma_s \sim (10^{-10} - 10^{-11})$ Ом $^{-1}$, (експериментальне значення [6]), величині ступеня заповнення $f \sim (0.05 - 0.1)$ та об'ємному вмісту води $x \sim 1\%$ в області частот $\omega \sim (10^7 - 10^8)$ Гц спостерігаються діелектричні втрати на рівні $\tilde{\varepsilon}'' \sim (0.1 - 0.2)$.

Список літератури

1. Челидзе Т. Л. Электрическая спектроскопия гетерогенных систем / Т. Л. Челидзе, А. И. Деревянко, О. Д. Куриленко – К.: Наук. думка, 1977. – 232 с.
2. Felderhof B. U., Ford G. W. and Cohen E. G. D. Cluster expansion for the dielectric constant of a polarizable suspension // J. Stat. Phys. – 1982. – 28, № 1. – P. 135-164.
3. Джексон Дж. Классическая электродинамика. / Дж.Джексон. – М.: Мир, 1965. – 720 с.
4. Grechko L. G. Influence of particle multipole interaction on the absorption spectra of radiation in the metallic composites / L. G. Grechko, V. N. Pustovit, S. V. Shostak // Pros. SPIE. – 1999. – V. 3890. – P. 391-397.

5. Шостак С.В. Діелектричні втрати в матричних дисперсних системах / С. В. Шостак, Д. Л. Водоп'янов, Л. Г. Гречко // Вісник Київського Університету, серія: фізико-математичні науки. - 2002, – Вип. № 1. -С. 412-420.

6. Гречко Л. Г. Диэлектрическая проницаемость дисперсных систем / Л. Г. Гречко, В. В. Мотрич, В. М. Огенко // Химия, физика и технология поверхности. – 1993. – В.1.- С. 17-36.

7. Пришивалко А. П. Рассеяние и поглощение света неоднородными и анизотропными сферическими частицами / А. П. Пришивалко, А. П. Бабенко, В. Н. Кузьмин - Мн.: Наука и техника, 1984. - 263 с.

8. Гречко Л. Г. Диэлектрическая проницаемость гетерогенных систем / Л. Г. Гречко, В. И. Зарко, Мотрич В.В., Чуйко А.А. // Теор. и exper. химия. - 1988. – 24, № 5. – С. 619-622.

References

1. Chelidze, T. L., Derevyanko, A. I., Kurilenko, O. D. (1977). Elektricheskaya spektroskopiya geterogennykh sistem [Electrical spectroscopy of heterogeneous systems]. Kyiv: Naukova dumka, 1977, 232.

2. Felderhof, B. U., Ford, G. W. and Cohen, E. G. D. (1982). Cluster expansion for the dielectric constant of a polarizable suspension. J. Stat. Phys., 28 (1), 135-164.

3. Dzhekson, Dzh. (1965). Klassicheskaya elektrodinamika. Moskva: Mir, 720.

4. Grechko, L. G., Pustovit, V. N., Shostak, S. V. (1999). Influence of particle multipole interaction on the absorption spectra of radiation in the metallic composites. Pros. SPIE, 3890, 391-397.

5. Shostak, S. V., Vodop'ianov, D. L., Hrechko, L. H. (2002). Dielektrychni vtraty v matrychnykh dyspersnykh systemakh [Dielectric loss in matrix dispersed systems]. Visnyk Kyivskoho Universytetu, serii: fizyko-matematychni nauky, 1, 412-420.

6. Grechko, L. G., Motrich, V. V., Ogenko, V. M. (1993). Dielektricheskaya pronitsayemost' dispersnykh sistem [The dielectric permittivity of disperse systems]. KHimiya, fizika i tekhnologiya poverkhnosti, 1, 17-36.

7. Prishivalko, A. P., Babenko, A. P., Kuz'min, V. N. (1984). Raseyaniya i pogloshcheniye sveta neodnorodnymi i anizotropnymi sfericheskimi chastitsami [Scattering and absorption of light by the anisotropic and inhomogeneous spherical particles]. Minsk: Nauka i tekhnika, 263.

8. Grechko, L. G., Zarko, V. I., Motrich, V. V., Chuyko, A. A. (1988). Dielektricheskaya pronitsayemost' geterogennykh sistem [The dielectric constant of heterogeneous systems]. Teor. i eksper. Khimiya, 24 (5), 619-622.

ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПОТЕРИ В МАТРИЧНЫХ ДИСПЕРСНЫХ СИСТЕМАХ С ДВУСЛОЙНЫМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ В ПРИБЛИЖЕНИИ МАКСВЕЛЛ-ГАРНЕТТА

С. В. Шостак

Аннотация. Рассчитаны диэлектрические потери в матричных дисперсных системах с двухслойными сферическими включениями. В приближении Максвелл-Гарнетта проведен детальный анализ зависимостей эффективной диэлектрической проницаемости как от частоты внешнего поля, так и от параметров системы.

Ключевые слова: диэлектрические потери, матричные дисперсные системы, эффективная диэлектрическая проницаемость

DIELECTRIC LOSSES IN THE MATRIX DISPERSED SYSTEMS WITH TWO-LAYERED INCLUSIONS IN THE MAXWELL-GARNETT APPROXIMATION

S. Shostak

Annotation. *Calculated dielectric losses in the matrix dispersed systems with two-layer spherical inclusions. In the approximation of Maxwell-Garnett made a detailed analysis of the dependence of the effective permittivity as the frequency of the external field and the parameters of the system.*

Keywords: *dielectric loss, matrix dispersion systems, the effective dielectric constant*