

*The quality of laser-hardened layers of steel can be increased by using high-frequency scanning of the laser beam. Support for these studies from the state will ensure the development and dissemination of production technology laser hardening of the working bodies of tillage machines.*

**Keywords:** *method of surface laser treatment, laser radiation, zone laser treatment, hardening, tempering, steel 65G, wear, workings organs of soil-cultivating instruments*

УДК 621.7.002

## **МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ТА НАВАНТАЖЕНЬ ПРУЖНИХ ЕЛЕМЕНТІВ МЕХАНІЗМІВ ПІДЙОМУ ВАНТАЖОПІДЙОМНИХ МАШИН ПУСКУ**

**Ю. В. Човнюк, І. М. Сівак, кандидати технічних наук  
e-mail: sivakim@ukr.net**

**Анотація.** *Запропонована математична модель для аналізу динамічних процесів та навантажень пружних елементів (канатів) механізмів підйому вантажу кранів у режимах їх пуску, яка враховує дискретно-континуальні властивості подібних систем.*

*У процесі моделювання динаміки та навантажень пружних елементів (канатів) механізму підйому вантажопідйомних машин останні зазвичай розглядають як системи із зосередженими параметрами, проте такий підхід не дозволяє правильно оцінити й розрахувати навантаження на пружній елемент (особливо у випадках його значної довжини) та врахувати процеси хвиле утворень, коливань, що виникають у ньому. Тому розрахунки навантажень на пружній елемент вантажопідйомної машини вимагають зміни й суттєвого нормування існуючих підходів (та інженерних методів розрахунку) у оцінці та аналізі явищ, що виникають у канаті, як системі із розподіленими параметрами (особливо у режимах пуску гальмування машини, коли розвиваються значні навантаження на всі її складові).*

*Запропонована адекватна математична модель динамічних процесів та навантажень пружних елементів (канатів) механізмів підйому вантажу кранів у режимах їх пуску.*

*Знайдені точні аналітичні розв'язки вказаної моделі, які правильно відображають її (системи) дискретно-континуальні властивості.*

© Ю. В. Човнюк, І. М. Сівак, 2016

Подібні підходи й розв'язки, отримані у роботі, можуть спрямувати у подальшому для вдосконалення й уточнення існуючих методів інженерного розрахунку подібних систем.

**Ключові слова:** моделювання, динамічний процес, навантаження, пружний елемент, механізм підйому

**Постановка проблеми.** У процесі моделювання динаміки та навантажень пружних елементів (канатів) механізму підйому вантажопідйомних машин останні зазвичай розглядають як системи із зосередженими параметрами, проте такий підхід не дозволяє правильно оцінити й розрахувати навантаження на пружній елемент (особливо у випадках його значної довжини) та врахувати процеси хвиле утворень, коливань, що виникають у ньому.

Тому розрахунки навантажень на пружній елемент вантажопідйомної машини вимагають зміни й суттєвого нормування існуючих підходів (та інженерних методів розрахунку) у оцінці та аналізі явищ, що виникають у канаті, як системі із розподіленими параметрами (особливо у режимах пуску гальмування машини, коли розвиваються значні навантаження на всі її складові).

**Аналіз останніх досліджень.** Спрощені математичні (динамічні) моделі механізму підйому вантажу кранів наведені у [1, 3]. На основі вказаних моделей проведена оптимізація режимів їх руху (зокрема пуску).

Проте розвинутий підхід не враховує континуальні властивості розглядуваних систем, зокрема їх пружних елементів/канатів.

**Мета досліджень** є вдосконалення існуючих математичних моделей для аналізу динамічних процесів та навантажень пружних елементів (канатів) механізмів підйому вантажу (мостових) кранів у режимах їх пуску, які враховують дискретно-континуальні властивості подібних систем на основі підходу, розвинутого у [2].

**Результати досліджень.** 1. Динамічна модель механізму підйому вантажопідйомного крана (дискретно-континуальний варіант).

Використаємо підхід авторів [1] щодо моделювання динаміки механізму підйому вантажу кранів у режимі їх пуску у тій його частині, яка стосується дискретних властивостей системи, зокрема, при визначенні зусилля  $R$  у канаті.

Вказана величина визначається наступним виразом:

$$R = \left\{ \frac{m_b g}{\eta_2 n} + \left( \frac{m_6}{n^2} + 2H\rho \right) \times \frac{\left[ \frac{2M \times \eta_1 \times i}{D} - \frac{m_6 g}{\eta_2 n} \right]}{\left\{ \frac{4[I_1 I_2 I_3 \times i^2 + I_3^2 + I_4]}{D^2} + \frac{m_6 + 2H\rho}{n} \right\}} \right\}, \quad (1)$$

де:  $m_b$  – маса вантажу,  $g$  – прискорення вільного падіння,  $n$  – кратність полістасової системи,  $\eta_1$ ,  $\eta_2$  – коефіцієнт корисної дії передачі від двигуна до барабана і полістасової системи, відповідно,  $H$  – довжина рухомих гілок каната,  $\rho$  – маса одиниці

довжини каната,  $M$  – рушійний момент на валу двигуна,  $D$  – діаметр барабана,  $i$  – передавальне відношення валів із зубчастими колесами,  $I_1 I_2 I_{31} I_{32} I_4$  – моменти інерції маси двигуна, гальмівного шків, передавального механізму й барабан, відповідно:  
 $R = \left\{ \frac{(m_{n1} + m_{n2}) * C_n}{m_{n1} * m_{n2}} \right\}^{1/2}$ , де  $m_{n1}$  – приведена маса ротора двигуна, гальмівного шків, зубчастих колес та барабана до гілок канату,  $m_{n2}$  – приведена маса вантажу до гілок канату,  $C_n$  – приведена жорсткість гілок канату (див. рис. 1),  $t$  – час.

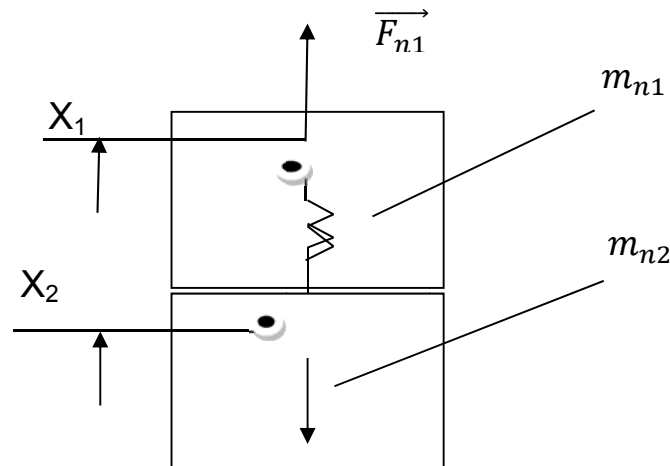


Рис. 1. Спрощена динамічна модель механізму підйому вантажопідйомного крана.

Слід зазначити, що у (1) й на рис. 1 збережені всі позначення авторів [1]. На рис. 1:  $\vec{F}_{n1}, \vec{F}_{n2}$  – приведені до канату сили від дії відповідно рушійного моменту на валу двигуна й вантажу,  $x_1, x_2$  – координати центрів мас відповідно  $m_{n1}, m_{n2}$ .

Приведена жорсткість  $C_n$  канатно-полісластової системи:

$$C_n = \frac{2ES}{n^2} * \left\{ \frac{1}{(n-1)h} + \frac{1}{H} \right\}, \quad (2)$$

де:  $E$  – модель пружності канату,  $S$  – площа його поперечного перерізу,  $h$  – відстань між вісями рухомих і нерухомих блоків системи.

Вираз (2) для  $R$  отриманий за умови, що  $F_{n1} = \text{const}$ , й  $F_{n2} = \text{const}$ , і не є функціями часу  $t$ . Для  $x_1(t)$  й  $x_2(t)$  у [1], отримані наступні вирази:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1(t) = C_0 + \frac{f}{2R^2} * t^2 + C_2 * \cos Rt + \frac{m_{n2}}{C_n} * \left( \frac{f}{R^2} - C_2 * R^2 * \cos Rt \right) + \frac{F_{n2}}{C_n}; \\ C_0 = -\frac{1}{R^2} * \left( \frac{1}{R^2} + \frac{F_{n2}}{m_{n2}} \right) = -C_2; \\ f = \frac{(F_{n1} - F_{n2}) C_n}{m_{n1} m_{n2}} \\ x_2(t) = \frac{f}{2R^2} * t^2 - \frac{1}{R^2} * \left( \frac{f}{R^2} + \frac{F_{n2}}{m_{n2}} \right) * (1 - \cos Rt) \end{array} \right. \quad (3)$$

Приведена довжина каналу  $l^*$  визначається із наступного співвідношення:

$$\{l^*\}^{-1} = \left\{ \frac{1}{(n-1)h} + \frac{1}{H} \right\}. \quad (4)$$

Враховуючи (1), (4) можна визначити силу  $r^*$ , яка діє на одиницю довжини канату:

$$r^* = R(l^*)^{-1} = R * \left\{ \frac{1}{(n-1)h} + \frac{1}{H} \right\}. \quad (5)$$

Тоді рівняння для поздовжніх переміщень  $U(\tilde{x}, t)$  канату (вісь  $\widetilde{\partial x}$  обрана вздовж вісі канату, а точка О відповідає  $\tilde{x} = 0$  – місце знаходженню центру маси  $m_{n1}$ , має вигляд:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 * \frac{\partial^2 u}{\partial \tilde{x}^2} + g(t), \quad (6)$$

де:  $a^2 = \frac{E}{\rho^*}$ ,  $\rho^*$  – щільність матеріалу канату;  $g(t) = \frac{r^*(t)}{\rho^* S}$ .

Граничні та початкові умови для  $U(\tilde{x}, t)$  наступні:

$$\begin{cases} U/\widetilde{x=0} = x_1(t); & U/\widetilde{x=l^*} = x_2(t) \\ U/t=0 = 0; & \frac{\partial U}{\partial t}/t=0 = 0 \end{cases} \quad (7)$$

Вважаємо, що координати  $\widetilde{x=l^*}$  співпадає з центром маси  $m_{n2}$ . Отже, задача аналізу динаміки пружного елемента/канату системи звелась до класичної задачі математичної фізики [2], для аналізу вимушених коливань струни з рухомими кінцями.

2. Розв'язок рівняння, яке моделює динаміку пружного елемента системи. Розглядаємо розв'язок (6) за умов (7) методом [2]. Для цього будемо вважати, що:

$$U(\tilde{x}, t) = W(\tilde{x}, t) + V(\tilde{x}, t). \quad (8)$$

При цьому функція  $W(\tilde{x}, t)$  має вигляд:

$$W(\tilde{x}, t) = x_1(t) + \{x_2(t) - x_1(t)\} * \frac{\tilde{x}}{l^*}. \quad (9)$$

Для функції  $V(\tilde{x}, t)$  треба розв'язати рівняння:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = a^2 * \frac{\partial^2 v}{\partial \tilde{x}^2} + g(t) - \ddot{x}_1(t) - [\ddot{x}_2(t) - \ddot{x}_1(t)] * \frac{\tilde{x}}{l}. \quad (10)$$

За граничних і початкових умов типу:

$$V/\widetilde{x=0} = V/\widetilde{x=l^*} = 0, \quad (11)$$

$$\begin{cases} V/t=0 = -x_1(0) - [x_2(0) - x_1(0)] * \frac{\tilde{x}}{l} \\ \frac{\partial v}{\partial t}/t=0 = -\dot{x}_1(0) - [\dot{x}_2(0) - \dot{x}_1(0)] * \frac{\tilde{x}}{l} \end{cases} \quad (12)$$

У (10) й (12) крапка над виразом означає однократне диференціювання виразу по  $t$ . Так, для  $\dot{x}_1(t)$  й  $\ddot{x}_2(t)$  маємо:

$$\begin{cases} \ddot{x}_1(t) = \frac{f}{R^2} - C_2 R^2 \cos Rt + \frac{m_{n2}}{C_2} C_2 R^4 \cos Rt; \\ \ddot{x}_2(t) = \frac{f}{R^2} - \left\{ \frac{f}{R^2} + \frac{F_{n2}}{m_{n2}} \right\} \cos Rt \end{cases} \quad (13)$$

Для  $\dot{x}_1(0)$  й  $\dot{x}_2(0)$  можна отримати:

$$\dot{x}_1(0) = 0; \quad \dot{x}_2(0) = 0. \quad (14)$$

Для  $x_1(0)$  й  $x_2(0)$  маємо:

$$\begin{cases} x_1(0) = C_0 + C_2 + \frac{m_{n2}}{C_n} * \left\{ \frac{f}{R^2} - C_2 R^2 \right\} + \frac{F_{n2}}{C_n} \\ x_2(0) = 0 \end{cases} \quad (15)$$

З урахуванням (14), (15) вирази (12) можна спростити:

$$\begin{aligned} V/t=0 &= -x_1(0) + x_1(0) * \frac{\tilde{x}}{l} = x_1(0) \left\{ \frac{\tilde{x}}{l} - 1 \right\} = \\ &= \left[ \frac{m_{n2}}{C_n} * \left\{ \frac{f}{R^2} - C_2 R^2 \right\} + \frac{F_{n2}}{C_n} \right] * \left( \frac{\tilde{x}}{l} - 1 \right); \\ \frac{\partial V}{\partial t} / t=0 &= 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Тепер слід розв'язати рівняння (10) за граничних та початкових умов (11), (16), (17). Використаємо аморитм, поданий у [2]. Введемо насартні позначення:

$$t(\tilde{x}, t) = g(t) - \ddot{x}_1 t - [\ddot{x}_2(t) - \ddot{x}_1(t)] * \frac{\tilde{x}}{l}, \quad (17)$$

$$Q(\tilde{x}) = V/t=0 = -x_1(0) + x_1(0) * \frac{\tilde{x}}{l}. \quad (18)$$

Тоді для  $\sqrt{(x, t)}$  треба розв'язати наступну початково-крайову задачу:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = a^2 * \frac{\partial^2 V}{\partial \tilde{x}^2} + x(\tilde{x}, t) \\ V/\tilde{x}=0 = V/\tilde{x}=l^* = 0; \\ V/t=0 = \theta(\tilde{x}); \quad \frac{\partial V}{\partial t} / t=0 = 0. \end{cases} \quad (19)$$

Будемо шукати розв'язок задачі (19) у вигляді:

$$V(\tilde{x}, t) = V_1(\tilde{x}, t) + V_2(\tilde{x}, t). \quad (20)$$

У виразі(20)  $V_1(\tilde{x}, t)$  є роз'язок неоднорідного рівняння:

$$\frac{\partial^2 V_1}{\partial t^2} = a^2 * \frac{\partial^2 V_1}{\partial \tilde{x}^2} + \varphi(\tilde{x}, t). \quad (21)$$

Що задовольняє граничним умовам:

$$V_1/\tilde{x}=0 = 0, \quad V_1/\tilde{x}=l^* = 0. \quad (22)$$

А також початковим умовам:

$$V_1/t=0 = 0, \quad \frac{\partial V_1}{\partial t} / t=0 = 0. \quad (23)$$

А  $V_2(\tilde{x}, t)$  є розв'язком однорідного рівняння:

$$\frac{\partial^2 V_2}{\partial t^2} = a^2 \cdot \frac{\partial^2 V_2}{\partial \tilde{x}^2}. \quad (24)$$

Що задовольняє граничним умовам:

$$V_2/\tilde{x} = 0 = 0, \quad V_2/\tilde{x} = l^* \cdot \quad (25)$$

А також початковим умовам:

$$V_2/t = 0 = \theta(\tilde{x}), \quad \frac{\partial V_2}{\partial t}/t = 0 = 0. \quad (26)$$

Розв'язок  $V_2(\tilde{x}, t)$  подається у вигляді ряду:

$$V_2(\tilde{x}, t) = \sum_{R=1}^{\infty} (a_R \cos \frac{R\pi a t}{l^*} + b_R \sin \frac{R\pi a t}{l^*}) \sin \frac{R\pi \tilde{x}}{l^*}. \quad (27)$$

Де коефіцієнт  $b_R \equiv 0$ , а коефіцієнт  $a_R$  обчислюється таким чином:

$$A_R = \frac{2}{l^*} * \int_0^{l^*} \theta(\tilde{x}) \sin \frac{R\pi \tilde{x}}{l^*} d\tilde{x}. \quad (28)$$

Отже,  $V_2(\tilde{x}, t)$  визначається співвідношеннями (27), (28).

Для  $V_1(\tilde{x}, t)$  маємо наступне подання:

$$V_1(\tilde{x}, t) = \sum_{R=1}^{\infty} T_R(t) \sin \frac{R\pi \tilde{x}}{l^*}. \quad (29)$$

$$T_R(t) = \frac{1}{(\frac{R\pi a}{l^*})} * \int_0^t \varphi_R(\tau) * \sin \left[ \left\{ \frac{R\pi a}{l^*} \right\} (t - r) \right] dr. \quad (30)$$

$$\varphi_R(t) = \frac{2}{l^*} \int_0^{l^*} \varphi(\xi, t) \sin \left( \frac{R\pi \xi}{l^*} \right) d\xi. \quad (31)$$

Отже, розв'язок (8) можна подати наступним чином:

$$U(\tilde{x}, t) = W(\tilde{x}, t) + V_1(\tilde{x}, t) + V_2(\tilde{x}, t). \quad (32)$$

У вигляді (32) перший доданок визначається співвідношенням (а), другий – співвідношеннями (29), (30), (31), а третій – співвідношеннями (27), (28).

### Висновки

1. Запропонована адекватна математична модель динамічних процесів та навантажень пружних елементів( канатів) механізмів підйому вантажу кранів у режимах їх пуску.

2. Знайдені точні аналітичні розв'язки вказаної моделі, які правильно відображають її дискретно-континуальні властивості.

3. Подібні підходи й розв'язки, отримані у роботі, можуть спрямувати у подальшому для вдосконалення й уточнення існуючих методів інженерного розрахунку подібних систем.

### Список літератури

1. Ловейкін В. С. Теорія технічних систем / В. С. Ловейкін, І. І. Назаренко, О. І. Онищенко. – Київ- Полтава: ІЗМН-ПДТУ, 1998. – 175 с.
2. Комляков Н. С. Уравнения математической физики / Н. С. Комляков. – М.: Высшая школа, 1970. – 712 с.
3. Ловейкін В. С. Оптимізація режимів руху машин і механізмів / В. С. Ловейкін // *Машинознавство*. – 1999. – №7 (25). – С. 24–31.

## References

1. Loveykin, V. S., Nazarenko, I. I., Onyshchenko, O. I. (1998). Teoriya tekhnichnykh system [Theory of technical systems]. Kyiv-Poltava: IZMN-PDTU, 175.
2. Komlyakov, N. S. (1970). Uravnenyya matematycheskoy fizyky [Equations of mathematical physics]. M.: Visshaya shkola, 712.
3. Loveykin, V. S. (1999). Optyimizatsiya rezhymiv rukhu mashyn i mekhanizmiv [Optimization of movement of machines and mechanisms]. Mashynoznavstvo, 7 (25), 24–31.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И НАГРУЗОК УПРУГИХ ЭЛЕМЕНТОВ МЕХАНИЗМОВ ПОДЪЕМА ГРУЗОПОДЪЕМНЫХ МАШИН ПУСКА

**Ю. В. Човнюк, И. Н. Сивак**

**Аннотация.** Предложена математическая модель для анализа динамических процессов и нагрузок упругих элементов (канатов) механизмов подъема груза кранов в режимах их пуска, учитывающая дискретно-континуальные свойства подобных систем.

В процессе моделирования динамики и нагрузок упругих элементов (канатов) механизма подъема грузоподъемных машин последние обычно рассматривают как системы с сосредоточенными параметрами, однако такой подход не позволяет правильно оценить и рассчитать нагрузки на упругий элемент (особенно в случаях его значительной длины) и учесть процессы волнообразования, колебаний, возникающих в нем. Поэтому расчеты нагрузок на упругий элемент грузоподъемной машины требуют и существенного изменения существующих подходов нормирования (и инженерных методов расчета) в оценке и анализе явлений, возникающих в канате, как системе с распределенными параметрами (особенно в режимах пуска торможения машины, когда развиваются значительные нагрузки на все ее составляющие).

Предложена адекватная математическая модель динамических процессов и нагрузок упругих элементов (канатов) механизмов подъема груза кранов в режимах их пуска.

Найдены точные аналитические решения указанной модели, которые правильно отражают ее (системы) дискретно-континуальные свойства.

Подобные подходы и решения, полученные в работе, могут направить в дальнейшем для совершенствования и уточнения существующих методов инженерного расчета подобных систем.

**Ключевые слова:** моделирование, динамический процесс, нагрузка, упругий элемент, механизм подъема

# MODELING OF DYNAMIC PROCESSES AND LOADS ELASTIC ELEMENTS OF LIFTING MECHANISMS OF HOISTING MACHINES START

*Yu. V. Chovnyuk, I. M. Sivak*

**Abstract.** *The mathematical model for analysis of dynamic processes and loads the elastic elements (ropes) mechanisms of load lifting cranes in the modes of start-up, taking into account the discrete-continual properties of such systems.*

*Process dynamics modeling and loads the elastic elements (ropes) of the lifting mechanism of hoisting machines last usually considered as a system with lumped parameters, however, this approach does not allow to correctly assess and calculate the load on the elastic element (especially in the case of its considerable length) and take into account the processes of wave formations, fluctuations that occur in it. Therefore, the calculations of load on the elastic element lifting machines require significant changes to existing approaches of normalization (and engineering calculation methods) to the evaluation and analysis of phenomena arising in the rope as the system with distributed parameters (especially in the modes of start-up braking the machine when developing a significant load on all of its components).*

*Offered adequate mathematical model of dynamic processes and loads the elastic elements (ropes) mechanisms of load lifting cranes in the modes of start-up.*

*Exact analytical solutions of this model, which properly reflect its (system) a discrete-continual properties.*

*Such approaches and solutions obtained in the work may send in the future to improve and Refine existing methods of engineering calculation of such systems.*

**Keywords:** *modelling, dynamic process, load, elastic element, lifting mechanism*

УДК 662.767.2:636.5

## РЕЦИРКУЛЯЦІЯ ГАЗОВОЇ ФАЗИ З ЇЇ ОЧИЩЕННЯМ ПРИ МЕТАНОВІЙ ФЕРМЕНТАЦІЇ КУРЯЧОГО ПОСЛІДУ

*А. І. Салюк, кандидат технічних наук*

*С. О. Жадан, Є. Б. Шаповалов, аспіранти*

*Національний університет харчових технологій*

*e-mail: zhadan.nuft@gmail.com*

**Анотація.** *При метановій ферментації курячого посліду утворюється значна кількість амонійного азоту та сульфідів, що*

© А. І. Салюк, С. О. Жадан, Є. Б. Шаповалов, 2016