

## МОДЕЛЮВАННЯ МАГНІТНОГО ПОЛЯ У ВЕНТИЛЬНОМУ ЕЛЕКТРОДВИГУНІ ІЗ ЗАКРИТИМИ ПАЗАМИ З УРАХУВАННЯМ НЕЛІНІЙНОЇ МАГНІТНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ

**А. В. ЖИЛЬЦОВ**, доктор технічних наук  
**В. В. ЛИКТЕЙ**, інженер  
e-mail: azhilt@mail.ru

**Анотація.** Удосконалено математичну модель розрахунку характеристик магнітного поля у вентильному електродвигуні із закритими пазами з урахуванням нелінійної магнітної характеристики шляхом модифікації ядер інтегральних рівнянь в напрямі зменшення складових, що містять функцію  $\text{grad}_Q \mu(Q)$ .

**Ключові слова:** метод вторинних джерел, інтегральні рівняння, магнітне поле, вентильний двигун

Розглянуто електричний двигун із неявнополюсним статором і явнополюсним ротором (див. рисунок, позначення, відповідно, до [2, с. 60]). Попередньо у [1, с. 124–126] сформульовано тривимірну крайову задачу для розрахунку характеристик магнітного поля в електродвигуні з урахуванням неоднорідності магнітних властивостей середовища. Для спрощення розрахунку магнітне поле було прийняте плоскопаралельним, знехтувано гістерезисом феромагнітних матеріалів та прийнято, що  $B=B(H)$ , де  $B$ ,  $H$  – індукція та напруженість магнітного поля. У роботі [2, с. 59–70] на основі методу вторинних джерел крайову задачу розрахунку характеристик магнітного поля у вентильному електродвигуні з урахуванням нелінійності магнітної характеристики сталі було зведено до системи інтегральних рівнянь для фіктивних магнітних зарядів, що дало змогу звузити область пошуку невідомих.

**Мета досліджень** — удосконалення математичної моделі розрахунку характеристик магнітного поля у вентильному електродвигуні із закритими пазами з урахуванням нелінійної магнітної характеристики.

**Матеріали і методика досліджень.** Розрахунок характеристик магнітного поля в електричному двигуні з урахуванням нелінійної характеристики магнітних матеріалів  $B=B(H)$  зводиться до системи інтегральних рівнянь для розрахунку густини простого шару магнітних зарядів  $\sigma$  на границі  $L$  феромагнітних тіл та густини об'ємних магнітних зарядів  $\rho$  в перерізі  $S$  феромагнітних тіл [2]:

$$\sigma(Q) - \frac{1}{\pi} \oint_L \sigma(M) \left[ \lambda(Q) \frac{\vec{r}_{MQ} \vec{n}_Q}{r_{MQ}^2} - \frac{1}{L} \int_L \lambda(P) \frac{\vec{r}_{MP} \vec{n}_P}{r_{MP}^2} dL_P \right] dL_M =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\pi s^+} \int \rho(M) \left[ \lambda(Q) \frac{\vec{r}_{MQ} \vec{n}_Q}{r_{MQ}^2} - \frac{1}{L} \int \lambda(P) \frac{\vec{r}_{MP} \vec{n}_P}{r_{MP}^2} dL_P - \frac{\pi}{L} \right] dS_M + \\
&\quad + 2\mu_0 \left[ \lambda(Q) \vec{H}^{(B)}(Q) \vec{n}_Q - \frac{1}{L} \int \lambda(P) \vec{H}^{(B)}(P) \vec{n}_P dL_P \right]; \quad (1) \\
\rho(Q) + \frac{1}{2\pi s} \int \rho(M) \left[ \frac{\vec{r}_{MQ} \text{grad}_Q \mu(Q)}{\mu(Q) r_{MQ}^2} - \frac{1}{S} \int \frac{\vec{r}_{MP} \text{grad}_P \mu(P)}{\mu(P) r_{MP}^2} dS_P \right] dS_M = \\
&= -\frac{1}{2\pi L} \int \sigma(M) \left[ \frac{\vec{r}_{MQ} \text{grad}_Q \mu(Q)}{\mu(Q) r_{MQ}^2} - \frac{1}{S} \int \frac{\vec{r}_{MP} \text{grad}_P \mu(P)}{\mu(P) r_{MP}^2} dS_P + \frac{2\pi}{S} \right] dL_M - \\
&\quad - \mu_0 \left[ \frac{\vec{H}^{(B)}(Q) \text{grad}_Q \mu(Q)}{\mu(Q)} - \frac{1}{S} \int \frac{\vec{H}^{(B)}(P) \text{grad}_P \mu(P)}{\mu(P)} dS_P \right], \quad (2)
\end{aligned}$$

де  $\sigma(Q)$  — густина простого шару магнітних зарядів в точці  $Q$  границі  $L$ ;

$\rho(Q)$  – густина магнітних зарядів в точці  $Q$  поверхні  
 $\lambda(Q) = (\mu(Q) - \mu_0) / (\mu(Q) + \mu_0)$ ;

$\vec{r}_{MQ}$  – радіус-вектор, спрямований з точки інтегрування  $M$  до точки спостереження  $Q$ ;

$\vec{n}_Q$  – нормаль до границі розділу середовищ (ферромагнітне тіло – повітря) та спрямовано із ферромагнетика в повітря;

$\vec{H}^{(B)}(Q)$  – напруженість магнітного поля, що створюють постійні магніти та струми в обмотці статора електродвигуна,

$$\vec{H}^{(B)}(Q) = \frac{1}{2\pi} \int_{L_M} \sigma_M(M) \frac{\vec{r}_{MQ}}{r_{MQ}^2} dL_M + \frac{1}{2\pi} \int_{S_w} \frac{\vec{\delta}_w(M) \times \vec{r}_{MQ}}{r_{MQ}^2} dS_M, \quad (3)$$

тут  $\sigma_M(M)$  – густина простого шару магнітних зарядів, що вводиться на границі однорідно намагнічених постійних магнітів із намагніченістю  $\vec{J}(Q)$ ,

$$\sigma_M(M) = \vec{J}(Q) \vec{n}_Q;$$

$\vec{n}_Q$  – зовнішня до границі магнітів нормаль;

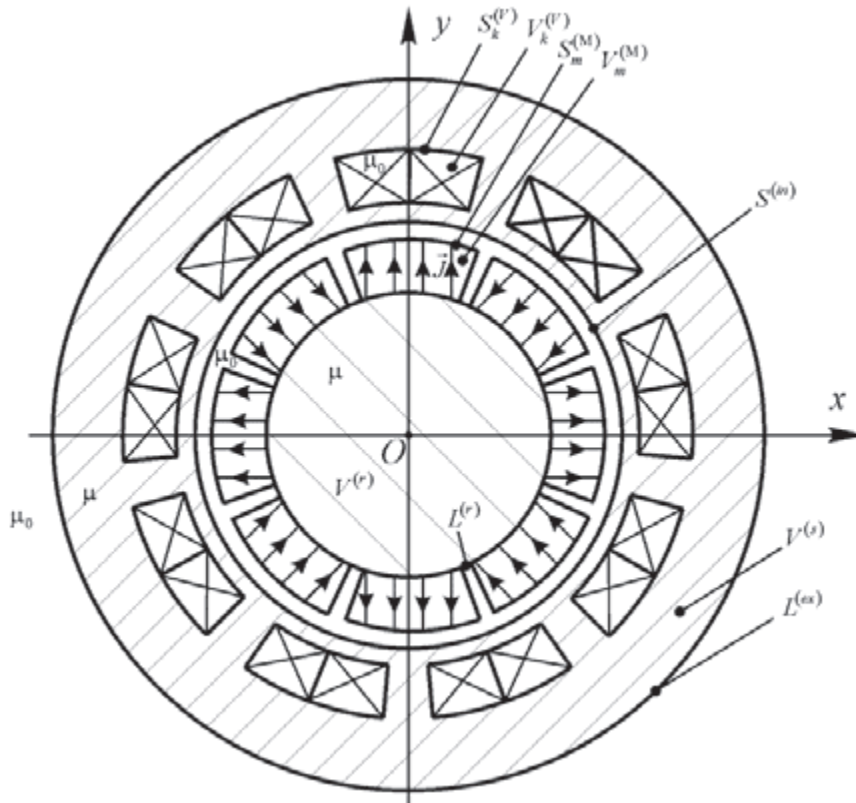
$\text{grad}_Q \mu(Q)$  – градієнт магнітній проникності;

$\mu(Q) = B(H(Q)) / H(Q)$  – магнітна проникність, що розраховується з використанням залежності  $B = B(H)$ ;

$\mu_0$  – магнітна постійна,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м.

Якщо розв'язано систему рівнянь (1), (2), напруженість магнітного поля знаходиться за виразом

$$\vec{H}(Q) = \frac{1}{2\pi\mu_0} \int_L \sigma(M) \frac{\vec{r}_{MQ}}{r_{MQ}^2} dL_M + \frac{1}{2\pi\mu_0} \int_S \rho(M) \frac{\vec{r}_{MQ}}{r_{MQ}^2} dS_M + \vec{H}^{(B)}(Q). \quad (4)$$



**Переріз вентиляного електродвигуна із закритими пазами**

Запишемо систему рівнянь (1) у вигляді:

$$\sigma(Q) - \frac{1}{\pi_L} \iint \sigma(M) K_1(M, Q) dL_M = \frac{1}{\pi_S} \int \rho(M) K_2(M, Q) dS_M + F^\sigma(Q) \quad (5)$$

$$\rho(Q) + \frac{1}{2\pi_S} \int \rho(M) K_3(M, Q) dS_M = -\frac{1}{2\pi_L} \iint \sigma(M) K_4(M, Q) dL_M - F^\rho(Q), \quad (6)$$

де

$$K_1(M, Q) = \lambda(Q) \frac{\vec{r}_{MQ} \vec{n}_Q}{r_{MQ}^2} - \frac{1}{L_L} \int \lambda(P) \frac{\vec{r}_{MP} \vec{n}_P}{r_{MP}^2} dL_P,$$

$$K_2(M, Q) = \lambda(Q) \frac{\vec{r}_{MQ} \vec{n}_Q}{r_{MQ}^2} - \frac{1}{L_L} \int \lambda(P) \frac{\vec{r}_{MP} \vec{n}_P}{r_{MP}^2} dL_P - \frac{\pi}{L},$$

$$F^\sigma(Q) = 2\mu_0 \left[ \lambda(Q) \vec{H}^{(B)}(Q) \vec{n}_Q - \frac{1}{L_L} \int \lambda(P) \vec{H}^{(B)}(P) \vec{n}_P dL_P \right],$$

$$K_3(M, Q) = \frac{\vec{r}_{MQ} \text{grad}_Q \mu(Q)}{\mu(Q) r_{MQ}^2} - \frac{1}{S_S} \int \frac{\vec{r}_{MP} \text{grad}_P \mu(P)}{\mu(P) r_{MP}^2} dS_P,$$

$$K_4(M, Q) = \frac{\vec{r}_{MQ} \text{grad}_Q \mu(Q)}{\mu(Q) r_{MQ}^2} - \frac{1}{S_S} \int \frac{\vec{r}_{MP} \text{grad}_P \mu(P)}{\mu(P) r_{MP}^2} dS_P + \frac{2\pi}{S},$$

$$F^p(Q) = \mu_0 \left[ \frac{\overline{H}^{(B)}(Q) \operatorname{grad}_Q \mu(Q)}{\mu(Q)} - \frac{1}{S} \int_S \frac{\overline{H}^{(B)}(P) \operatorname{grad}_P \mu(P)}{\mu(P)} dS_P \right].$$

**Результати досліджень.** Перетворимо ядра  $K_3(M, Q)$  та  $K_4(M, Q)$  інтегральних рівнянь таким чином, щоб зменшити кількість складових, які входять до складу ядер, що містять  $\operatorname{grad}_Q \mu(Q)$ . Для цього використаємо тотожність Гріна у двомірному випадку:

$$\int_S (\varphi(P) \Delta \psi(P) + \operatorname{grad}_P \varphi(P) \operatorname{grad}_P \psi(P)) dS_P = \int_L \varphi(P) \frac{\partial \psi(P)}{\partial n} dL_P,$$

де  $\frac{\partial \psi(P)}{\partial n}$  – похідна за напрямком до зовнішньої нормалі к  $L$ .

Нехай

$$\psi(P) = \ln \frac{1}{r_{PM}}, \quad \varphi(P) = \ln \frac{\mu(P)}{\mu_0}.$$

Оскільки,

$$\Delta \left( \ln \frac{1}{r_{PM}} \right) = 0,$$

та

$$\operatorname{grad}_P \frac{1}{r_{PM}} = \frac{\partial}{\partial r_{PM}} \ln \frac{1}{r_{PM}} \operatorname{grad}_P r_{PM} = \frac{\vec{r}_{PM}}{r_{PM}^2}.$$

А також

$$\operatorname{grad}_P \ln \frac{\mu(P)}{\mu_0} = \frac{\operatorname{grad}_P \mu(P)}{\mu(P)}.$$

Тому, отримаємо наступний вираз:

$$\int_S \left( \operatorname{grad}_P \ln \frac{\mu(P)}{\mu_0} \cdot \operatorname{grad}_P \frac{1}{r_{PM}} \right) dS_P = \int_S \left( \frac{\operatorname{grad}_P \mu(P) \vec{r}_{PM}}{\mu(P) r_{PM}^2} \right) dS_P = - \int_S \left( \frac{\operatorname{grad}_P \mu(P) \vec{r}_{MP}}{\mu(P) r_{MP}^2} \right) dS_P$$

Для перетворення розглянемо два випадки:

якщо  $M \in S$ ;

якщо  $M \in L$ .

Нехай  $M \in S$ . Розглядаємо точку  $M$ , оточимо її окружністю радіусом  $R_0$  з центром у точці  $M$  та розглянемо границю функції:

$$\begin{aligned} & \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \int_{S-\Delta S} \left( \operatorname{grad}_P \ln \frac{\mu(P)}{\mu_0} \cdot \operatorname{grad}_P \frac{1}{r_{PM}} \right) dS_P = \\ & \int_L \ln \frac{\mu(P)}{\mu_0} \cdot \frac{\vec{r}_{PM} \vec{n}_P}{r_{PM}^2} dL_P + \lim_{L \rightarrow 0} \int_L \ln \frac{\mu(P)}{\mu_0} \cdot \frac{\vec{r}_{PM} \vec{n}_P}{r_{PM}^2} dL_P = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_L \ln \frac{\mu(P)}{\mu_0} \cdot \frac{\vec{r}_{PM} \vec{n}_P}{r_{PM}^2} dL_P - \lim_{L' \rightarrow 0} \int_{L'} \ln \frac{\mu(P)}{\mu_0} \cdot \frac{\vec{r}_{MP} \vec{n}_P}{r_{MP}^2} dL_P = \\
&= \int_L \ln \frac{\mu(P)}{\mu_0} \cdot \frac{\vec{r}_{PM} \vec{n}_P}{r_{PM}^2} dL_P - \lim_{L' \rightarrow 0} \ln \frac{\mu(P')}{\mu_0} \cdot \int_{L'} \frac{\vec{r}_{MP} \vec{n}_P}{r_{MP}^2} dL_P = \\
&= \int_L \ln \frac{\mu(P)}{\mu_0} \cdot \frac{\vec{r}_{PM} \vec{n}_P}{r_{PM}^2} dL_P + 2\pi \lim_{L' \rightarrow 0} \ln \frac{\mu(P')}{\mu_0} .
\end{aligned}$$

Таким чином,

$$\int_S \left( \frac{grad_P \mu(P) \vec{r}_{PM}}{\mu(P) r_{PM}^2} \right) dS_P = \int_L \ln \frac{\mu(P)}{\mu_0} \cdot \frac{\vec{r}_{PM} \vec{n}_P}{r_{PM}^2} dL_P + 2\pi \ln \frac{\mu(M)}{\mu_0} , M \in S ,$$

або

$$\int_S \left( \frac{grad_P \mu(P) \vec{r}_{MP}}{\mu(P) r_{MP}^2} \right) dS_P = \int_L \ln \frac{\mu(P)}{\mu_0} \cdot \frac{\vec{r}_{MP} \vec{n}_P}{r_{MP}^2} dL_P - 2\pi \ln \frac{\mu(M)}{\mu_0} , M \in S .$$

Нехай  $M \in L$  (рис.), тоді, виконавши аналогічні перетворення, отримуємо наступний вираз:

$$\int_S \left( \frac{grad_P \mu(P) \vec{r}_{MP}}{\mu(P) r_{MP}^2} \right) dS_P = \int_L \ln \frac{\mu(P)}{\mu_0} \cdot \frac{\vec{r}_{MP} \vec{n}_P}{r_{MP}^2} dL_P - \pi \ln \frac{\mu(M)}{\mu_0} , M \in L .$$

Таким чином, ядра  $K_3(M, Q)$  та  $K_4(M, Q)$  набувають наступного вигляду:

$$K_3(M, Q) = \frac{\vec{r}_{MQ} grad_Q \mu(Q)}{\mu(Q) r_{MQ}^2} - \frac{1}{S} \int_L \ln \frac{\mu(P)}{\mu_0} \frac{\vec{r}_{MP} \vec{n}_P}{r_{MP}^2} dL_P + \frac{2\pi}{S} \ln \frac{\mu(M)}{\mu_0} , \quad (7)$$

$$K_4(M, Q) = \frac{\vec{r}_{MQ} grad_Q \mu(Q)}{\mu(Q) r_{MQ}^2} - \frac{1}{S} \int_L \ln \frac{\mu(P)}{\mu_0} \frac{\vec{r}_{MP} \vec{n}_P}{r_{MP}^2} dL_P + \frac{\pi}{S} \ln \frac{\mu(M)}{\mu_0} + \frac{2\pi}{S} . \quad (8)$$

Розглянемо спосіб розрахунку  $grad_Q \mu(Q)$ , що входить до ядер (7), (8) інтегральних рівнянь. Вважаємо заданим закон  $\mu(Q) = \mu(H(Q))$ , тоді

$$grad_Q \mu(Q) = \frac{\partial \mu}{\partial H} \left[ \frac{\partial H(r_Q, \alpha_Q)}{\partial r_Q} \vec{e}_r(Q) + \frac{\partial H(r_Q, \alpha_Q)}{r_Q \partial \alpha_Q} \vec{e}_\alpha(Q) \right] , \quad (9)$$

де напруженість магнітного поля визначається в такий спосіб:

$$\begin{aligned}
\vec{H}(Q) &= \frac{1}{2\pi} \int_L \sigma(M) \frac{\vec{r}_{MQ}}{r_{MQ}^2} dL_M + \frac{1}{2\pi} \int_{S^+} \rho(M) \frac{\vec{r}_{MQ}}{r_{MQ}^2} dS_M + \\
&+ \frac{1}{2\pi} \int_{L_M} \sigma_M(M) \frac{\vec{r}_{MQ}}{r_{MQ}^2} dL_M + \frac{1}{2\pi} \int_{S_w} \frac{\vec{\delta}_w(M) \times \vec{r}_{MQ}}{r_{MQ}^2} dS_M . \quad (10)
\end{aligned}$$

Враховуючи, що модуль напруженості магнітного поля дорівнює

$$H(r_Q, \alpha_Q) = \sqrt{H_r^2(r_Q, \alpha_Q) + H_\alpha^2(r_Q, \alpha_Q)} , \text{ знаходимо:}$$

$$\frac{\partial H(r_Q, \alpha_Q)}{\partial r_Q} = \frac{1}{H(r_Q, \alpha_Q)} \left( H_r(r_Q, \alpha_Q) \frac{\partial H_r(r_Q, \alpha_Q)}{\partial r_Q} + H_\alpha(r_Q, \alpha_Q) \frac{\partial H_\alpha(r_Q, \alpha_Q)}{\partial r_Q} \right), \quad (11)$$

$$\frac{\partial H(r_Q, \alpha_Q)}{r_Q \partial \alpha_Q} = \frac{1}{r_Q H(r_Q, \alpha_Q)} \left( H_r(r_Q, \alpha_Q) \frac{\partial H_r(r_Q, \alpha_Q)}{\partial \alpha_Q} + H_\alpha(r_Q, \alpha_Q) \frac{\partial H_\alpha(r_Q, \alpha_Q)}{\partial \alpha_Q} \right). \quad (12)$$

Знайдемо часткові похідні, що входять у співвідношення (11), (12), використовуючи явний вираз для напруженості магнітного поля (10).

Розглянемо спочатку випадок, коли напруженість магнітного поля розраховується від простого шару магнітних зарядів (аналогічно для об'ємного шару простих зарядів з густиною  $\rho(M)$  та простого шару магнітних зарядів із густиною  $\sigma_M(M)$  на границі постійних магнітів):

$$\vec{H}^\sigma(Q) = \frac{1}{2\pi_L} \int \sigma(M) \frac{\vec{r}_{MQ}}{r_{MQ}^2} dL_M \quad (13)$$

або покомпонентно:

$$H_r^\sigma(Q) = \frac{1}{2\pi_L} \int \sigma(M) \frac{r_Q - r_M \cos(\alpha_Q - \alpha_M)}{r_{MQ}^2} dL_M, \quad (14)$$

$$H_\alpha^\sigma(Q) = \frac{1}{2\pi_L} \int \sigma(M) \frac{r_M \sin(\alpha_Q - \alpha_M)}{r_{MQ}^2} dL_M. \quad (15)$$

Тоді,

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_r^\sigma(r_Q, \alpha_Q)}{\partial r_Q} &= \frac{1}{2\pi_L} \int \sigma(M) \frac{\partial}{\partial r_Q} \left[ \frac{r_Q - r_M \cos(\alpha_Q - \alpha_M)}{r_{MQ}^2} \right] dL_M = \\ &= \frac{1}{2\pi_L} \int \sigma(M) P_{rr}(Q, M) dL_M, \end{aligned} \quad (16)$$

$$P_{rr}(Q, M) = -\frac{r_Q^2 - 2r_M r_Q \cos(\alpha_Q - \alpha_M) + r_M^2 \cos(2(\alpha_Q - \alpha_M))}{r_{MQ}^4};$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_\alpha^\sigma(r_Q, \alpha_Q)}{\partial r_Q} &= \frac{1}{2\pi_L} \int \sigma(M) \frac{\partial}{\partial r_Q} \left[ \frac{r_M \sin(\alpha_Q - \alpha_M)}{r_{MQ}^2} \right] dL_M = \\ &= \frac{1}{2\pi_L} \int \sigma(M) P_{\alpha r}(Q, M) dL_M, \end{aligned} \quad (17)$$

$$P_{\alpha r}(Q, M) = \frac{-2r_M \sin(\alpha_Q - \alpha_M) [r_Q - r_M \cos(\alpha_Q - \alpha_M)]}{r_{MQ}^4};$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial H_r^\sigma(r_Q, \alpha_Q)}{\partial \alpha_Q} &= \frac{1}{2\pi_L} \int \sigma(M) \frac{\partial}{\partial \alpha_Q} \left[ \frac{r_Q - r_M \cos(\alpha_Q - \alpha_M)}{r_{MQ}^2} \right] dL_M = \\ &= \frac{1}{2\pi_L} \int \sigma(M) P_{r\alpha}(Q, M) dL_M, \end{aligned} \quad (18)$$

$$P_{r\alpha}(Q, M) = \frac{r_M (r_M^2 - r_Q^2) \sin(\alpha_Q - \alpha_M)}{r_{MQ}^4};$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial H_\alpha^\sigma(r_Q, \alpha_Q)}{\partial \alpha_Q} &= \frac{1}{2\pi_L} \int \sigma(M) \frac{\partial}{\partial \alpha_Q} \left[ \frac{r_M \sin(\alpha_Q - \alpha_M)}{r_{MQ}^2} \right] dL_M = \\ &= \frac{1}{2\pi_L} \int \sigma(M) P_{\alpha\alpha}(Q, M) dL_M, \end{aligned} \quad (19)$$

$$P_{\alpha\alpha}(Q, M) = \frac{-r_M (2r_M r_Q - (r_M^2 + r_Q^2) \cos(\alpha_Q - \alpha_M))}{r_{MQ}^2}$$

Розглянемо випадок, коли напруженість магнітного поля розраховується від котушок зі струмом густиною  $\vec{\delta}_w(M)$ :

$$\vec{H}^\delta(Q) = \frac{1}{2\pi_{S_w}} \int \frac{\vec{\delta}_w(M) \times \vec{r}_{MQ}}{r_{MQ}^2} dS_M$$

або покомпонентно

$$H_r^\delta(Q) = \frac{1}{2\pi_{S_w}} \int \delta_w(M) \frac{-r_M \sin(\alpha_Q - \alpha_M)}{r_{MQ}^2} dS_M;$$

$$H_\alpha^\delta(Q) = \frac{1}{2\pi_{S_w}} \int \delta_w(M) \frac{r_Q - r_M \cos(\alpha_Q - \alpha_M)}{r_{MQ}^2} dS_M$$

На підставі цього знаходимо, що

$$\frac{\partial H_r^\delta(r_Q, \alpha_Q)}{\partial r_Q} = \frac{-\partial H_\alpha^\sigma(r_Q, \alpha_Q)}{\partial r_Q}; \quad \frac{\partial H_\alpha^\delta(r_Q, \alpha_Q)}{\partial r_Q} = \frac{\partial H_r^\sigma(r_Q, \alpha_Q)}{\partial r_Q};$$

$$\frac{\partial H_r^\delta(r_Q, \alpha_Q)}{\partial \alpha_Q} = \frac{-\partial H_\alpha^\sigma(r_Q, \alpha_Q)}{\partial \alpha_Q}; \quad \frac{\partial H_\alpha^\delta(r_Q, \alpha_Q)}{\partial \alpha_Q} = \frac{\partial H_r^\sigma(r_Q, \alpha_Q)}{\partial \alpha_Q}$$

Отже, якщо відомо розподіл густини простого шару магнітних зарядів  $\sigma(Q)$  на границі феромагнітних тіл, об'ємною густиною магнітних зарядів  $\rho(Q)$  у перерізі масивних провідників, розподіл густини струму в котушках обмотки  $\delta_w(Q)$ , розподіл густини магнітних зарядів  $\sigma_M(Q)$  на границі постійних магнітів, то часткові похідні, що входять у вирази (11) та (12),

знаходяться шляхом інтегрування по областях зі вказаними джерелами магнітного поля. Тобто, за допомогою виразу (9) шляхом інтегрування можемо розрахувати компоненти  $grad_{Q\mu}(Q)$ , які входять до ядер інтегральних рівнянь (7), (8).

### Висновки

Удосконалено математичну модель розрахунку компонент магнітного поля в електродвигуні із закритими пазами з урахуванням нелінійних властивостей феромагнітних матеріалів шляхом спрощення виду ядер інтегральних рівнянь за рахунок зменшення кількості складових, що містять  $grad_{Q\mu}(Q)$ , що дає змогу спростити подальший чисельний розв'язок цих рівнянь.

### Список літератури

1. Жильцов А. В. Крайова задача для тримірного магнітного поля з урахуванням неоднорідності магнітних властивостей середовища / А. В. Жильцов, В. В. Ликтей // Проблеми енергоресурсозбереження в електротехнічних системах. Наука, освіта і практика. Наукове видання. – 2014. – 1 (2). – С. 124–126.
2. Жильцов А. В. Розрахунок магнітного поля у вентильному електродвигуні із закритими пазами з урахуванням нелінійної магнітної характеристики. / А. В. Жильцов, В. В. Ликтей // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. Щоквартальний науково-виробничий журнал. – 2014. – № 4. – С. 59–70.

### References

1. Zhylytsov, A. V., Lyktei, V. V. (2014). Krayova zadacha dlya trymirnogo mahnitnogo polya z urahuvannyam neodnorodnosti magnitnykh vlastyvostei seredovyscha [Formulation boundary problem for three-dimensional magnetic field with account heterogeneity among]. Problemy energoresursozberezhennya v elektrotechnichnykh systemakh. Nauka, osvita i praktyka. Naukove vydannya, 1(2), 124–126.
2. Zhylytsov, A. V., Lyktei, V. V. (2014) Rozrakhunok mahnitnoho polia v ventyl'nomu elektrodvyhuni iz zakrytymy pazamy z urakhuvannyam neliniinoyi magnitnoyi kharakterystyky. [Calculation of magnetic field in brushless electric motors with closed grooves taking into account nonlinear magnetic characteristics] Elektromekhanichni i energozberigayuchi systemy. Shchokvartal'nyi vyrobnychiy zhurnal, 4, 59–70.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ВЕНТИЛЬНОМ ДВИГАТЕЛЕ С ЗАКРЫТЫМИ ПАЗАМИ С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНОЙ МАГНИТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

А. В. Жильцов,  
В. В. Ликтей

**Аннотація.** Усовершенствована математическая модель расчета характеристик магнитного поля в вентильный двигатель с закрытыми пазами с учетом нелинейной магнитной характеристики



путем модификации ядер интегральных уравнений в направлении уменьшения составляющих, содержащих функцию  $grad_{\theta}\mu(Q)$ .

**Ключевые слова:** метод вторичных источников, интегральные уравнения, магнитное поле, вентильный двигатель

## MODELING MAGNETIC FIELD BRUSHLESS DC ELECTRIC MOTOR WITH CLOSED GROOVES TAKING INTO ACCOUNT NONLINEAR MAGNETIC CHARACTERISTICS

A. Zhiltsov,  
V. Lykтей

**Abstract.** Mathematical model of calculating the characteristics of the magnetic field in Brushless DC electric motor with closed grooves taking into account nonlinear magnetic characteristics were improved by modifying the kernels of integral equations to help reduce the component containing the function  $grad_{\theta}\mu(Q)$ .

**Keywords:** method of secondary sources, integral equations, magnetic field, brushless DC electric motor

УДК 621.3:620.96

## АНАЛІЗ РОБОТИ СИСТЕМИ КОМПЛЕКСНОГО ЕНЕРГОЗАБЕЗПЕЧЕННЯ СПОЖИВАЧІВ МЕТОДОМ ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Є. О. АНТИПОВ, кандидат технічних наук  
e-mail: ievgeniy\_antypov@ukr.net

**Анотація.** Обґрунтовано доцільність використання акумуляторів електричної та теплової енергії, що працює на фазових перетвореннях теплоакumuлюючого матеріалу, в складі енергозберігаючих систем комплексного енергозабезпечення споживачів із використанням сонячної енергії.

**Ключові слова:** система, акумулятор енергії, поновлювані джерела енергії, енергопостачання, імітаційне моделювання

Останніми роками в Україні значно поширюється будівництво індивідуальних житлових будинків в приміських зонах, де відсутнє централізоване тепло- та газопостачання. В цих умовах перспективним є використання систем енергозабезпечення на основі поновлюваних джерел енергії [1, 2]. Однак, враховуючи нерівномірний географічний

---

© Є. О. Антипов, 2016