MATHEMATICAL MODELING OF TEPLOMASS-EXCHANGE PROCESSES OF HIGH-TEMPERATURE THERMO-PROCESSING OF GRAIN MATERIALS

R. A. Kalinichenko, V. D. Voytyuk

Abstract. *The article is devoted to the actual topic of identification of heat-exchange processes in grain material under high-intensity heat treatment. The paper gives a mathematical description of the process of heat treatment of grain based on the law of conservation of energy and the equation of material heating, taking into account the time-varying thermophysical coefficients. The obtained analytical solution of the presented system of equations allows, with sufficient accuracy for engineering calculations, to determine the kinetics of heating and dehydration of grain materials in the infrared or microwave energy supply method.*

The developed mathematical models on the basis of experimental and analytical identification of high-intensity processes of heat treatment of grain materials provide a wide range of calculation modes and parameters of machines for heat treatment of grain materials, as well as high accuracy and adequacy in empirical mathematical models.

Key words: ***heat and mass transfer, heat treatment, thermophysical coefficients, mathematical model, grain material***

УДК 531

КОНЦЕПТУАЛЬНІ ОСНОВИ ДИНАМІЧНОГО АНАЛІЗУ ФУНКЦІОНУВАННЯ МЕХАНІЗМІВ ПОВОРОТУ ВАНТАЖОПІДЙОМНИХ КРАНІВ З ВАНТАЖЕМ НА ПРУЖНІЙ ПІДВІСЦІ (КАНАТІ)

Ю. В. Човнюк, І. М. Сівак, кандидати технічних наук
Національний університет біоресурсів і природокористування України
e-mail: sivakim@ukr.net

Анотація. *Запропонована математична модель для динамічного аналізу функціонування механізмів повороту вантажопідйомних кранів, які несуть на пружній підвісці (канаті) вантаж, котра базується на методах аналітичної механіки й геометрії, розроблених В. І. Арнольдом, завдяки підходу до розв'язку основних задач класичної механіки, який застосовує геометричні* *поняття (фазові простори й потоки, векторні поля й групи Лі). За допомогою такого математичного апарату дається розібрати всі основні питання динаміки системи, включаючи теорію руху твердого тіла та гамільтонів, формально при цьому можна легко скрізь виявити геометричну, якісну сторону явищ.*

Ключові слова: ***концепція, динаміка, аналіз, функціонування, механізм повороту, вантажопідйомний кран, вантаж, канат***

Постановка проблеми. Відомо, що механіка Лагранжа описує рух механічної системи за допомогою конфігураційного простору. Конфігураційний простір механічної системи має структуру диференційованого багаторозмаїття. На диференційованому багаторозмаїтті діє група дифеоморфізмів. Основні поняття й теорем механіки Лагранжа (навіть якщо вони й формуються у термінах локальних координатах) інваріантні відносно цієї групи. (І навіть відносно більш широкої групи перетворень, які торкаються також і часу). Механічна система за Лагранжем задається багаторозмаїттям («конфігураційним простором») та функцією на його дотичному розшаруванні («функцією Лагранжа»). Кожна однопараметрична група дифеоморфізмів конфігураційного простору, яка залишає незмінною функцію Лагранжа, визначає закон збереження (тобто перший інтеграл рівнянь руху). Ньютонова потенціальна система – частинний випадок лагранжевої системи (конфігураційний простір у цьому випадку евклідів, а функція Лагранжа дорівнює різниці кінетичної й потенціальної енергії).

Лагранжева точка зору дозволяє дослідити до кінця низку важливих задач механіки, наприклад у теорії малих коливань й у динаміці твердого тіла (зокрема, при врахуванні сил інерції та сили Коріоліса, які виникають у механізмах повороту кранів з гнучким (пружним) елементом-канатом, на котрому розміщений вантаж).

Аналіз останніх досліджень. Автор [1] розвинув підхід до розв'язку основних задач класичної механіки, який застосовує геометричні поняття (фазові простори й потоки, векторні поля й групи Лі). За допомогою такого математичного апарату дається розібрати всі основні питання динаміки системи, включаючи теорію руху твердого тіла та гамільтонів формалізм при цьому можна легко скрізь виявити геометричну, якісну сторону явищ. Слід зазначити, що результати роботи [1] будуть частково використані в даному досліджені.

Мета досліджень полягає у обгрунтувані підходу автора [1] для динамічного аналізу функціонування механізмів повороту кранів з вантажем на гнучкому підвісі (канаті).

Результати досліджень. Рух у рухливій системі координат.

А. Рухливі системи координат.

Розглянемо Лагранжеву систему, котра у координатах $\vec{q}, t$ описується функцією Ланграньжа $L(\vec{q}\,\dot{\vec{q}}, t)$. Корисно при цьому перейти до рухливої системи координат $\vec{Q} = Q(\vec{q}, t)$. Щоб записати рівняння руху у рухливій системі, достатньо виразити через нові координати функцію Ланграньжа. Якщо траєкторія $\vec{\gamma}: \vec{q} = \vec{\varphi}\,(t)$, рівняння Ланграньжа.

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\vec{q}}}\right) = \frac{\partial L}{\partial q}. \tag{1}$$

Записуються у локальних координатах $\vec{Q}, t(\vec{Q} = \vec{Q}(\vec{q}, t))$, у вигляді γ:

$$\vec{Q} = \vec{\emptyset}(t) \tag{2}$$

Тоді функція $\vec{\emptyset}(t)$ задовольняє рівняння Ланграньжа

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial L'}{\partial \dot{\vec{Q}}}\right) = \frac{\partial L'}{\partial \vec{Q}'} \tag{3}$$

де: $L'(\vec{Q}\dot{\vec{Q}}, t)$=$L(\vec{q}\dot{\vec{q}}, t)$.

Б. Рухи, обертання , поступальні рухи.

Розглянемо, зокрема, важливий випадок, коли $\vec{q}$ – декартів радіус-вектор точки відносно інерціальної системи координат k (котру ми будемо називати нерухомою), а $\vec{Q}$ – декартів радіус-вектор тієї ж точки відносно рухливої системи координат K.

Нехай k, K – орієнтовані лінійні евклідові простори.

Рухом K відносно k назвемо гладко залежне від t відображення

$$D_t: K \to k, \tag{4}$$

яке зберігає метрику та орієнтацію (рис. 1).

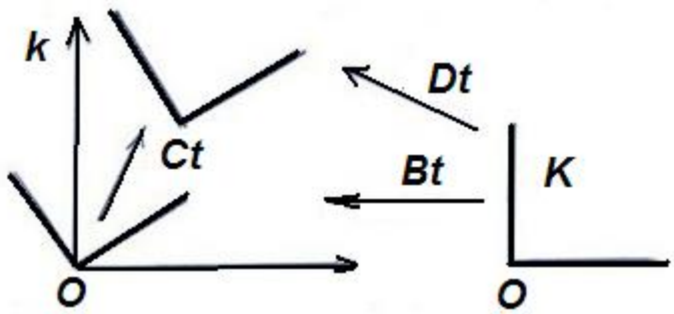

Рис. 1. Рух D_t розкладається у добуток обертання B_t й зсуву C_t.

Рух D_t назвемо обертанням, якщо він переводить початок координат K у початок координат k, тобто якщо D_t – лінійний оператор. Зазначимо, що будь-який рух D_t однозначно розкладається у добуток обертання B_t: K→k й зсуву C_t: k→k;

$$D_t = C_t \,.\, B_t\,, \tag{5}$$

де: $C_t\vec{q} = \vec{q} + \vec{r}(t)$, $(\vec{q}, \vec{r} \in k)$.

Рух D_t назвемо поступальним, якщо відповідне йому відображення $B_t : K \to k$ від t не залежить:

$$B_t = B_o = B, \quad D_t\vec{Q} = B\vec{Q} + \vec{r}(t). \tag{6}$$

Будемо у подальшому називати k нерухомою системою координат, К-рухомою, $\vec{q}(t)$ є k – радіус-вектором рухомої точки відносно нерухомої системи; Q(t) – радіус-вектором точки відносно рухомої системи(рис 2), якщо:

$$\vec{q}(t) = D_t \cdot \vec{Q}(t) = B_t \cdot \vec{Q}(t) + \vec{r}(t). \tag{7}$$

Слід зазначити, що вектор $B_t\,\vec{Q}(t)$ є k і його не слід плутати з $\vec{Q}(t)$ є К – вони лежать у різних просторах.

В. Складання швидкостей.

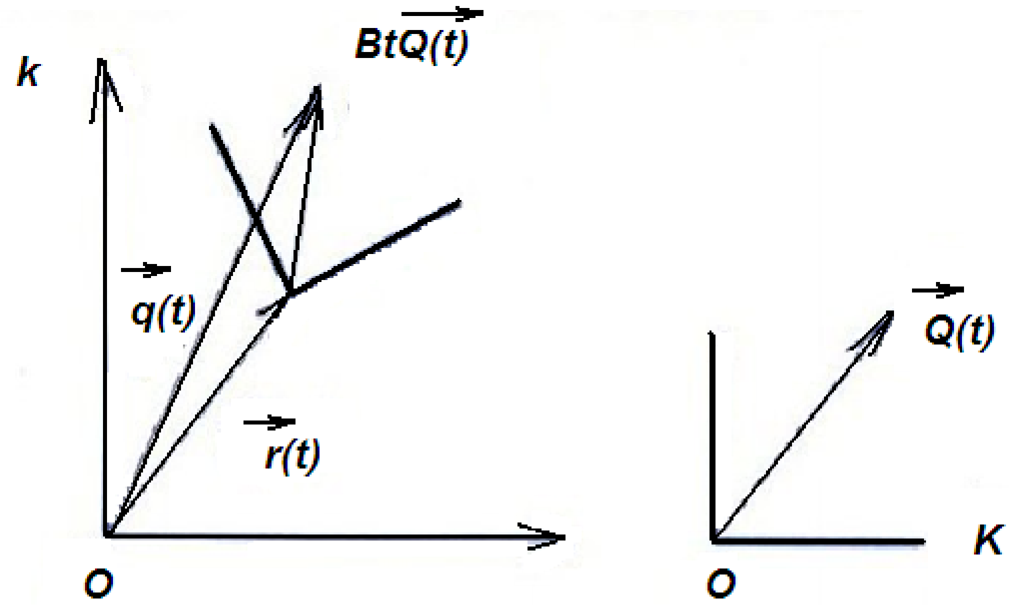

Рис. 2. Радіус-вектора точки відносно нерухомої ($\vec{q}$) й рухомої ($\vec{Q}$) систем координат.

Виражаємо тепер «абсолютну швидкість» $\dot{\vec{q}}$ через відносний рух $(\vec{Q})(t)$ й рухомої системи координат D_t. З (7) знаходимо, диференціюючи по t, формулу складання швидкостей:

$$\dot{\vec{q}} = \dot{B} \cdot \vec{Q} + B \cdot \dot{\vec{Q}} + \dot{\vec{r}}. \tag{8}$$

Щоб з'ясувати зміст трьох складових, які входять у (8), розглянемо спочатку частинні випадки.

Випадок суто поступального руху ($\dot{B} = O$). У цьому випадку рівняння (8) дає:

$$\dot{\vec{q}} = B \cdot \dot{\vec{Q}} + \dot{\vec{r}}. \tag{9}$$

Інакше кажучи, якщо рухома система К рухається відносно k поступально,тоді абсолютна швидкість й швидкість руху системи К:

$$\vec{U} = \vec{U}' + \vec{U}_0, \tag{10}$$

де: $\vec{U} = \dot{\vec{q}}$є k – абсолютна швидкість $\vec{U}' = B \cdot \dot{\vec{Q}} \in k$ – відносна швидкість (не плутати з $\dot{\vec{Q}} \in K$!), $\vec{U}' = \dot{\vec{r}} \in k$ – швидкість руху рухомої системи координат.

Г. Кутова швидкість.

У випадку обертання системи K зв'язок між відносною та абсолютною швидкостями не є настільки простим. Розглянемо спочатку випадок, коли точка знаходиться у стані спокою відносно K (тобто $\dot{\vec{Q}}$=0), а система координат K обертається (тобто $\dot{\vec{r}}$=0). У цьому випадку рух точки $\vec{q}(t)$ є переносним обертанням.

Розглянемо, наприклад, обертання з постійною кутовою швидкістю $\vec{\omega} \in k$. Нехай $U(t)$: k→k – поворот простору k навколо вісі $\vec{\omega}$ на кут $|\vec{\omega}| \cdot t$. тоді:

$$B(t) = U(t) \cdot B(0), \tag{11}$$

Назвемо рівномірним обертанням K з кутовою швидкістю $\vec{\omega}$.

Очевидно, у цьому випадку швидкість переносного руху точки $\vec{q}$ дається формулою (рис. 3):

$$\dot{\vec{q}} = [\vec{\omega}, \vec{q}], \tag{12}$$

де: $[\vec{a}, \vec{b}]$ символізує векторний добуток векторів $\vec{a}$ та $\vec{b}$.

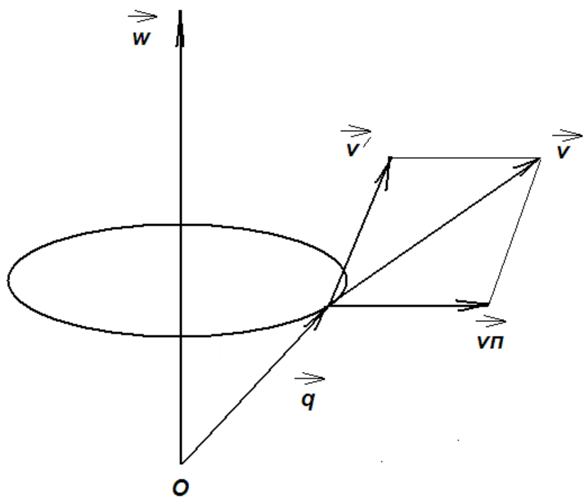

Рис. 3. Складання швидкостей.

Повернемось тепер до загального випадку обертання:

$$K(\dot{\vec{r}} = 0, \dot{\vec{Q}} = 0).$$

Слід зазначити, що у кожний момент часу t існує вектор $\vec{\omega}(t) \in k$, через котрий переносна швидкість виражається за формулою:

$$\dot{\vec{q}} = [\vec{\omega}, \vec{q}],\ \vec{q} \in k, \tag{13}$$

Вектор назвемо миттєвою кутовою швидкістю, очевидно, що він визначений рівністю (13) однозначно.

Нехай тверде тіло К обертається навколо нерухомої точки О простору k тоді у кожний момент часу існує миттєва вісь обертання – така пряма у тілі, що проходить через точку О так, що швидкості її точок у даний момент дорівнюють нулю. Швидкості інших точок перпендикулярні до цієї прямої й пропорціональні відстані до неї.

Миттєва вісь обертання у просторі k задається своїм вектором $\vec{\omega}$; у К відповідний вектор позначається через –:

$$\vec{\Omega} = B^{-1} * \vec{\omega} \in K, \tag{14}$$

Вектор $\vec{\Omega}$ будемо називати вектором кутової швидкості у тілі.

Згідно (8) маємо:

$$\dot{\vec{q}} = \dot{B} \cdot \vec{Q}. \tag{15}$$

Тому, якщо записати $\vec{Q}$ через $\vec{q}$, тоді можна отримати:

$$\dot{\vec{q}} = \dot{B} \cdot B^{-1} \cdot \vec{q} = A\,\vec{q}, \tag{16}$$

де: A $=\dot{B}B^{-1}$: k →k – лінійний оператор з k у k. Слід зазначити, що оператор А – кососиметричний, тобто: A' + А =0.

Усякий кососиметричний оператор А у тривимірному орієнтованому еквівалентному просторі є оператором векторного множення на фіксований вектор:

$$A \cdot \vec{q} = [\vec{\omega}, \vec{q}] \text{ для всіх } \vec{q} \in \vec{R}^3. \tag{17}$$

Оскільки $\dot{\vec{q}} = A \cdot \vec{q}$, тоді можна записати:

$$\dot{\vec{q}} = A\,\vec{q} = [\vec{\omega}, \vec{q}], \tag{18}$$

У декартових координатах оператор А задається кососиметричною матрицею; позначимо її елементи через $\pm\omega_{1,2.3}$:

$$A = \begin{matrix} 0 & -\omega 3 & \omega 2 \\ \omega 3 & 0 & -\omega 1 \\ -\omega 2 & \omega 1 & 0 \end{matrix} \tag{19}$$

При такому позначенні елементів вектор $\vec{\omega} = \omega_1\vec{l}_1 + \omega_2\vec{l}_2 + \omega_3\vec{l}_3$ де $(\vec{l}_1, \vec{l}_2, \vec{l}_3)$ – орти вподовж осей координат у k, буде власним із власним значенням О. Застосовуючи А до вектору $\vec{q} = q_1\vec{l}_1 + q_2\vec{l}_2 + q_3\vec{l}_3$ матимемо безпосередньо:

$$A\,\vec{q} = [\vec{\omega}, \vec{q}], \tag{20}$$

Д. Переносна швидкість.

Випадок суто обертального руху.

Нехай тепер система К обертається ($\vec{r}$=0), а точка у системі К рухається ($\dot{\vec{Q}} \neq 0$). З (8) знаходимо (рис. 3):

$$\dot{\vec{q}} = \dot{B}\vec{Q} + B\dot{\vec{Q}} = [\vec{\omega}, \vec{q}] + \vec{U}'. \tag{21}$$

Отже, якщо рухома система К обертається відносно точки О є k, тоді абсолютна швидкість дорівнює сумі відносної та переносної швидкостей обертання:

$$\vec{U} = \vec{U}' + \vec{U}_п, \tag{22}$$

де: $\vec{U} = \vec{q}$ є k абсолютна швидкість, $\vec{U}'$= В$\dot{\vec{Q}}$є k – відносна швидкість, $\vec{U}_п$=$\dot{B}\vec{Q} = [\vec{\omega}, \vec{q}]$ є k – переносна швидкість обертання.

Насамкінець загальний випадок можна звести до двох попередніх, розглядаючи допоміжну рухому систему $К_{1,}$ яка рухається поступально відносно k й відносно котрої К рухається обертаючись навколо точки О є $К_{1.}$ Можна також й з формули (8) побачити, що:

$$\vec{U}=\vec{U}'+\vec{U}_п+\vec{U}_0, \qquad (23)$$

де $\vec{U} = \dot{\vec{q}}$ є k абсолютна швидкість, $\vec{U}$ = В $\dot{\vec{Q}}$є k – відносна швидкість$\overrightarrow{U}$=$\dot{B}\vec{Q}[\vec{\omega}, \vec{q} - \vec{r}]$, є k – переносна швидкість обертання, $\vec{U}_0\,\dot{\vec{r}}$ є k – швидкість руху рухомої системи координат.

2. Сили інерції. Сила Коріоліса.

Рівняння руху у неінерціальній системі координат відрізняється від рівнянь руху у інерціальній системі додатковими складовими, котрі зазвичай називають силами інерції.

А. Система координат, що рухається поступально.

У системі координат К, яка рухається поступально відносно інерціальної k, рух механічних систем відбувається таким чином, якби система координат була інерціальною, але на кожну точку маси m діяла б додаткова « сила інерції»:

$$\vec{F} = -m\ddot{\vec{r}}\,. \qquad (24)$$

де: -$\ddot{\vec{r}}$ – прискорення системи К.

Б. Система координат, яка обертається.

Нехай $В_t$: К →k – обертання системи координат К відносно нерухомої системи координат k. Будемо позначати через $\vec{Q}$(t) є k радіус-вектор рухомої точки у рухомій системі координат, а через $\vec{q}$(t) = $В_t$ $\vec{Q}$ (t) є k – у нерухомій. Вектор кутової швидкості обертання у рухомій системі координат позначимо через $\overrightarrow{\Omega}$ (як це було позначено вище).

Припустимо, що у системі координат k рух точки $\vec{q}$ підкоряється рівнянню Ньютона:

$$m\ddot{\vec{q}} = f(\vec{q}, \dot{\vec{q}}). \qquad (25)$$

Можна показати, що у системі координат, яка обертається, рух відбувається таким чином, якби на кожну рухому точку $\overrightarrow{Q}$ маси m діяли б три додаткові сили «сили інерції» 1) сила інерції обертання – m $\left[\dot{\Omega}, \vec{Q}\right]$ 2) сила Коріоліса – 2 m $\left[\vec{\Omega}, \dot{\vec{Q}}\right]$; 3) відцентрова сила – m $\left[\vec{\Omega}, \left[\vec{\Omega}, \vec{Q}\right]\right]$.

Отже, $m\ddot{\vec{Q}} = \vec{F} - m\left[\dot{\vec{\Omega}}, \vec{Q}\right] - 2m; \left[\vec{\Omega}, \dot{\vec{Q}}\right]$;-m $\left[\vec{\Omega}, \left[\vec{\Omega}, \vec{\Omega}\right]\right]$. (26)

де: В $\vec{\mathrm{F}}\left(\vec{Q},\dot{\vec{Q}}\right) = f(B\vec{Q},\left(B\dot{\vec{Q}}\right))$.

Перша з трьох вказаних вище сил інерції існує лише у випадку нерівномірного обертання; друга й третя присутні й при рівномірному обертанні.

Відцентрова сила (рис. 4) спрямована завжди від миттєвої вісі обертання $\overrightarrow{\Omega}$, і дорівнює по величині $\left[\vec{\Omega}\right]^2$·r, де r – відстань від цієї вісі до тіла . Ця сила незалежна від швидкості відносного руху й діє навіть на тіла, які знаходяться у стані спокою у системі К.

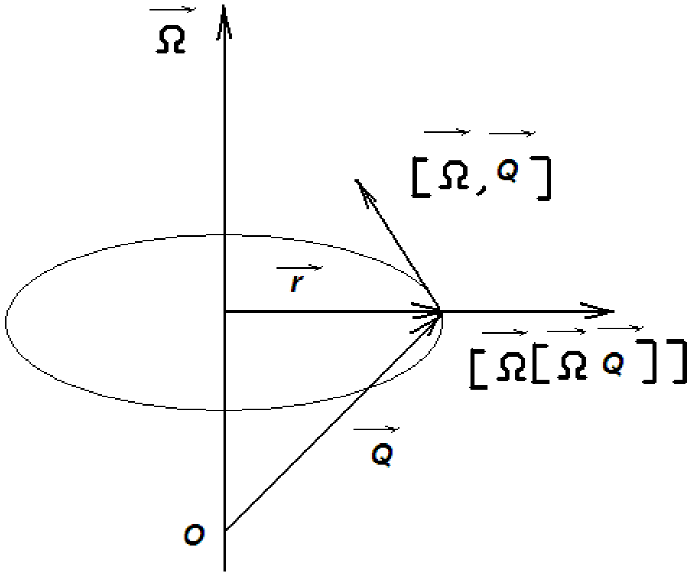

Рис. 4. Відцентрова сила інерції.

Сила Коріоліса залежить від швидкості $\vec{Q}$.

3. Математична модель функціонування механізму повороту крана з вантажем на гнучкому (пружному) підвісі (канаті).

Розглянемо модель руху механізму повороту крана з вантажем на канаті, як малі коливання математичного маятника із врахуванням сили Коріоліса та відцентрової сили інерції.

Нехай вісі $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ системи координат, зв'язаної з основною віссю механізму обертання вантажопідйомного крана спрямовані $\vec{e}_z$ - $\vec{e}_x, \vec{e}_y$ у горизонтальній площині (рис. 5). У наближенні таких коливань $\dot{z}$ = 0 (у порівнянні з $\dot{x}, \dot{y}$), тому горизонтальні складові сили Коріолісу будуть:

$$\vec{F}_{\text{Коріол.гориз.}} = 2m.\dot{y} * \Omega_z \vec{e}_x - 2m\dot{x} * \Omega_z \vec{e}_y, \quad (27)$$

де: m – маса вантажу $\Omega_z = \left[\vec{\Omega}\right] * \sin \lambda_0$, де λ_0 – широта.

Розглядаємо спочатку випадок, коли $\dot{\vec{\Omega}}$,=0 тобто відбувається рівномірне обертання вантажу на канаті навколо вісі $\vec{\Omega}$ з кутовою швидкістю ω.

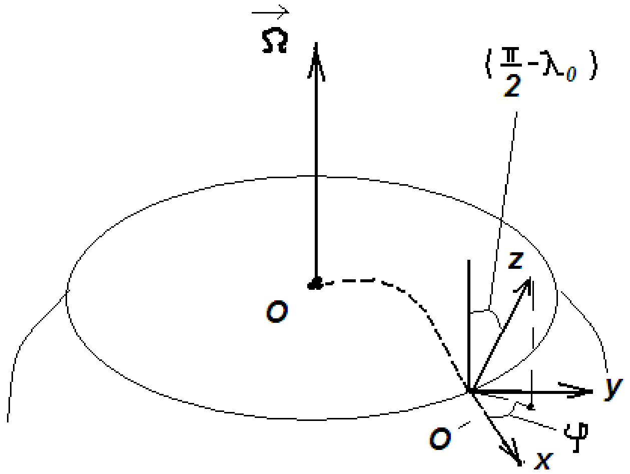

Рис. 5. Система координат для дослідження руху каната з вантажем.

Рівняння руху, у яких відцентрова сила врахована у $\vec{q}$, мають вид:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = m\omega^2 x + 2\dot{y}\Omega\mathrm{zm} + \mathrm{mg} * \cos\lambda 0 * \cos\varphi \\ m\ddot{x} = m\omega^2 x + 2\dot{x}\Omega\mathrm{zm} + \mathrm{mg} * \cos\lambda 0 * \sin\varphi \end{cases}. \qquad (28)$$

Зважатимемо кут φ у площині хо'у постійною величиною. Тоді можна подати х та у у вигляді:

$$X = x^* + \tilde{x}; \quad y = y^* + \tilde{y}; \qquad (29)$$

де: $\tilde{x}$ та $\tilde{y}$, за нульових початкових умов: $\tilde{x}/_{t=0}=0$; $\dot{\tilde{x}}/_{t=0}=0$; $\tilde{y}/_{t=0}=0$; $\dot{\tilde{y}}/_{t=0}=0$; приймають вид:

$$\tilde{x} = \mathrm{y}\cos\lambda_0 * \cos\varphi * \frac{t^2}{2}\ ; \ \tilde{x} = \mathrm{y}\cos\lambda_0 * \cos\varphi * \frac{t^2}{2}, \qquad (30)$$

де: t – поточний час.

Тоді для x^* та y^* Маємо наступні рівняння:

$$\begin{cases} \ddot{x}^* = -\omega^2 * x^* + 2\dot{y}^*\Omega\mathrm{z} \\ \ddot{y}^* = -\omega^2 * y^* + 2\dot{x}^*\Omega\mathrm{z} \end{cases}.$$

Якщо покласти $x^* + i * y^* = w$, де $i^2 = -1$, тоді $\dot{w} = \dot{x}^* + i * \dot{y}^*$, $\ddot{w} = x^* + \ddot{\imath} * \ddot{y}^*$, й два рівняння у [31] то:

$$\ddot{w} + i2\Omega_{z*}\dot{w} + \omega^2 * w = 0. \qquad (32)$$

Розв'язуємо (32) наступним чином. Шукаємо $W_{(t)}$ у формі $W(t) = ext(\lambda * t)$, де λ – характеристичне число (32). Характеристичне рівняння для (32) набуває вигляду:

$$\lambda^2 + 2i * \Omega_z * \lambda + \omega^2 = 0, \qquad (33)$$

а його корені визначаються зі співвідношень:

$$\lambda_{1,2} = -i\,\Omega_z \pm i\sqrt{\Omega\mathrm{z}^2 + \omega^2}. \qquad (34)$$

Оскільки $\Omega\mathrm{z}^2 << \omega^2$, тоді можна вирази $\lambda_{1,2}$ спростити:

$$\sqrt{\Omega\mathrm{z}^2 + \omega^2} = \omega + O(\Omega\mathrm{z}^2) <=> \lambda \approx -i * \Omega_z \pm i * \omega, \qquad (35)$$

або, з тією ж точністю,

$$W(t) = ext(-i\,\Omega_z * t) * (C_1 e^{iwt} + C_2 e^{-iwt}). \qquad (36)$$

При Ω_z=0 утворюються звичайні гармонічні коливання сферичного маятника. Ми бачимо, що вплив сили Коріоліса на W(t) призводить до обертання усієї картини руху з кутовою швидкістю, – Ω_z, де:

$$|\Omega z| = \left|\vec{\Omega}\right| * sin\lambda_0.$$

Зокрема, якщо початкові умови відповідають плоскому руху ($y^*|_{t=0}$= $\dot{y}^*|_{t=0}$=0), тоді площина качань буде повертатись з кутовою швидкістю – Ω_z відносно системи координат механізму повороту крана з вантажем на гнучкому підвісі (канаті) (рис. 6). По суті, ці коливання аналогічні тим, що виникають у маятнику Фуко.

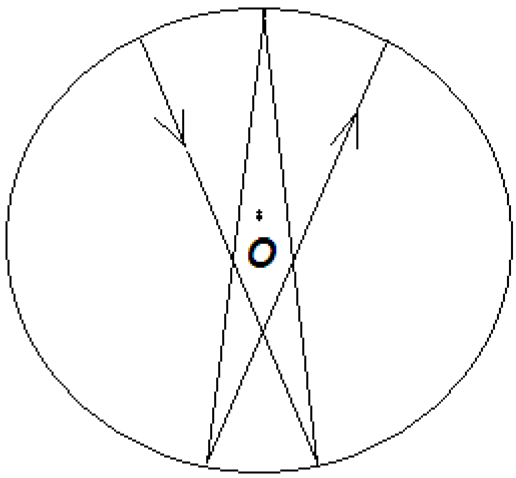

Рис. 6. Траєкторія маятника Фуко.

Остаточний розв'язок рівняння (36) треба скласти з розв'язками (30), тоді матимемо:

$$\begin{cases} x(t) = q * cos\lambda_0 * cos\varphi * \frac{t^2}{2} + Re\{w(t)\} \\ y(t) = q * cos\lambda_0 * sin\varphi * \frac{t^2}{2} + Im\{w(t)\} \end{cases}. \qquad (37)$$

Б. Розглянемо випадок, коли $\dot{\vec{\Omega}} \neq 0$, тобто обертання вантажу на канаті навколо вісі $\vec{\Omega}$ з кутовою швидкістю змінною у часі $\omega(t)$. Тоді замість рівнянь системи [28] матимемо:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -m * \omega(t)^2 * x + 2\dot{y}\Omega z * m + mg * cos\lambda_0 * cos\varphi + m * \dot{\Omega}_z * y; \\ m\ddot{y} = -m * \omega(t)^2 * y + 2\dot{x}\Omega z * m + mg * cos\lambda_0 * cos\varphi + m * \dot{\Omega}_{\dot{z}} * x. \end{cases}, \qquad (38)$$

Слід зазначити, що при цьому $\Omega z = \Omega z(t)$.

Систему рівнянь (38) слід розв'язувати чисельно на ПЕОМ різних законів $\omega(t)$, $\Omega z(t)$.

Якщо використати підхід [1] і ввести поняття дії I для математичного маятника, довжина котрого повільно збільшується в двічі.

$$l = l_0 * (1 + E * t),\ 0 \leq t \leq 1/E, \qquad (39)$$

тоді можна з'ясувати як при цьому змінюється амплітудний кут відхилення q_{max} від вертикалі (вантажу на канаті). Величина дії I, звісно [1], визначається з виразу:

$$I=\frac{1}{2}\, l^{3/2} * q^{1/2} * q_{max}^{2}, \tag{40}$$

де: l – довжина канату, g – прискорення вільного падіння. Виходячи з [39] й [40] маємо:

$$q_{max}(t)= q_{max}(0)*\left\{\frac{l(0)}{l(t)}\right\}^{3/4} = q_{max}(0)*\left\{\frac{l_0}{l_0(1+Et)}\right\}^{3/4} = q_{max}(0)*(1+Et)^{-3/4}, \tag{41}$$

де: $q_{max}(0)$ – максимальне значення кута відхилення у момент часу t=0 . Якщо t=1/E з (41) маємо:

$$q_{max}(t)/_{t=\frac{1}{3}}= q_{max}(0)*2^{-3/4}=\frac{q\max(0)}{\sqrt[4]{8}}=\frac{q\max(0)}{\sqrt[4]{\frac{16}{2}}} = \frac{q\max(0)*\sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{16}}=\frac{q\max(0)}{2}*\sqrt[4]{2}.$$

Оскільки $\sqrt[4]{2}/2< 1$, це означає, що при збільшені довжини l(t) вдвічі при t=1/E $q_{max}^{(t)}/_{t=1/E}$ зменшується по відношенню до $q_{max}(0)$ у $2^{3/4}$ рази.

Висновки

1. Обґрунтована концепція динамічного аналізу функціонування механізмів повороту вантажопідйомних кранів з вантажем на пружній підвісці (канаті), яка заснована на методах аналітичної механіки й розроблених В. І. Арнольдом у [1]. При цьому використання поняття конфігураційного простору досліджувальної механічної системи.
2. Динамічний аналіз механізму повороту крана з вантажем на пружній підвісці (канаті) проведений із врахуванням основних сил, діючих на вантаж: відцентрової (сили ваги вантажу); сили Коріоліса; зовнішніх сил збурення системи.
3. Отримана математична модель (система диференціальних рівнянь), яка адекватно описує розглянувану механічну систему у рамках її пуску (у т.з. перехідних процесах), а вимагає чисельного розв'язку на ПЕОМ, котрий буде здійснений у майбутньому.
4. Результати даного дослідження можуть бути використані у подальшому для уточнення й вдосконалена існуючих інженерних методів розрахунків й динамічного аналізу функціонування механізмів повороту вантажопідйомних крані з вантажем на пружній підвісці (канаті) як на стадіях їх проектування констризованна, такі у рамках реальної експлуатації.

Список літератури

1. Арнольд В. И. Математические методы классической механики. Москва. Наука. 1979. 432 с.

References

1. Arnold V. I. (1979). Mathematical methods of classical mechanics. Moscow. Nauka. 432.

КОНЦЕПТУАЛЬНЫЕ ОСНОВЫ ДИНАМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ МЕХАНИЗМОВ ПОВОРОТА ГРУЗОПОДЪЕМНЫХ КРАНОВ С ГРУЗОМ НА УПРУГОЙ ПОДВЕСКЕ (КАНАТЕ)

Ю. В. Човнюк, И. М. Сивак

Аннотация. *Предложена математическая модель для динамическою анализа функционирования механизмов поворота грузоподъемных кранов, которые несут на упругой подвеске (канате) груз, которая базируется на методах аналитической механики и геометрии разработанных В. И. Арнольдом, благодаря подходу к решению основных задач классической механики, который применяет геометрические понятия (фазовые просторы и потоки, векторные поля и группы Ли). С помощью такого математического аппарата удаётся разобрать все основные вопросы динамики системы, включая теорию движения твёрдого тела и гамильтонов, формально при этом можно везде легко выяснить геометрическую, качественную сторону явлений.*

Ключевые слова: ***концепция, динамика, анализ, функционирования, механизм поворота, грузоподъемный кран, груз, канат***

CONCEPTUAL BASIS OF DYNAMIC ANALYSIS OF FUNCTIONING MECHANISMS OF ROTATION OF CRANES WITH LOAD ON ELASTIC SUSPENSION (ROPE)

Yu. V. Chovnyuk, I. M. Sivak

Abstract. *A mathematical model is proposed for the dynamic analysis of the functioning of the mechanisms of turning cranes, which carry a load on the elastic suspension (rope), which is based on the methods of analytical mechanics and geometry developed by V. I. Arnold, thanks to his approach to solving the fundamental problems of classical mechanics, which uses geometric concepts (phase spaces and flows, vector fields and Lie groups). With the help of such a mathematical apparatus it is possible to disassemble all the main questions of the dynamics of the system, including the theory of motion of a rigid body and Hamiltonian forms; it is formally possible everywhere to easily find out the geometric, qualitative aspect of phenomena.*

Key words: concept, dynamics, analysis, functioning, turning mechanism, lifting crane, cargo, rope