

ОПИС ЛАКТАЦІЙНОЇ ДИНАМІКИ ГОЛШТИНСЬКИХ КОРІВ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ МОДЕЛЕЙ П. ВУДА І ПРАСАД-СИНХА

*О. Ю. Сметана, кандидат сільськогосподарських наук
Миколаївський національний аграрний університет*

Проаналізовано ефективність використання лактаційних моделей П. Вуда і Прасад-Синха для характеристики динаміки місячних надоїв голштинських корів. Встановлено, що рівняння Прасад-Синха краще описує початок лактаційної кривої та її теоретична крива тісніше наближається до фактичних показників.

Голштинська худоба, лактаційна крива, описове моделювання, модель П. Вуда, модель Прасад-Синха.

Лактаційна динаміка у корів – важливий технологічний і селекційний показник. Вона являє собою «біологічний годинник», за яким можна з великою вірогідністю судити про фізіологічний стан тварини. Найпростішим і найдоступнішим методом оцінки характеру лактаційної діяльності є графічне зображення зміни надоїв за лактацію. Але графіки характеризують якісний бік лактаційних кривих. Кількісно їх оцінити можна за допомогою індексів сталості лактації, яких на сьогодні існує чимало [1]. Разом з тим, нині найдосконалішим методом оцінки лактаційної діяльності є їх описове моделювання з використанням специфічних математичних функцій. Позитивною стороною використання останніх є не тільки визначення на їх основі стійкості кривої лактації, а й розрахунок інтенсивності нарощування місячних надоїв до піку та швидкості їх зменшення після нього, встановлення максимально можливого початкового надою, а також ряду інших характеристик залежно від моделі, що використовується [2].

Інтерес до оцінки лактаційної динаміки з використанням математичних моделей почав проявлятися на початку ХХ століття. Перші функції запропонував у 20-х роках С. Броді з колегами [3]. Згодом їх кількість і різноманітність почали стрімко збільшуватися. Нині їх налічується кілька десятків [2].

На теренах України інтерес до оцінки лактаційної динаміки корів за допомогою математичних моделей набирає обертів [4–7]. Тим не менше, з усього їх спектру найбільшого розповсюдження набула модель П. Вуда [8]. Проте у наших попередніх дослідженнях [9] встановлено, що ця функція може формувати атипову теоретичну криву (постійно спадаючу) у тих випадках, коли пік продуктивності настає відносно рано (у середньому на другому місяці лактації).

Мета досліджень – знайти інші лактаційні моделі, які б не мали недоліків функції П. Вуда. Ми вже довели адекватність використання рівнянь Гуо-Свольва [10] і Дж. Нелдера [11], які краще описують початок

лактаційної динаміки, формуючи в усіх випадках типову криву. Разом з тим, відносно нещодавно Ш. Прасад та Р. Синх [12] запропонували ще одну лактаційну модель, яку ми й проаналізуємо.

Матеріали та методи досліджень. Дослідження було проведено на коровах голштинської породи племінного заводу ПрАТ «Агро-Союз» Дніпропетровської області. У досліді було використано показники щомісячних надоїв 65 племінних тварин за першу, другу і третю лактації.

Для корекції емпіричних даних ми використали метод лінійної інтерполяції місячних надоїв для груп корів [13]. Характеристика динаміки місячних надоїв корів через побудову теоретичних кривих лактацій проведена з використанням функції, запропонованої П. Вудом:

$$y_t = at^b e^{-ct} \quad (1)$$

та рівняння, розробленого Ш. Прасадом та Р. Синхом:

$$y_t = \frac{a}{e^{bt + \frac{c}{t}}}, \quad (2)$$

де y_t – надій, отриманий протягом одиниці часу t (місяць);
 a, b, c – коефіцієнти моделей.

За допомогою коефіцієнта детермінації (R^2) було оцінено апроксимацію між фактичними значеннями місячних надоїв і теоретичними, що отримані під час моделювання:

$$R^2 = \left(1 - \frac{\sum (y_o - y_e)^2}{\sum (y_o - y_m)^2} \right) \times 100\% \quad (3)$$

де y_o, y_e, y_m – фактичний, теоретичний, середній місячний надій, відповідно;

Цей параметр дає змогу виразити ступінь подібності досліджуваних рядів помісячної продуктивності у відносних одиницях (%).

Паралельно з коефіцієнтом детермінації для зіставлення фактичної й теоретичної лактаційної динаміки ми використали середні абсолютну й квадратичну похибки ($MAE, RMSE$, відповідно):

$$MAE = \frac{\sum |y_o - y_e|}{n}, \quad RMSE = \frac{\sqrt{\sum (y_o - y_e)^2}}{n} \quad (4, 5)$$

На основі коефіцієнтів використаних моделей ми розрахували додаткові характеристики лактаційних кривих, а саме: рівень пікової продуктивності (y_{peak}) та час її настання протягом лактації (t_{peak}) [8, 12].

Усі розрахунки виконано за допомогою пакета прикладних програм Statistica 7 та MS Excel 2010.

Результати досліджень. Порівнюючи теоретичні криві, побудовані рівняннями П. Вуда і Прасад-Синха за першу лактацію (рис. 1), встановлено, що менші відхилення від фактичних місячних надоїв характерні для другої моделі (табл. 1). Діапазон відхилень теоретичної кривої функції П. Вуда становить -11,4... 12,5 кг, а Прасад-Синха – -9,4... 11,2 кг.

Водночас, виявлені спільні вектори відхилень. Зокрема, за 1-й, 4-й, 5-й і особливо за 6-й, 7-й місяці обидві функції переоцінюють місячні надої, а за 3-й, 8-й і більш відчутно за 2-й, і 9-й – навпаки, недооцінюють.

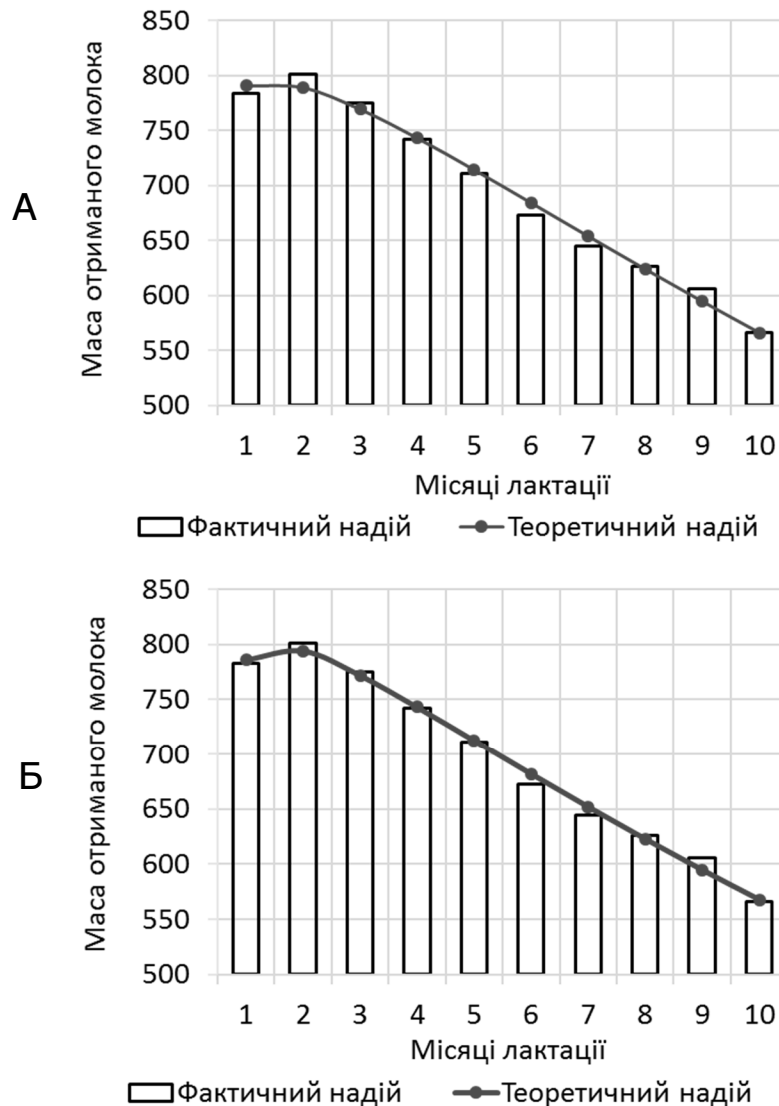


Рис. 1. Криві динаміки місячних надоїв за першу лактацію, побудовані за моделями П. Вуда (А) та Прасад-Синха (Б)

За другу лактацію (рис. 2) відхилення теоретичних кривих від фактичних даних також є вищими при використанні моделі П. Вуда (-13,1...26,2 кг), порівняно з функцією Прасад-Синха (-12,6...20,3 кг).

Порівняння теоретичних значень лактаційної динаміки, отриманих обома моделями, також виявило ряд спільних рис. За моделлю П. Вуда, найвідчутніше завищення теоретичних місячних надоїв відзначено для 1-го, 7-го і 8-го місяців, а за рівнянням Прасад-Синха – для 7-го, 8-го і 9-го. Суттєве заниження фактичних значень модель П. Вуда дає на 2-му і 10-му місяцях, а функція Прасад-Синха – на 5-му і також на 10-му, причому, в обох випадках найвідчутніше за останній період (більш ніж на 20 кг).

1. Параметри відповідності фактичних надоїв теоретичним за моделями П. Вуда і Прасад-Синха

Лактація	Межі відхилень теоретичних і фактичних надоїв, кг	MAE, кг	RMSE, кг	R ² , %
Модель П. Вуда				
Перша	-11,4... 12,5	6,43	2,45	98,99
Друга	-13,1... 26,2	8,99	3,64	99,58
Третя	-12,1... 12,6	7,38	2,66	99,76
Модель Прасад-Синха				
Перша	-9,4... 11,2	4,83	1,87	99,42
Друга	-12,6... 20,3	6,98	2,87	99,74
Третя	8,8... 6,2	3,63	1,53	99,92

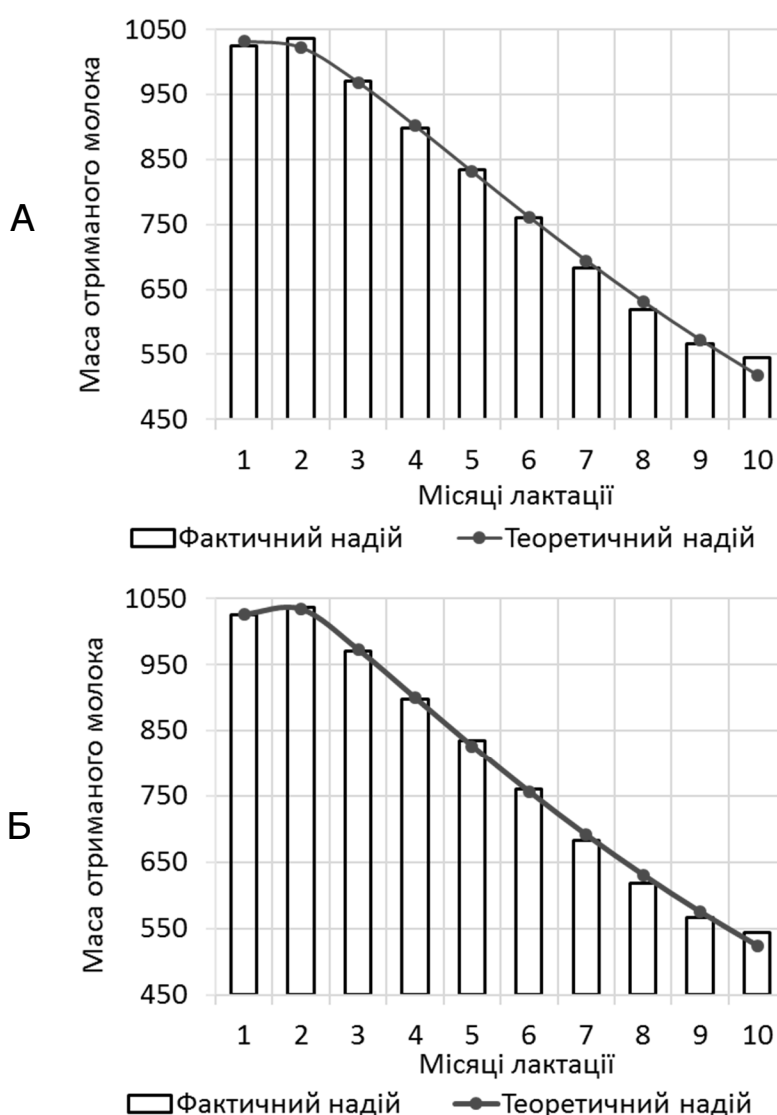


Рис. 2. Криві динаміки місячних надоїв за другу лактацію, побудовані за моделями П. Вуда (А) та Прасад-Синха (Б)

У третій лактаційний період (рис. 3) теоретична крива, сформована рівнянням П. Вуда, відхиляється від фактичних місячних надоїв у

діапазоні -12,1...12,6 кг, а крива, побудована функцією Прасад-Синха, має знову менші межі відхилення – -8,8...6,2 кг.

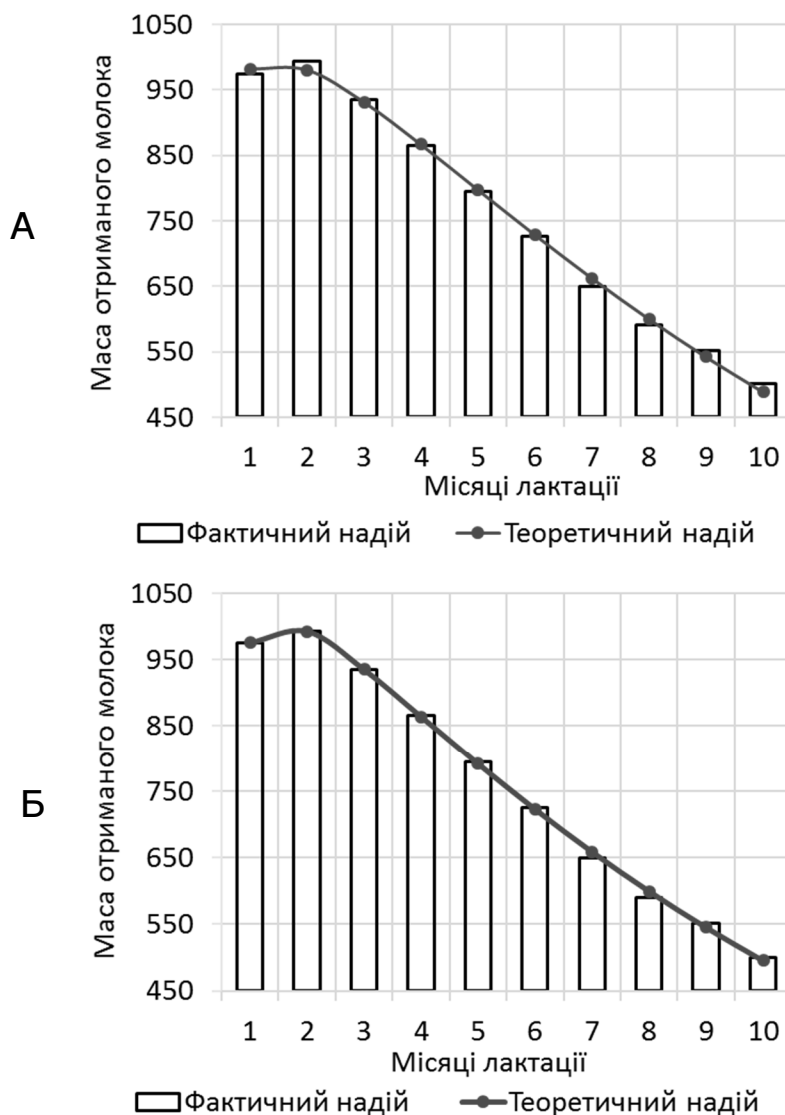


Рис. 3. Криві динаміки місячних надойв за третю лактацію, побудовані за моделями П. Вуда (А) та Прасад-Синха (Б)

Порівнюючи розподіл значень теоретичних кривих використаних моделей виявлено, що вони суттєво тандемно переважають фактичні значення за 6-й і 7-й місяці, а при використанні функції П. Вуда – ще й за 1-й. Протилежна тенденція відзначена за 9-й і 10-й місяці, за рівнянням П. Вуда також і за 2-й.

Порівнюючи коефіцієнти детермінації, що характеризують ступінь подібності між фактичними й теоретичними лактаційними кривими (табл. 1), встановлено, що криві, побудовані за моделлю Прасад-Синха, більшою мірою відповідають емпіричним показникам, оскільки параметр R^2 за всі досліджувані лактації є вищим. Водночас, поряд з коефіцієнтом детермінації, для зіставлення фактичної й теоретичної лактаційної динаміки ми розраховали середні абсолютну й квадратичну похибки (MAE, RMSE, відповідно). Менші значення таких помилок характерні

лактаційним кривим, які сформовані функцією Прасад-Синха, що знову ж таки свідчить про вищу відповідність фактичним показникам.

Окрім того, було розраховано додаткові параметри, які характеризують теоретичні криві досліджуваних моделей, а саме: рівень пікової продуктивності (Y_{peak}) та момент її настання (t_{peak}). Встановлено (табл. 2), що максимальний надій за всі лактації для теоретичних кривих моделі П. Вуда є меншим, ніж аналогічний показник, розрахований за коефіцієнтами рівняння Прасад-Синха.

2. Коефіцієнти й параметри моделей П. Вуда і Прасад-Синха

Лактація	Коефіцієнти моделей			Y_{peak}	t_{peak}
	a	b	c		
Модель П.Вуда					
Перша	837,5	0,080	0,058	793,7	1,39
Друга	1158,4	0,153	0,116	1037,1	1,32
Третя	1109,5	0,174	0,122	991,7	1,43
Модель Прасад-Синха					
Перша	925,9	0,048	0,116	797,8	1,56
Друга	1385,3	0,095	0,206	1047,2	1,47
Третя	1357,7	0,099	0,232	1002,7	1,53

Разом з цим, час від початку лактування до максимального його рівня для кривих, побудованих першою функцією, за всі лактації є меншим, ніж аналог другого рівняння. На нашу думку, це пояснюється тим, що модель П. Вуда до піку продуктивності занадто інтенсивно нарощує теоретичну лактаційну криву, що й призводить до зменшення t_{peak} і Y_{peak} , а також зниження рівня апроксимації між теоретичними та фактичними значеннями лактаційної динаміки.

Висновки

Отже, аналіз застосування лактаційних моделей П. Вуда і Прасад-Синха для опису лактаційної динаміки голштинських корів свідчить про їх високу ефективність. Порівняння зазначених моделей виявило вищий рівень апроксимації з фактичними місячними надоями при використанні рівняння Прасад-Синха, що й підтверджено відповідними параметрами. Окрім того, теоретична крива за моделлю П. Вуда на початковому етапі відносно стрімко росте, що зумовлює зсув піку теоретичної кривої ближче до першого місяця та заниження пікової продуктивності. У цьому контексті, модель Прасад-Синха будує лактаційну криву, більш наближену до фактичних даних і, відповідно, здатна адекватніше характеризувати динаміку місячних надоїв голштинських корів.

Список літератури

1. Гавриленко М. Оцінка молочних корів за стійкістю лактації / М. Гавриленко // Тваринництво України. – 2002. – № 3. – С. 17–19.
2. Lombaard C. S. Hierarchical Bayesian modelling for the analysis of the lactation of dairy animals / C. S. Lombaard. – PhD thesis. – University of the Free State Bloemfontein : South Africa, 2006. – 265 p.

3. Brody S. The rate of decline of milk secretion with the advance of the period of lactation / S. Brody, C. W. Turner, A. C. Ragsdale // The Journal of General Physiology. – 1923. – № 5. – P. 441–444.
4. Гиль М. І. Використання математичних моделей для оцінки лактаційних кривих корів різних генотипів / М. І. Гиль // Науковий вісник НАУ – К., 2007. – Вип. 114. – С. 31–44.
5. Крамаренко С. С. Аналіз особливостей формування лактаційних кривих корів червоної степової породи на підставі моделі П. Вуда / С. С. Крамаренко, Н. П. Сученко // Вісник аграрної науки Причорномор'я. – МДАУ. – Миколаїв, 2009. – С. 222–228.
6. Баркарь Є. В. Використання моделі П. Вуда для апроксимації лактаційних кривих корів різних класів розподілу / Є. В. Баркарь // Зб. наукових праць Вінницького національного аграрного університету. – Вінниця, 2013. – Вип. 2 (72). – С. 71–75.
7. Каратєєва О. І. Опис та прогнозування лактаційних кривих у корів різних типів формування організму / О. І. Каратєєва // Таврійський науковий вісник. – Херсон, 2011. – Вип. 77. – С. 168–174.
8. Wood P. D. P. Algebraic model of the lactation curve in cattle / P. D. P. Wood // Nature. – 1967. – № 216. – P. 164–165.
9. Сметана О. Ю. Математичне моделювання молочної продуктивності голштинської худоби різних угруповань з використанням рівняння П. Вуда / О. Ю. Сметана // Технологія виробництва і переробки продукції тваринництва. – Біла Церква : БНАУ, 2010. – Вип. 3 (72). – С. 183–188.
10. Сметана О. Ю. Характеристика динаміки змін лактаційних кривих голштинських корів різних груп відбору з використанням рівняння Гуо-Свольва / О. Ю. Сметана // Зб. наукових праць Харківської державної зооветеринарної академії. – Х. : РВВ ХДЗВА, 2010. – Вип. 20. – Т. 1. – С. 135–140.
11. Сметана О. Ю. Порівняння моделей П. Вуда і Дж. Нелдера для опису лактаційної динаміки голштинських корів / О. Ю. Сметана // Вісник аграрної науки Причорномор'я : Сільськогосподарські науки. – Вип. 4 (76). – Т. 2, ч. 2. – Миколаїв : РВВ МНАУ, 2013. – С. 143–148.
12. Prasad S. Mathematical formulation of lactation curve of dairy animals / S. Prasad, R. Singh // Indian Veterinary Medical Journal. – 2001. – № 25 (2). – P. 133–136.
13. Крамаренко С. С. Нові методи математичного моделювання лактаційних кривих за допомогою інтерполяції / С. С. Крамаренко // Матеріали міжнародної науково-практичної конференції «Новітні технології скотарства у XXI столітті». – МДАУ. – Миколаїв, 2008. – С. 159–164.

Проанализирована эффективность использования лактационных моделей П. Вуда и Прасад-Синха для характеристики динамики месячных удоев голштинских коров. Установлено, что уравнение Прасад-Синха лучше описывает начало лактационной кривой и ее теоретическая кривая теснее приближается к фактическим показателям.

Голштинский скот, лактационная кривая, описательное моделирование, модель П. Вуда, модель Прасад-Синха.

In the article was analyzed the efficiency of lactation models of P. Wood and Prasad-Singh to characterize the dynamics of monthly milk yield of

Holstein cows. Established that equation of Prasad-Singh describes the beginning of lactation curve better than the other one and its theoretical curve closely approximates the actual indicators.

Holstein cattle, lactation curve, descriptive modeling, the model of P.Wood, Prasad-Singh model.