

### *Karashetsky V.P. Features of calculation of two-dimensional eddy magnetic fields of the method finite element*

Basic formulas of the finite element method for calculating of two-dimensional static eddy magnetic fields filled with nonlinear without hysteresis anisotropic environments with using Lagrangian triangles, cubature formulas of numerical integration and with considering of boundary conditions of Neumann and Dirichlet were obtained.

**Keywords:** eddy magnetic field, magnetic characteristic, Lagrangian triangle, finite element method, cubature formula, boundary conditions.

УДК 330.4:336.71

Доц. Б.Ю. Кишакевич, д-р екон. наук –

Дрогобицький державний педагогічний університет ім. Івана Франка

### ЗАДАЧІ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ПОРТФЕЛЯ АКТИВІВ БАНКУ

Розглянуто сучасні постановки задач багатокритеріальної оптимізації банківського портфеля активів на основі класичної портфельної теорії Марковіца та методи їх узагальнення на випадок кредитного портфеля. Проаналізовано методи вирішення проблеми нормальності розподілу дохідності портфеля через застосування різних мір кредитного ризику.

**Ключові слова:** багатокритеріальна оптимізація, кредитний портфель, портфельна теорія, міри ризику, кредитний ризик, ефективний портфель.

**Актуальність проблеми.** Формування кредитно-інвестиційного портфеля банку є непростим завданням, оскільки вимагає узгодження суперечливих критеріїв: максимізації норми прибутку та мінімізації ризику. Постановка задач оптимізації кредитного портфеля нерозривно пов'язана із кредитною політикою банку – у разі більш агресивної кредитної політики прибутковість портфеля буде превалювати над питаннями безпеки, і навпаки, для консервативної політики на перший план виходить завдання мінімізації ризику. Свідченням того, наскільки важливим є питання формування збалансованого кредитного портфеля банку можуть бути наслідки фінансової кризи 2008-2009 рр. Відомо, що однією із головних причин безпрецедентних фінансових потрясінь останніх років було передусім фокусування практично усіх банківських установ на прибутковості портфеля, тоді як автоматично відбувалась недооцінка його сукупного ризику. Раніше, до 2008 р., в умовах доступності до кредитних ресурсів на міжнародних ринках, та їх дешевизни через існування на цих же ринках величній "мильної бульбашки" фіктивних фінансових ресурсів, банки не приділяли особливої уваги якості своїх кредитних портфелів. Сьогоднішня ситуація істотно відрізняється і виклики, які поставила фінансова криза, актуалізують проблему коректного вибору моделі оптимізації банківського портфеля.

**Аналіз останніх наукових досліджень та публікацій.** Крім вимірювання та моніторингу ризику, важливим елементом ризик-менеджменту є вивчення джерел портфельного ризику та ефективних методів побудови портфеля із мінімальним ризиком та максимальною дохідністю. Проте незважаючи на те, що значні зусилля науковців та практиків були спрямовані на удосконалення методологій вимірювання кредитного ризику, розроблення

інструментарію оптимізації портфельного кредитного ризику, як правило, залишалось недостатньо висвітленим. Найпопулярніший на сьогодні через свою простоту інструментарій ризик менеджменту для ринкового ризику в основному ґрунтується на сучасній портфельній теорії (Марковіц 1952, Шарп 1964) і побудований на припущенні про існування нормального розподілу дохідності портфеля, що не цілком відповідає дійсності. Сучасна портфельна теорія бере свій початок з 1950-х р. Перший період представлений широко відомою дисертацією Л. Башельє "Теорія спекуляцій" (1950 р.) [1], а також основоположними роботами І. Фішера з теорії процентної ставки. Другий період починається у 1951 році після появи статей Г. Марковіца "Вибір портфеля" [2, 3] та В. Шарпа [4], у яких вперше було запропоновано математичну модель вибору оптимального портфеля цінних паперів та було наведено методи побудови таких портфелів за певних умов. У 1990 р. Г. Марковіц разом із В. Шарпом та М. Мертоном були нагороджені Нобелівською премією з економіки за розробку теорії прийняття рішень на основі оцінки ризику в інвестиційних і корпоративних фінансах.

Проблемі подальшого удосконалення портфельної теорії Марковіца присвячено наукові праці Дж. Тобіна [5], Pavlo Krokmal, Stanislav Uryasev, Jonas Palmquist [6], Х. Комо Х. Шіракава та Х. Ямазакі [7], Сперанза [8], М. Юнг [9], А. Клементе та К. Романо [10], Кишакевича Б. [11] та інших. Незважаючи на значну кількість досліджень, присвячених формуванню ефективних портфелів активів банку, невіршеними залишаються проблеми вибору коректних мір ризику, побудови моделей оцінювання кореляції активів, узагальнення класичної задачі портфельної оптимізації на випадок кредитного портфеля тощо.

**Мета роботи** – аналіз сучасних підходів до формування оптимальних портфелів активів банку на основі портфельної теорії Марковіца та методів її узагальнення на випадок кредитного портфеля.

**Виклад основного матеріалу.** Головною заслугою Г. Марковіца вважається ймовірнісне тлумачення дохідності та ризику, що дало змогу зробити проблему формування оптимального портфеля суто математичною задачею. Як наслідок, було отримано задачу квадратичної оптимізації із лінійними обмеженнями. Спочатку робота Г. Марковіца не знайшла належної оцінки у фінансистів, оскільки у 1950-ті роки застосування теорії ймовірності у банківській діяльності було незвичним явищем, і крім того, запропоновані Г. Марковіцем складні на цей час обчислювальні алгоритми потребували відповідної обчислювальної техніки.

Г. Марковіц у своїй моделі ввів очікувану норму прибутку і очікуваний ризик. Він показав, що зміна норми прибутку є мірою ризику портфеля. Відповідно до моделі Г. Марковіца визначають показники, що характеризують обсяг інвестицій і ризик. Це дає змогу порівнювати між собою різні альтернативи вкладення капіталу.

Класична модель Марковіца оптимального портфеля полягає в такому. Нехай  $cov_{ij}$  – коефіцієнт коваріації дохідності  $i$ -го та  $j$ -го активу. Необхідно знайти частки (ваги)  $(x_1, \dots, x_n)$  капіталу, вкладеного в  $n$  можливих інструментів і таких, що мінімізують дисперсію дохідності портфеля:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \text{cov}_{ij} x_i x_j \rightarrow \min ; \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^N y_j x_j \rightarrow \max , \quad (2)$$

де  $y_j$  – очікувана дохідність  $j$ -го активу. Частки всіх інструментів у портфелі повинні в сумі дорівнювати одиниці:

$$\sum_{j=1}^N x_j = 1. \quad (3)$$

Основною ідеєю цієї моделі є вибір оптимального портфеля, або, інакше кажучи, множини активів із найбільшим рівнем дохідності при найменшому або заданому рівні ризику із врахуванням кореляцій між цими активами. Це дає змогу провести ефективну диверсифікацію портфеля активів, яка істотно зменшує сукупний ризик портфеля порівняно із ризиком активів, що входять до нього.

Недоліком такої моделі є велика кількість коефіцієнтів коваріації  $\text{cov}_{ij}$ , яку досить важко обчислити. Бажання отримати найбільш прибутковий портфель завжди вступає у суперечність з бажанням забезпечити вкладення з найменшим ризиком. Очевидно, що ризик портфеля зростає зі збільшенням запланованої дохідності або ефективності. Банк повинен турбуватись про характеристики портфеля загалом, а не про деякі окремі його компоненти чи окремі активи. Через те, однокритеріальна оптимізація кредитного портфеля меншою мірою описує реальний кредитний процес, ніж двокритеріальна чи багатокритеріальна.

Наступним важливим кроком розвитку портфельної теорії були роботи Дж. Тобіна. Наприкінці 50-х років ХХ ст. Дж. Тобін досліджував питання про розподіл сукупного капіталу в економіці між грошовою формою та формою цінних паперів. Розглядаючи сукупний капітал у формі цінних паперів, Дж. Тобін не обмежився ризиковими акціями, а включив до аналізу державні боргові зобов'язання (облігації, казначейські векселі тощо), які вважав за безризиковий капітал. Враховуючи той факт, що дисперсія дохідності такого безризикового активу дорівнює нулю і припустивши, що його дохідність дорівнює  $y_0$ , то внаслідок цього отримаємо задачу оптимізації Тобіна–Літнера [5]:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \text{cov}_{ij} x_i x_j \rightarrow \min ; \quad (4)$$

$$y_0 x_0 + \sum_{j=1}^N y_j x_j \rightarrow \max ; \quad (5)$$

$$\sum_{j=0}^N x_j = 1, \quad (6)$$

яка також допускає простий розв'язок.

Методика побудови ефективних портфелів Г. Марковіца та Дж. Тобіна з великої кількості активів вимагає досить громіздких обчислень. Для портфеля з двох активів потрібно провести двадцять окремих обчислень коварі-

ації, для портфеля з п'ятдесяти активів обчислюють 1225 коваріацій, для ста – 4950 коваріацій, що було у ті роки однією з причин непопулярності такого стохастичного підходу до оптимізації портфеля активів [6].

У 1963 р. учень Г. Марковіца В. Шарп у роботі [4] запропонував одноіндексну модель, яка, порівняно з моделями Г. Марковіца та Дж. Тобіна, значно зменшує розміри задачі формування оптимального портфеля фірми. Модель ґрунтується на припущенні, що дохідність всіх акцій залежить від одного фактора, яким є певний ринковий індекс. В. Шарп не розробив нового методу складання портфеля, а спростив проблему так, що наближений розв'язок може бути знайдено із значно меншими зусиллями, увівши  $\beta$ -фактор.

$\beta$ -фактор характеризує ступінь ризику активу і показує, у скільки разів зміна його ціни перевищує зміну цін на ринку загалом. Якщо  $\beta$  більше від одиниці, то цей актив можна віднести до інструментів із підвищеним ступенем ризику. Якщо  $\beta$  менше від одиниці, то рівень ризику цього активу відносно низький. Якщо  $\beta$  менше від нуля, тоді в середньому зміна ціни цього активу буде протилежною зміні ціни на ринку.

Основними постулатами, на підставі яких побудовано класичну портфельну теорію, є:

- ринок складається із кінцевої кількості активів, прибутковість яких вважається випадковими величинами;
- інвестор може отримати оцінку очікуваних (середніх) значень дохідності та їх попарних коваріацій і ступенів можливості диверсифікації ризику;
- інвестор може формувати будь-які допустимі (для цієї моделі) портфелі. Прибутковість портфелів є також випадковою величиною;
- порівняння портфелів ґрунтується тільки на двох критеріях: середній прибутковості і ризику;
- інвестор не схильний до ризику в тому розумінні, що із двох портфелів із однаковою прибутковістю він віддасть перевагу портфелю із меншим ризиком.

Згодом появились чисельні модифікації оптимізаційної задачі Г. Марковіца. Наприклад, Х. Кома Х. Шіракава та Х. Ямазакі у роботі [7] запропонували задачу лінійного програмування замість квадратичного через використання метрики Мінковського  $l_1$  замість Евклідової, як це було зроблено Г. Марковіцем. Абсолютне відхилення дохідності портфеля активів вони визначили як:

$$\Delta(x) = E \left[ \sum_{j=1}^n y_j x_j - E \left[ \sum_{j=1}^n y_j x_j \right] \right]. \quad (7)$$

Перевагою такого підходу, на думку їх авторів, було те, що на відміну від підходу Г. Марковіца, тут не виникає потреби обчислювати коваріаційну матрицю і, крім цього, розв'язування задач лінійного програмування є значно простішим за квадратичне програмування.

На практиці часто замість середньоквадратичного відхилення використовують інші міри ризику. Так, Сперанза, у роботі [8] пропонує використати напівабсолютне відхилення:

$$\Delta(x)_- = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \left| \min \left\{ 0, \sum_{j=1}^n (y_{js} - y_j) x_j \right\} \right|, \quad (8)$$

де:  $y_j = E(Y_j) = \sum_{s=1}^S p_s y_{sj}$  – очікувана дохідність  $j$ -го активу;  $S$  – кількість сценаріїв;  $p_s$  – ймовірність  $s$ -го сценарію;  $y_{js}$  – дохідність  $j$ -го активу при  $s$ -му сценарії.

Юнг М. запропонував мінімаксий критерій знаходження оптимального портфеля, який визначається як такий, що максимізує мінімальну прибутковість протягом певного горизонту часу [9]:

$$y(x) = \min_{s=1, \dots, S} \sum_{j=1}^n y_{js} x_j \rightarrow \max. \quad (9)$$

Спеціалісти із портфельної оптимізації загалом виокремлюють такі недоліки моделі Г. Марковіца:

- 1) необґрунтованість припущення про нормальний розподіл дохідності портфеля. На думку багатьох науковців, припущення про нормальний розподіл втрат портфеля не є коректним, оскільки розподіл втрат  $F$  має додатну асиметрію – довгий правий хвіст відповідає малим ймовірностям величезних втрат. Деякі науковці вважають, що у зв'язку із цим, для аналізу поведінки розподілу дохідності портфеля потрібно розглядати моменти розподілу вищих порядків, ніж математичне сподівання та дисперсія;
- 2) проблема практичної реалізації задачі Марковіца при додаванні до неї цілочисельних обмежень – кількості угод, питомої ваги кожного активу тощо. Такі обмеження дають змогу більш реалістично змоделювати кредитний процес у банку, проте їх врахування призводить до істотного ускладнення обчислювального процесу. Треба зазначити, що нам удалось зробити багатокритеріальну постановку бінарної задачі оптимізації кредитного портфеля та розв'язати її з допомогою генетичного алгоритму, розробивши для цього спеціальні бінарні оператори мутації та кросингверу;
- 3) оскільки кредитні події трапляються рідко, то це призводить до браку історичних даних для коректного обчислення кредитних кореляцій, на відміну від ринкового ризику, для якого такі дані є у достатній кількості, що дає змогу без проблем визначити коваріації та середні значення дохідності активів.

Щодо проблеми врахування асиметричності розподілу втрат портфеля, то сам Г. Марковіц у 1991 р. у своїй праці [3] зазначає, що аналіз портфелів на основі напівдисперсії має тенденцію давати краще оптимізовані портфелі, ніж на основі звичайної дисперсії. Сьогодні появилось дуже багато досліджень, присвячених урахуванню важкого хвоста розподілу (fat tail distribution) втрат кредитного портфеля. Так, А. Клементе та К. Романо у роботі [10] пропонують методіку оптимізації кредитного портфеля, яка враховує не нормальний характер розподілу втрат. Для цього автори застосовують метод симуляції Монте-Карло та підхід на основі копул.

Важливим етапом в еволюції моделей оцінки кредитного ризику були роботи чеського математика О. Васічека, який показав, що за певних припущень, модель Мертона може бути застосована для оцінки кредитного ризику портфеля. Базельський комітет використав моделі Мертона та Васічека із

нормально розподіленими систематичними та ідіосинкратичними факторами ризику як базисні при обчисленні вимог до капіталу. Багато спеціалістів, вказуючи на недоліки середньоквадратичного відхилення для оптимізаційних задач, пропонують використовувати когерентні міри ризику, такі як CVaR (Conditional Value-at-Risk).

Варто зазначити, що задача мінімізації дисперсії дохідності портфеля ідентична мінімізації VaR та CVaR лише для нормального розподілу. VaR рідше застосовують для цих цілей, оскільки як міра ризику вона не є опуклою та має багато локальних мінімумів. Міри, подібні до сьогодні популярного CVaR, згадуються ще у 1996 р. у дослідженнях А. Прекопа. С. Урясев та ін. у роботі [6] показали, що CVaR може бути мінімізованим з допомогою лінійного програмування та техніки негладкої оптимізації. Хоча CVaR володіє значно привабливішими з точки зору математики властивостями, проте ця міра ризику стала більше популярною у страховій справі, а не у банківській, оскільки вимагає значної кількості даних.

У літературі деколи можна зустріти також задачі оптимізації кредитного портфеля, при якій враховується показник концентрації кредитного ризику. Так, у роботі Б. Кишакевича [11] запропоновано метод узагальнення портфельної теорії Марковіца на випадок кредитного портфеля та підхід до розв'язування таких задач з допомогою генетичного алгоритму.

У своїх працях автори здебільшого порушують питання однокритеріальної оптимізації, коли максимізується дохідність портфеля або мінімізується її дисперсія. Більшість таких моделей побудована на основі портфельної теорії Марковіца. На практиці ж, зазвичай, виникає потреба побудови компромісного кредитного портфеля, коли одночасно мінімізується ризик та максимізується очікувана прибутковість. Така двокритеріальна оптимізація вимагає застосування складних обчислювальних технік та алгоритмів, що робить цю проблему цікавою як для економістів, так і для математиків.

У більшості відомих моделей портфельної оптимізації вихідними даними є дохідності активів. Ризик, зазвичай, вважається функцією дохідності, причому види цієї функції можуть бути різними. Іншим факторам у цих моделях не знаходиться місця, через високу складність та велику розмірність таких задач. Описані моделі портфельної теорії передбачають збір статистичної інформації про стан кредитного та фондового ринків, що робить їх досить вартісними в практичній реалізації в Україні через недостатню розвиненість цих ринків.

**Висновки.** Таким чином, сьогодні при постановці задач багатокритеріальної оптимізації портфеля активів банку дедалі частіше можна зустріти спроби вирішення проблеми нормальності розподілу дохідності портфеля через застосування принципово нових мір кредитного ризику. Постановка задач багатокритеріальної оптимізації кредитного портфеля та їх розв'язання є значно складнішою проблемою, ніж у загальному випадку портфеля активів. Річ не лише у браку необхідних історичних даних про кредитні події, але й у тому, що банківські позики не мають визначеної ринкової ціни, на відміну від цінних паперів. Важливою відмінною рисою цих задач є неможливість придбати позику банком (інвестором) у наперед визначеному обсязі. Розмір

позики визначає позичальник у кредитній заявці, виходячи із потреби в кредитних ресурсах, і через це рішення керівництва банку спрощується до визначення ставки дохідності за позикою і має бінарний характер: видати позику такого розміру чи ні. Усе це ускладнює узагальнення портфельної теорії Марковица на випадок кредитного портфеля та побудову ефективних числових методів розв'язання такого класу задач.

### Література

1. Bachelier, L. Theorie de la speculation / L. Bachelier // Annales de L'Ecole Normale Supérieure. – 1900. – Vol. 17. – Pp. 21-86.
2. Markowitz H. Portfolio selection / H. Markowitz // Journal of Finance. – 1952. – Vol. 7, № 1. – Pp. 77-91.
3. Markowitz H. Portfolio selection: efficient diversification of investments / H. Markowitz // New York : Wiley, 2nd ed. Cambridge, MA: Basil Blackwell. – 1991.
4. Sharpe W. Simplified model for portfolio analysis. Management / W. Sharpe // Science. – 1963. – Vol. 9, № 2. – Pp. 277-293.
5. Tobin J. Liquidity preference as behavior towards risk / J. Tobin // The Review of Economic Studies. – 1958. – Vol. 25. – Pp. 65-86.
6. Uryasev Stanislav. Portfolio optimization with conditional value-at-risk objective and constraints / Pavlo Krokmal, Stanislav Uryasev, Jonas Palmquist // The journal of risk. – Winter 2001. – Vol. 4, No. 2. [Electronic resource]. – Mode of access <http://www.engineering.uiowa.edu/~krokmal/pdf/cvar.pdf>.
7. Konno H. A mean-absolute deviationskewness portfolio optimization model / H. Konno, H. Shirakawa, H. Yamazaki // Annals of Operations Research. – 1993. – № 45. – Pp. 205-220.
8. Speranza M. Linear programming model for portfolio optimization / M. Speranza // Finance. – 1993. – Vol. 14. – Pp. 107-123.
9. Young M. A Minimax, portfolio selection rule with linear programming solution / M. Young // Management Science. – 1998. – Vol. 44, № 5. – Pp. 673-683.
10. Clemente Annalisa. Measuring and optimizing portfolio credit risk: a copula-based approach / Annalisa Di Clemente, Claudio Romano // Economic Notes. – 2004. – Vol. 33, No. 3. – Pp. 325-357.
11. Кишакевич Б.Ю. Формування оптимальних за Парето кредитних портфелів з допомогою генетичного алгоритму / Б.Ю. Кишакевич // Вісник Хмельницького національного університету : наук. журнал. – Сер.: Економічні науки. – Хмельницький : Вид-во ХНУ. – 2010. – Т. 4. – С. 126-132.

### **Кишакевич Б.Ю. Задачи многокритериальной оптимизации портфеля активов банка**

Рассмотрены современные постановки задач многокритериальной оптимизации банковского портфеля активов на основе классической портфельной теории Марковица и методы их обобщения на случай кредитного портфеля. Проанализированы методы решения проблемы нормальности распределения доходности портфеля через использование различных мер кредитного риска.

**Ключевые слова:** многокритериальная оптимизация, кредитный портфель, портфельная теория, меры риска, кредитный риск, эффективный портфель.

### **Kyshakevych B. Yu. The problems of the multiobjective optimization of the bank asset portfolio**

The modern multiobjective optimization framework of bank asset portfolio on the base of classical portfolio theory and the methods of its generalization for the case of credit portfolio were discussed. The solutions of the problem of portfolio profitability normality were analyzed.

**Keywords:** multiobjective optimization, credit portfolio, portfolio theory, credit measures, credit risk, effective portfolio.

УДК 65.012.32+004.9

Мол. наук. співроб. О.І. Венгер –  
НУ "Львівська політехніка"

## **ПІДВИЩЕННЯ РІВНЯ ЕФЕКТИВНОСТІ КОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМ ПІДПРИЄМСТВ ЧЕРЕЗ ЗМЕНШЕННЯ ВИТРАТ НА СТІЛЬНИКОВИЙ ЗВ'ЯЗОК**

Обґрунтовано важливість ефективного використання комунікаційної системи підприємства, виокремлено основні статті витрат на систему комунікацій. Досліджено шляхи оптимізації витрат на стільниковий зв'язок як вагової компоненти системи комунікацій підприємства.

**Ключові слова:** стільниковий зв'язок, інформаційно-комунікаційні технології, витрати, основні засоби, нематеріальні активи.

**Постановка проблеми.** У сучасних умовах кожне підприємство, здійснюючи свою господарську діяльність, використовує для організування дієвих комунікацій ті чи інші засоби зв'язку. Сьогодні ринок стільникового зв'язку є одним з найбільш перспективних та швидко зростаючих напрямків галузі зв'язку. Відповідно, він належить до істотних рушійних сил в системі комунікацій підприємств. Тому тема, що розглядається, є актуальною і цікавою для вивчення.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Наукові розробки в напрямку формування інформаційно-комунікаційних систем підприємств здійснювали зарубіжні вчені, зокрема: Ф. Котлер, С. Мінетт, Л. Персі, Х. Прингл, Е. Райс, Дж. Россітер, М. Томпсон. Питання комунікацій у діяльності сучасних підприємств досліджено у працях провідних вітчизняних науковців, зокрема О.М. Голубкової, Т.І. Лук'янця, О.С. Кузьміна, Н.О. Шпака, А.О. Босака, Н.І. Норціної, І.Я. Рожкової, В.П. Федько, Н.Г. Федько та інших. Проте в публікаціях не приділено належної уваги оптимізації витрат за рахунок контролювання та зменшення витрат на зв'язок, зокрема на стільниковий, в системах комунікацій підприємств.

**Мета дослідження.** З огляду на результати аналізу літературних джерел за проблематикою, метою дослідження є формування чинників оптимізування витрат на зв'язок в системі комунікацій.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Науково-технічний прогрес вимагає оперативного розв'язання задач, пов'язаних з обробленням та передаванням великої кількості інформації, її систематизацією та аналізом. Розвиток промислових ринків, посилення конкуренції, збільшення інформаційного переважання суспільства та постійно зростаючі витрати підприємств на комунікації особливо гостро ставлять питання формування ефективної системи комунікацій. У світі немає жодної фірми, яка була б конкурентоздатною, утримувала позиції на ринку і при цьому змогла б обійтися без гнучкої динамічної системи комунікаційних зв'язків.

Головним завданням менеджменту підприємств є забезпечення ефективної діяльності підприємства, яке має приносити максимальний прибуток за оптимального рівня витрат. Підприємства завжди прагнуть економити ресурси, досягати зниження витрат. Вони в умовах ринку розглядають інфор-