

**ДОСЛІДЖЕННЯ КРОКУ ДИСКРЕТИЗАЦІЇ МЕТОДУ
СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПІД ЧАС МОДЕЛЮВАННЯ
РОЗПОДІЛУ ВОЛОГИ У ДЕРЕВИНІ ВНАСЛІДОК СУШІННЯ**

На основі узагальнення методу скінченних елементів на вологісну область розроблено програмне забезпечення з використанням об'єктно-орієнтованого програмування та з його допомогою досліджено вплив розмірів скінченних елементів у просторі та в часі на результати моделювання розподілу вологи у деревині внаслідок сушіння.

Ключові слова: деревина, сушіння, вологість, моделювання, метод скінченних елементів.

Актуальність. У працях [1-3] на основі узагальнення методу скінченних елементів (МСЕ) наведено результати моделювання розподілу вологи у висушуваній деревині. Зокрема вказано, що рівномірний розподіл початково-вологомісту після переходу у регулярний період видалення зв'язаної вологи набуває параболічного характеру, а в нерегулярному періоді сушіння деяка частка вологи у деревині починає випаровуватися через її поверхню, а деяка частка – прямує до центру матеріалу. Це призводить на початковому етапі сушіння до збільшення вологомісту у приповерхневих зонах матеріалу порівняно з початковим (рис. 1).

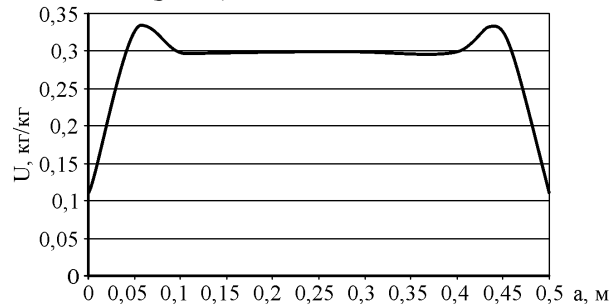


Рис. 1. Розподіл вологи вздовж ширини пиломатеріалу посередині товщини [2]

Такі результати викликають сумніви у деяких фахівців з технології сушіння деревини і тому дослідження результатів моделювання розподілу вологи у процесі сушіння методом скінченних елементів залишається актуальним.

Постановка задачі. Нестационарний процес вологоперенесення в процесі сушіння деревини на етапі видалення зв'язаної вологи описують рівняння [1-3] у частинних похідних

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = \alpha_x \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \alpha_y \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \quad (1)$$

і відповідними граничними умовами 3-го роду

$$U = U_B(S), \quad \alpha \frac{\partial U}{\partial n} = \beta(U_{II} - U_R) \quad (2)$$

та початковою умовою $U|_{\tau=0} = U_0$,

де: U – вологоміст; τ – час; α_x, α_y – коефіцієнти вологопровідності вздовж осей анізотропії, m^2/c ; $U_B(S)$ – вологоміст на поверхні, який може бути функцією координат; n – зовнішня нормаль; β – коефіцієнт вологовіддачі, m^2/c ; U_{II} – вологоміст на поверхні; U_R – рівноважний вологоміст; U_0 – початковий розподіл вологи.

Початковий розподіл вологи U_0 на початку сушіння приймаємо рівномірним, тобто $U_0 = const$, а на етапі регулярного процесу (критерій Фур'є $F_0 = 0,1$) – параболічним

$$U|_{F_0=0,1} = U_{II} - \left[1 - \left(\frac{x-a/2}{a/2} \right)^2 \right] \left[1 - \left(\frac{y-b/2}{b/2} \right)^2 \right] (U_{II} - U_{II}), \quad (3)$$

де: U_{II}, U_{II} – вологоміст в центрі та на поверхні пиломатеріалу; a, b – ширини та товщина пиломатеріалу; x, y – поточні координати на відповідних осях.

Узагальнивши МСЕ на вологісну область, отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\left([K] + \frac{2}{\Delta \tau} [C] \right) \{U\}_n = \left(\frac{2}{\Delta \tau} [C] - [K] \right) \{U\}_{n-1} + 2\{F\}, \quad (4)$$

де матриці K, C і F відповідно – вологопровідності, демпфування та навантаження, U_n – значення вологи у попередній момент часу моделювання t_{i-1} , U_n – поточне значення вологи у поперечному перерізі матеріалу у момент часу t_i .

На основі математичної моделі (1-4) розроблено програмне забезпечення (ПЗ) відповідно до принципів об'єктно-орієнтованого програмування, яке дає змогу описувати сам об'єкт та дії з ним як одне ціле, надає програмісту можливість розподілити складну проблему на ряд простих та полегшує процес тестування та налагодження програмного продукту. Створене ПЗ складається із головного модуля та двох класів: `Point_class`, масив об'єктів якого відповідає за розбиття області задачі на вузли і їх нумерацію та клас `Element`, в об'єктах якого зберігаються самі елементи (рис. 2).

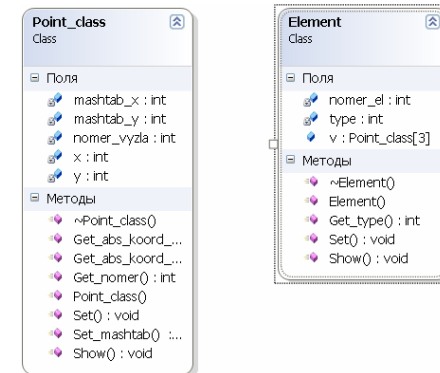


Рис. 2. Діаграма класів розробленого ПЗ

Під час роботи формується масив об'єктів класу `Point_class`, у полях яких зберігаються координати точок розбиття та номер відповідного вузла.

Потім формується масив класу Element, об'єкти якого містять 3 точки класу Point_class, а також тип та номер відповідного елемента.

Програмний продукт був реалізований у консольному режимі з метою економії ресурсів апаратної частини комп'ютера та, як наслідок підвищення швидкодії роботи, що навіть при сучасному стані розвитку комп'ютерної техніки є необхідним. У процесі проведення досліджень було визначено, що у разі розбиття області задач на 2000 елементів обчислення однієї ітерації за часом займало приблизно 30-40 с.

Результати досліджень. Чисельний експеримент визначення нестационарного розподілу вологоперенесення у процесі сушіння деревини на основі алгоритму реалізації фізико-математичної моделі [2] проведено для сосни ($\rho_0 = 400 \text{ кг/м}^3$) з початковими значеннями вологості $W_0 = 0,3\%$ і температури $t_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ та такими умовами процесу сушіння: $t = 79 \text{ }^\circ\text{C}$, $\varphi = 77\%$, $v = 2 \text{ м/с}$ (φ , v – відповідно відносна вологість та швидкість агента сушіння).

У роботі [4] досліджено вплив порядку скінченних елементів на точність розв'язання краєвих задач і показано, що збільшення порядку апроксимації $n \geq 3$ приводить до підвищення похибки МСЕ. Лише застосування скінченних елементів (СЕ) другого порядку є ефективнішим порівняно із застосуванням СЕ першого порядку. Але точність МСЕ є залежною від геометричних розмірів елемента розбиття. Тому для дослідження згаданих результатів і розробленого ПЗ проведено чисельні експерименти як для різної кількості точок розбиття і елементів (для $n = 1$) при сталих геометричних розмірах пиломатеріалу, так і для різних проміжків часу Δt .

Аналіз чисельних експериментів моделювання динаміки розподілу вологісних полів у точках поперечного перерізу дошки тангенціального розпилювання залежно від тривалості сушіння з різними кроками часу сушіння Δt показує, що максимальне відхилення між залежностями не перевищило 0,01%. Тому величина кроку Δt у часі не є вирішальним фактором похибки МСЕ під час моделювання розподілу вологи у висушуваній деревині.

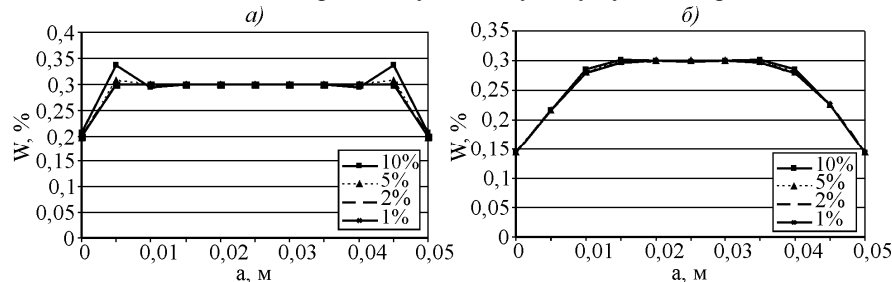


Рис. 3. Розподіл вологи вздовж ширини матеріалу у центрі товщини для різних розмірів СЕ у різні моменти часу сушіння: а) через 0,5 год.; б) через 5 год.

Рис. 3 характеризує розподіл вологи у центрі поперечного перерізу пиломатеріалу вздовж ширини a для різних розмірів скінченних елементів (% розміру СЕ відносно ширини a). Аналогічні залежності отримано і для інших поперечних перерізів пиломатеріалів.

Висновки. Точність результатів моделювання методом скінченних елементів розподілу вологи у деревині під час сушіння залежить не від кроку дискретизації у часі Δt , а від вибраних розмірів скінченних елементів відносно області розбиття.

Як показує аналіз проведених досліджень, розміри СЕ повинні бути меншими ніж 5% від розмірів області моделювання. Зменшення ж розмірів СЕ менше ніж до 1% від розмірів поперечного перерізу пиломатеріалу, на відміну від проаналізованого збільшення порядку полінома $n > 3$, надалі підвищує точність результатів моделювання МСЕ, але стрімко збільшуються об'єми обчислень, що призводить до невіправданих затрат ресурсів і часу роботи ПЗ.

Література

1. Бакалець А.В. Моделювання нелінійних тепломасообмінних процесів у висушуваній деревині методом скінченних елементів / А.В. Бакалець, Я.І. Соколовський // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". – Сер.: Комп'ютерні науки та інформаційні технології. – Львів: Вид-во НУ "Львівська політехніка". – 2005. – Вип. 543. – С. 58-63.
2. Дендюк М.В. Моделювання зв'язку тепломасооперенесення з деформативністю та міцністю деревини / М.В. Дендюк, Б.П. Поберейко, Я.І. Соколовський // Промислова пневматика і гідравліка: матер. Всеукр. наук.-техн. журналу. – Вінниця. – 2006. – № 3(13). – С. 97-103.
3. Бакалець А.В. Математичне моделювання неізотермічного вологоперенесення та в'язкопружного стану в деревині у процесі сушіння: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 01.05.02 – "Математичне моделювання та обчислювальні методи" / А.В. Бакалець / Національний університет "Львівська політехніка". – Львів, 2010. – 22 с.
4. Карашецький В.П. Вплив порядку інтерполяції кінцевих елементів на точність розв'язання краєвих задач розрахунку статичних магнітних полів диференціальним методом / В.П. Карашецький // Науковий вісник НЛТУ України: зб. наук.-техн. праць. – Львів: РВВ НЛТУ України. – 2010. – Вип. 20.8. – С. 280-285.

Сало Н.Ф., Дендюк М.В., Каратник Ю.И. Исследование шага дискретизации метода конечных элементов при моделировании распределения влаги в древесине при сушке

На основании обобщения метода конечных элементов на влажностную область разработано программное обеспечение с использованием объектно-ориентированного программирования и с его помощью исследовано влияние размеров конечных элементов в пространстве и во времени на результаты моделирования распределения влаги в древесине при сушке.

Ключевые слова: древесина, сушка, влажность, моделирование, метод конечных элементов.

Salo M.F., Dendiuk M.V., Karatnyk Yu.I. Research sampling step finite element method for modelling the distribution of moisture in wood during drying

According to the analysis of finite element method on a humid region a software was developed using object-oriented programming and using it investigated the effect of the size of finite elements in space and time on the results of modeling moisture distribution in the wood during drying.

Keywords: wood, process of drying, moisture content, modelling, method of finite elements.