

$$\int_0^{+\infty} \left(\frac{\partial u'(x, \tau)}{\partial t} - \frac{\partial u''(x, \tau)}{\partial t} \right)^2 \psi(x) dx + \int_0^{+\infty} \left(\frac{\partial u'(x, \tau)}{\partial x} - \frac{\partial u''(x, \tau)}{\partial x} \right)^2 \psi(x) dx + \int_{Q_\tau} \left| \frac{\partial u'}{\partial t} - \frac{\partial u''}{\partial t} \right|^p \psi(x) dx dt \leq 0$$

для всіх $0 < \tau \leq T$. Отже, $u^{(1)} = u^{(2)}$ майже скрізь в Q_T .

Отримані класи існування та єдиності розв'язку задачі (1)-(4) є ваговими соболевськими просторами функцій з якісною поведінкою при $x \rightarrow +\infty$. Прикладами вагової функції можуть бути $\psi(x) = (1+x)^\alpha$, $\psi(x) = e^{\beta x}$, $\alpha, \beta = \text{const}$ тощо.

Висновки. Отримано умови коректності розв'язку в математичній моделі нелінійних слабо зв'язаних коливальних систем. Вказана методика може бути застосована також й у випадках коливань під дією комбінованих нелінійних сил пружності та опору. Отримані якісні результати, які обґрунтовують застосування до вказаної задачі методу Гальоркіна, надалі при дослідженні динамічних характеристик розв'язків розглянутих математичних моделей коливань дають змогу застосовувати різноманітні наближені методи.

Література

1. Коломиец В.Г. Случайные колебания упругих нелинейных систем с распределенными параметрами / В.Г. Коломиец, Л.М. Порхун // Математическая физика : респ. межвед. сб. науч. тр. – 1968. – Вып. 5. – С. 103-108.
2. Митропольский Ю.О. Асимптотические решения уравнений в частных производных / Ю.О. Митропольский, Б.И. Мосеенков. – К. : Вид-во "Вища шк.", 1976. – 596 с.
3. Сокіл Б.І. Дослідження нелінійних коливань стрічок конвеєрів / Б.І. Сокіл // Оптимізація виробничих процесів і технологічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні. – 2000. – № 394. – С. 101-104.
4. Santee D.M. Oscillations of a beam on a non-linear elastic foundation under periodic loads / D.M. Santee, P.B. Goncalves // Shock and Vibrations. – 2006. – Vol. 13. – Pp. 273-284.
5. Demeio L. Forced nonlinear oscillations of semi-infinite cables and beams resting on a unilateral elastic substrate" / L. Demeio, S. Lenci // Nonlinear Dynamics. – 2007. – Vol. 49. – Pp. 203-215.
6. Demeio L. Second-order solutions for the dynamics of a semi-infinite cable on a unilateral substrate" / L. Demeio, S. Lenci // J. Sound Vibr. – 2008. – Vol. 315. – Pp. 414-432.
7. Astaburuaga M. Scattering frequencies for a perturbed system of elastic wave equations / M. Astaburuaga, Coimbra R. Charao, C. Fernandez, Perla G. Menzala // J. Math. Anal. And Appl. – 1998. – Vol. 219. – P. 52-75.
8. Duvaut G. Les inequations en mecanique et en physique / G. Duvaut, J.L. Lions. – Paris: Dunod, 1972. – 236 p.
9. Gurtin M. An introduction to continuum Mechanics / M. Gurtin. – New York : Academic Press, 1981. – 128 p.
10. Agre K. Global solutions to boundary value problems for a nonlinear wave equation in high space dimensions / K. Agre, M.A. Rammaha // Diff. And Integr. Equat. – 2001. – Vol. 14. – P. 1315-1331.
11. Majdoub M. Qulitative study of the critical wave equation with a subcritical perturbation / M. Majdoub // J. Math. Anal. And Appl. – 2005. – Vol. 301. – P. 354-365.
12. Pecher H. Sharp existence results for self-similar solutions of semilinear wave equations / H. Pecher // Nonlin. Diff. Equat. And Appl. – 2000. – Vol. 7. – P. 323-341.
13. Ryo Ikehata. Two dimensional exterior mixed problem for semilinear damped equation / Ikehata. Ryo // J. Math. Anal. And Appl. – 2005. – Vol. 301. – P. 366-377.
14. Todorova G. Critical exponent for a nonlinear wave equations with damping / G. Todorova, B. Yordanov // J. Diff. Equat. – 2001. – Vol. 174. – P. 464-489.

15. Пукач П.Я. Змішана задача в необмеженій області для слабо нелінійного гіперболического рівняння зі зростаючими коефіцієнтами // Математичні методи та фізико-механічні поля : наук. журнал. – Львів : Вид-во ІІПІММ. – 2004. – Вип. 47. – № 4. – С. 149-154.
16. Лионс Ж.Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач / Ж.Л. Лионс. – М. : Изд-во "Эдиториал" УРСС, 2002. – 587 с.
17. Коддингтон Э.А. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений / Э.А. Коддингтон, Н. Левинсон. – М. : Изд-во иностр. лит., 1958. – 475 с.

Пукач П.Я. Качественные методы исследования корректности решения в математической модели нелинейных колебаний полуграниченных упругих тел

Изложена методика качественного исследования решения математической модели колебаний полунеграниченных упругих тел. Рассмотренная система обобщает систему нелинейных волновых уравнений, изучаемую в теории упругости. Получены классы корректности обобщенного решения – весовые соболевские пространства функций с качественным поведением на бесконечности.

Ключевые слова: нелинейные колебания, нелинейная краевая задача, метод Гальоркина, метод монотонности, неограниченная область.

Pukach P.Ya. Qualitative research methods of investigation of solution correctness in the mathematical model of nonlinear oscillations of semi-infinite elastic bodies

The technique of qualitative research solution mathematical model of vibrations of semi-infinite elastic bodies is given. The system generalizes the system of nonlinear wave equations, which is studied in the theory of elasticity. Correctness classes of a solution – weighted Sobolev spaces of functions with qualitative behavior at infinity are obtained.

Keywords: nonlinear vibrations, nonlinear boundary value problem, Galerkin method, method of monotony, unbounded domain.

УДК 634.0.377

Викл. І.В. Бичинюк – Львівський ДУВС

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА АНАЛІЗ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ Г-ПОДІБНОЇ ПРОМІЖНОЇ ОПОРИ КАНАТНОЇ ЛІСОТРАНСПОРТНОЇ УСТАНОВКИ

Розроблено програму математичного моделювання просторової конструкції проміжної опори на базі системи MSC/NASTRAN для Windows. Оцінено напружено-деформований стан Г-подібної проміжної опори просторової конструкції. Представлений аналіз дав змогу встановити небезпечні перерізи та вузли опори. Визначено внутрішні зусилля, які виникають в елементах опори, та наведено рекомендації для вибору розмірів їх поперечних перерізів.

Ключові слова: комп'ютерне моделювання; напружено-деформований стан; просторова конструкція; Г-подібна опора; основні елементи; геометричні параметри.

Канатні лісотransпортні установки є основним засобом механізації первинного транспортування деревини в гірських умовах [1, 2], а для умов українських Карпат це багатопрогінні канатні установки. Багатопрогінні канатні лісотransпортні установки оснащують проміжними опорами, які, зазвичай, виготовляють з використанням ростучих дерев [1-3]. Однак під час доглядових рубань та і у стиглих деревостанах не завжди вдається на трасі установки знайти ростучі дерева, які за міцністю, висотою та діаметром стовбу-

ра відповідали б вимогам до таких опор. Окрім цього, трудомісткість монтажних робіт таких канатних установок становить близько 30 % робочого часу і є вищою, порівняно з будівництвом тракторного волока, а частка механізованої праці під час монтажу не перевищує 15 %.

Істотно підвищити ефективність канатних лісотранспортних установок можна, використавши штучні проміжні опори, які розробив автор [4, 5]. Більш простими в монтажі та надійними в роботі є Г-подібні опори. Схему такої опори подано на рис. 1.

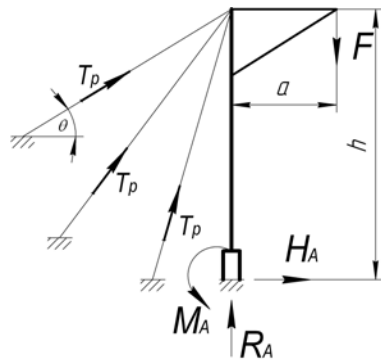


Рис. 1. Розрахункова схема Г-подібної опори

Зусилля F , що діє на опору, залежить від параметрів сумісних прогонів установки. Воно буде максимальним, коли вантаж знаходиться на башмаку. При цьому максимальний монтажний натяг становитиме $T_0 = 0,8T_{\max}$, [2], тобто можна записати:

$$F = Q \left(1 + 0,8 \frac{l \cdot \cos \gamma}{4f \cdot \cos \alpha} \right), \quad (1)$$

де: Q – вага вантажу і каретки; l – довжина більшого прогону, який примикає до проміжної опори; f – стрілка провисання канату; α – кут ухилу хорди прогону до горизонту; γ – кут перелому несучого канату на опорі. Якщо прийняти $f/l = 1/20$, формулу (1) можна подати в такому вигляді:

$$F = Q \left(1 + 0,01 \cdot l \frac{\cos \gamma}{\cos \alpha} \right). \quad (2)$$

Вираз у дужках назвемо коефіцієнтом перевантаження опори, тобто:

$$k_n = 1 + 0,01 \cdot l \frac{\cos \gamma}{\cos \alpha}. \quad (3)$$

$$\text{Тоді} \quad F = k_n \cdot Q. \quad (4)$$

Для визначення F величину k_n можна отримати, скориставшись графіками рис. 2, побудованими для $\gamma = 5^\circ$.

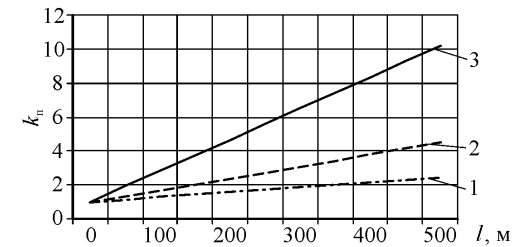


Рис. 2. Графіки для вибору коефіцієнта перевантаження опори залежно від величини прогону установки: 1) $\alpha = 20^\circ$; 2) $\alpha = 25^\circ$; 3) $\alpha = 30^\circ$

Для визначення зусиль, які діють на щоглу, розглянуто рівняння рівноваги статки. Для симетричної системи, що оснащена трьома розтяжками, вони набудуть такого вигляду:

$$\left. \begin{aligned} R_A &= F + T_p \cdot \cos \theta + 2T_p \cdot \cos^2 \theta = F + T_p \cdot \cos \theta (1 + 2 \cos \theta); \\ H_A &= T_p \cdot \sin \theta + 2T_p \cdot \sin^2 \theta = T_p \cdot \sin \theta (1 + 2 \sin \theta); \\ M_A &= F \cdot a - H \cdot h = 0. \end{aligned} \right\}, \quad (5)$$

де: R_A ; H_A ; M_A – опорні реакції стояка опори; T_p – натяг, який виникає в розтяжках; F – вертикальне зусилля, яке діє на башмак опори; θ – кут нахилу розтяжок до горизонту; h – висота опори; a – довжина поперечини опори.

Із третього рівняння системи (5) отримаємо:

$$H = \frac{F \cdot a}{h},$$

$$\text{або} \quad T_p = \frac{F \cdot a}{h \cdot \sin \theta \cdot (1 + 2 \sin \theta)}. \quad (6)$$

Тоді зусилля, що діє на стояк щогли $F_{cm} = R_A$, можна знайти з залежності:

$$F_{cm} = R_A = F + \frac{F \cdot a \cdot \cos \theta \cdot (1 + 2 \cos \theta)}{h \cdot \sin \theta \cdot (1 + 2 \sin \theta)} = F \left(1 + \frac{a \cdot \operatorname{ctg} \theta \cdot (1 + 2 \cos \theta)}{h \cdot (1 + 2 \sin \theta)} \right). \quad (7)$$

Якщо прийняти $\theta = 45^\circ$, формула (7) набуде такого вигляду:

$$F_{cm} = F \cdot \left(1 + \frac{a}{h} \right), \quad (8)$$

тоді зусилля для визначення натягу в розтяжках можна визначити з залежності:

$$T_p = \frac{F \cdot a}{1,71 \cdot h}. \quad (9)$$

Введемо поняття коефіцієнта зміни натягу розтяжок k_p , який дорівнює:

$$k_p = \frac{a}{1,71 \cdot h}, \quad (10)$$

та коефіцієнт зміни зусилля в стояку, k_{cm} :

$$k_{cm} = 1 + \frac{a}{h} \quad (11)$$

Тоді, відповідно

$$F_{cm} = k_{cm} \cdot F \quad (12)$$

$$T_p = k_p \cdot F \quad (13)$$

Для визначення відповідних коефіцієнтів побудуємо графіки $k_{cm} = f(a)$ та $k_p = f(a)$ для різних значень висоти стояка (рис. 3).

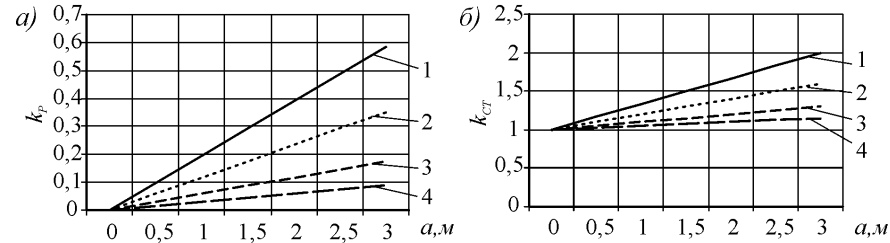


Рис. 3. Графіки зміни коефіцієнтів зусиль залежно від довжини поперечини опори: 1) $h = 3\text{ м}$; 2) $h = 5\text{ м}$; 3) $h = 10\text{ м}$; 4) $h = 20\text{ м}$. а) $k_p = f(a)$; б) $k_{cm} = f(a)$

Внутрішні зусилля, з врахуванням динамічних навантажень, які виникають в елементах опор, можна визначити за рахунок проведення аналізу міцності їх просторових структур, визначення запасу міцності каркасу опор та оптимізації за рівномірністю при зменшенні маси окремих елементів, шляхом підбору різних профілів та альтернативних сполучень їх у вузли.

Для проведення математичного моделювання використано систему MSC/NASTRAN for Windows [6]. Для прикладу, розглянемо розрахунок просторової конструкції проміжної опори (рис. 4).

Просторова конструкція опори складається з вертикальної щогли висотою 10 м; консольного кронштейна довжиною 1,7 м з модулем канатної підвіски вантажу; трьох натяжних канатів-розтяжок, розташованих у плані під кутом 45° одна відносно іншої (рис. 4). До кінця консольного кронштейна прикладається вертикальне навантаження 15кН з коефіцієнтом динамічності $k_d = 2,0$.

Отже, активне навантаження становить $F = 30\text{ кН}$.

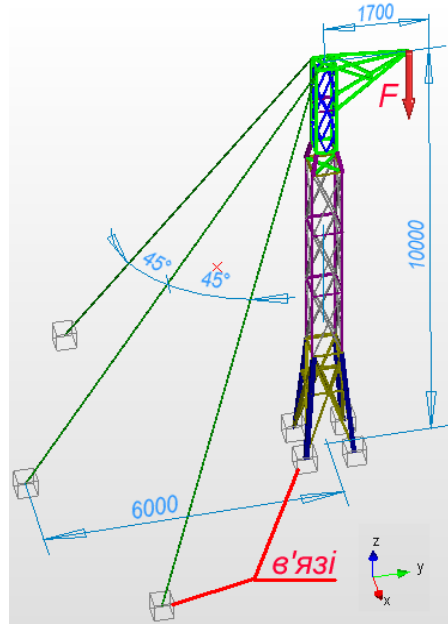


Рис. 4. Схема Г-подібної опори канатної лісотransпортної установки

Для компенсації дії моменту згину, що виникає в щоглі від активного навантаження, до кожної з трьох розтяжок прикладений попередній натяг 10000 Н. Таке рішення дає змогу покращити прямолінійність щогли, частково розвантажити консольний кронштейн, а також зменшити провисання самих розтяжок. У рамках цього міцнісного аналізу щогли лісотransпортної установки розрахункову модель (рис. 4) представлено у вигляді стрижневої конструкції. Механічні характеристики матеріалів елементів опори прийнято згідно з рекомендаціями, наведеними в роботі [7]. Для використання методу кінцевих елементів проведено нумерацію стрижнів та вузлів опори.

Рішення нелінійної задачі не може бути отримане з однократного вирішення матричного рівняння кінцевих елементів $Kx = f$, оскільки тепер матриця жорсткості залежить від переміщень. З умови рівності зовнішньої і внутрішньої робіт виходить нелінійне матричне рівняння, яке може бути вирішене ітераційним методом Ньютона-Рафсона. До складу рівняння входить матриця початкового напруження або геометрична матриця, яку використовують у розрахунку на початкову стійкість, і матриця великих переміщень.

Кількість ітерацій під час розрахунку досліджуваної моделі щогли лісотransпортної установки становила 4, що забезпечило точність оцінних показників до 0,0001. Ключовою умовою виконання вимог щодо статичного навантаження досліджуваної конструкції є поглинання необхідних навантажень з врахуванням коефіцієнта динамічності $k_d = 2,0$ та забезпечення запасу міцності за межею текучості матеріалу виготовлення (сталь 10): рівень зафіксованих внаслідок експерименту напружень не повинен перевищувати 205 МПа.

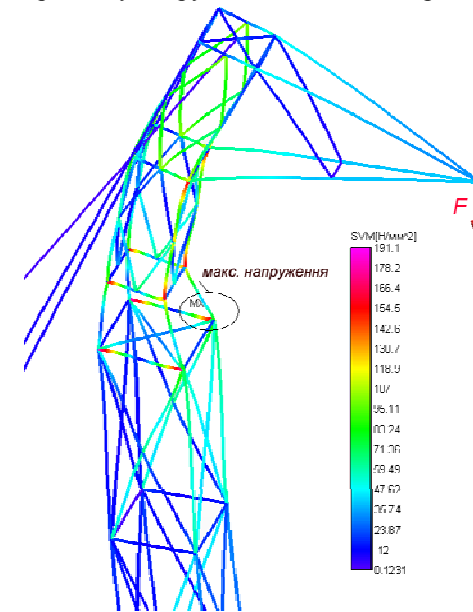


Рис. 5. Напружено-деформований стан каркасу щогли лісотransпортної установки: стрижневе представлення моделі (на карті виділено область максимальних напружень)

Аналіз напружено-деформованого стану щогли лісотранспортної установки методом кінцевих елементів дав змогу виявити максимальне напруження на рівні 191,1 МПа. Це значення зафіксоване в усіченій піраміді звуження щогли в її верхній частині (рис. 5). На рис. 5 наведено напружено-деформований стан каркасу щогли.

Враховуючи той факт, що межа текучості матеріалу виготовлення щогли лісотранспортної установки (сталь 10) становить 205 МПа, а максимальне зафіксоване значення напружень – 191,1 МПа, можемо стверджувати про достатній запас міцності конструкції в цій стрижневій конфігурації. Рівень напружень основи щогли знаходиться в межах 30×25 МПа; центральної частини 35÷85 МПа; верхньої частини разом з консольним кронштейном – 85×191,1 МПа. Аналізуючи окремо розподіл напружень за довжиною консольного кронштейна (рис. 5), необхідно зауважити, що завдяки застосованому потужному сортаменту (60×3 мм) значення напружень залишились в межах 67,1 МПа (рис. 6).

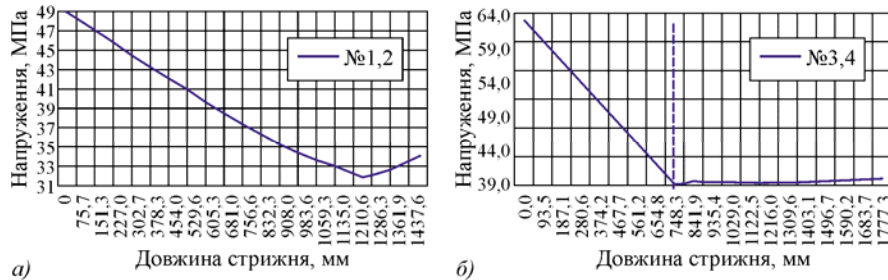


Рис. 6. Графік розподілу напружень по довжині стрижнів консольного кронштейна: а) стрижні № 1, 2; б) стрижні № 3, 4

На основі представленого на рис. 6 графіків розподілу напружень по довжині відповідних стрижнів консольного кронштейна приходимо до висновку про рівномірність конструкції. Враховуючи зафіксоване максимальне значення у 67,1 МПа, досліджуваний кронштейн характеризується фактично потрійним запасом міцності відносно межі текучості матеріалу виготовлення (сталь 10), що дає підставу стверджувати про допустимість експлуатації кронштейна в умовах прикладання навантажень з коефіцієнтом динамічності k_d (початково в крайові умови розрахунку було закладено значення $k_d = 2,0$). Значення осьової сили (режим розтягу) центрального канату становило 6286 Н, а крайніх канатів – 8482 Н. Як бачимо, отримані значення є меншими за початково закладений попередній натяг (10000 Н). Це свідчить про те, що, володіючи власною жорсткістю та піддаючись активному навантаженню ($F=30000$ Н), щогла поглинула частину осьових зусиль від канатів, частково розвантаживши їх.

Значення реакцій та моментів згину в опорах (в'язях консольного типу) канатної лісотранспортної установки дає змогу в разі необхідності продовжити розрахунки в напрямку несної здатності ґрунту. Моделювання роботи опор дало змогу не тільки визначити внутрішні силові фактори, що виникають в перерізах елементів, а оцінити їх напружений стан залежно від розмі-

рів та форм поперечного перерізу. Це дасть змогу вибрати раціональні опори канатних установок залежно від схем навішування несучого канату.

Література

1. Шкіря Т.М. Технологія і машини лісосічних робіт / Т.М. Шкіря. – Львів : Вид-во УкрДЛТУ, "Тріада плюс", 2003. – 352 с.
2. Мартинців М.П. Розрахунок основних елементів підвісних канатних лісотранспортних установок / М.П. Мартинців. – К. : Вид-во "Ясмина", 1996. – 175 с.
3. Адамівський М.Г. Підвісні канатні лісотранспортні системи / М.Г. Адамівський, М.П. Мартинців, Й.С. Бадера. – К. : Вид-во ІЗМН, 1997. – 156 с.
4. Патент на корисну модель UA 24654 U, МПК В61В 7/00. Проміжна щогла багаторазового використання для канатної лісотранспортної установки / М.П. Мартинців, Б.В. Сологуб, І.В. Бичинюк; заявник і власник патенту Національний лісотехнічний університет України, № u200701770. – Заявл. 20.02.2007. – Опубл. 10.07.2007. – Бюл. № 10. – 6 с.
5. Патент на корисну модель UA 48067 U, МПК В61В 7/00. Проміжна щогла підвісної канатної установки / М.П. Мартинців, І.В. Бичинюк, Б.В. Сологуб; заявник і власник патенту Національний лісотехнічний університет України, № u200907889. – Заявл. 27.07.2009. – Опубл. 10.03.2010. – Бюл. № 5. – 4 с.
6. Шимкович Д.Г. Расчёт конструкций в MSC/NASTRAN for Windows / Д.Г. Шимкович. – М. : Вид-во ДМК Пресс, 2001. – 448 с.
7. Павлице В.Т. Основи конструювання та розрахунок деталей машин / В.Т. Павлице. – Львів : Вид-во "Афіша", 2003. – 558 с.

Бичинюк І.В. Компьютерное моделирование и анализ напряженно-деформированного состояния г-образной промежуточной опоры канатной лесотранспортной установки

Разработана программа математического моделирования пространственной конструкции промежуточной опоры на базе системы MSC / NASTRAN for Windows. Оценено напряженно-деформированное состояние Г-образной промежуточной опоры пространственной конструкции. Представленный анализ позволил установить опасные сечения и узлы опоры. Определены внутренние усилия, возникающие в элементах опоры, и приведены рекомендации для выбора размеров их поперечных сечений.

Ключевые слова: компьютерное моделирование; напряженно-деформированное состояние; пространственная конструкция; Г-образная опора, основные элементы; геометрические параметры.

Вучунюк І.В. Computer simulation and analysis stress-strain state of L-shaped intermediate support rope logging setup

A program of mathematical modelling the spatial structure of the intermediate support on the basis of MSC / NASTRAN for Windows. By the stress-strain state of L-shaped intermediate support spatial design. The analysis revealed dangerous sections and components support. Defined internal forces arising in cell towers and provides recommendations for selecting the size of their cross sections.

Keywords: computer modeling of the stress-strain state; dimensional structure, L-shaped support; basic elements, geometrical parameters.

УДК 330.131.7:658 (07)

Проф. О.Б. Жихор, д-р екон. наук; магістрант С.С. Пивоваров – Харківський інститут банківської справи УБС НБУ

ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЗАПОБІГАННЯ ФІНАНСОВОМУ РИЗИКУ НА ПІДПРИЄМСТВІ

Узагальнено практичні підходи щодо оцінювання фінансових ризиків на підприємстві. Запропоновано економіко-математичний підхід, який полягає у визначен-