

$$\sigma_{zi} = K_{III}(\lambda) / \sqrt{\pi(\rho + 2n)}, \quad \rho = bf(\varphi) / (a\lambda^2), \quad (12)$$

де  $\tilde{\sigma}_{zn}(0)$  – збурені дотичні напруження на контурі області  $S$ .

Дослідження першої формули (12) на екстремум показує, що найбільшого значення  $\sigma_{zn}$  досягають для  $n = \rho(2K_{II}(\lambda) - 3\tilde{\sigma}_{zn}(0)\sqrt{\pi\rho}) / (2K_{II}(\lambda))$ , яке залежить від пружних та геометричних параметрів включення. У конкретному випадку, за необхідності, це значення  $n$  можна завжди обчислити, використовуючи вирази (7), (11). Вважаючи, що у поданнях (12)  $n = 0$ ,  $\rho > 0$ , на основі (7), (11) і умови рівності контактних напружень на контурі області  $S$ , одержимо формули:

$$\begin{aligned} \sigma_{zn} = & \frac{3a}{2d_1f(\varphi)} \left\{ \left[ \frac{d_3b^2}{2a^2} (C_3F_4(k) + C_4F_3(k)) - C_1G \left( \frac{b^2}{a^2} F_4(k) + d_1F_3(k) \right) \right] - \right. \\ & \left. - \frac{\mu G b^2 C_2}{a^2} F_3(k) + \frac{2\alpha d_2 b^3 G q_1 F_1(k)}{3a^2 (\lambda_0 E(k) + \lambda_b \lambda)} \right\} \cos^2 \varphi + \left[ \frac{d_3}{2} (C_3F_3(k) + C_4F_5(k)) - \right. \\ & \left. - C_2 G \left( F_5(k) + \frac{b^2 d_1}{a^2} F_3(k) \right) - \mu G C_1 F_3(k) + \frac{2\alpha d_2 b G q_1 F_2(k)}{3(\lambda_0 E(k) + \lambda_b \lambda)} \right] \sin^2 \varphi; \\ \sigma_{zi} = & \frac{ab \sin 2\varphi}{4cf(\varphi)} \left[ G \left( -\frac{a}{b} C_1 + \frac{b}{a} C_2 \right) - \frac{d_3(b-a)}{2f(\varphi)d_1} (C_3 \cos^2 \varphi + C_4 \sin^2 \varphi) \right], \quad (13) \end{aligned}$$

які служать для обчислення величини напружень у матриці на контурі  $S$  біля пружного еліпсоїдального включення. Для сфероїдального ( $a = b$ ) включення ( $C_1 = C_2$ ,  $C_3 = C_4$ ) формули (13) значно спрощуються і набувають вигляду

$$\sigma_{zn} = \frac{3\pi}{16d_1} \left( d_3 C_3 - 2C_1 G + \frac{8\alpha d_2 a q_1 G}{3(\lambda_0 \pi + 2\lambda_b \lambda)} \right), \quad \sigma_{zi} = 0. \quad (14)$$

Підставляючи у вирази (13) величини  $C_1, C_2, C_3, C_4$  відповідно для  $\varepsilon = 0$  або  $\varepsilon \rightarrow \infty$ , матимемо відповідні подання для обчислення напружень  $\sigma_{zn}$  і  $\sigma_{zi}$  у матриці біля еліпсоїдальної порожнини або еліпсоїдального абсолютно жорсткого включення.

Якщо для визначення контактних напружень ( $n = 0$ ) на контурі області  $S$ , коли  $c \ll a, b$ , використати відоме [7] подання  $\tilde{\sigma}_{zn}(0) = K_{II}(\lambda) / \sqrt{\pi\rho}$ , що не забезпечує їх рівності, то на основі виразів (12) при  $n = 0$  матимемо

$$\sigma_{zn} = K_{II}(\lambda) / \sqrt{\pi\rho}, \quad (15)$$

де  $K_{II}(\lambda)$  подається виразом (11).

Підставляючи  $C_1, C_2, C_3, C_4$  із співвідношень (5) при  $\varepsilon \rightarrow 0$ ,  $c \rightarrow 0$ ,  $\lambda_b = 0$  у формулу (15) і спрямовуючи  $\rho \rightarrow 0$ , одержимо, що  $\sigma_{zn} \rightarrow \infty$ , тобто матимемо результат для тріщини. Якщо у виразах (7), (11), (13) перейти до границі  $a \rightarrow \infty$ , то за відповідних значень кута  $\varphi$  матимемо подання для тунельного еліптичного пружного теплопровідного включення, тобто розв'язок плоскої і антиплоскої задач.

## Література

1. Подильчук Ю.Н. О термонапряженном состоянии трансверсально-изотропного тела с жестким эллиптическим включением / Ю.Н. Подильчук, В.В. Добrivечер // Прикладна механіка. – 1996. – № 1. – С. 11-17.
2. Подильчук Ю.Н. О термонапряженном состоянии трансверсально-изотропного тела с жестким эллиптическим включением, подверженном действию равномерного теплового потока в плоскости включения / Ю.Н. Подильчук, В.В. Добrivечер // Прикладна механіка. – 1996. – № 8. – С. 31-39.
3. Пассос Моргадо А.Х. Распределение напряжений в бесконечном трансверсально-изотропном теле с жестким эллиптическим включением в равномерном тепловом потоке / Пассос А.Х. Моргадо, Я. Пивник, Ю.Н. Подильчук // Прикладна механіка. – 1995. – № 11. – С. 3-10.
4. Стадник М.М. Метод розв'язування тривимірних термопружних задач для тіл з тонкими включеннями / М.М. Стадник // Фізико-хімічна механіка матеріалів. – 1994. – № 6. – С. 30-40.
5. Партон В.З. Механіка упругопластического разрушения / В.З. Партон, Е.М. Морозов. – М.: Изд-во "Наука", 1985. – 503 с.
6. Стадник М.М. Еліптична тріщина у просторі під дією теплового потоку на безмежності / М.М. Стадник // Фізико-хімічна механіка матеріалів. – 2010. – № 3. – С. 38-41.
7. Черепанов Г.П. Механіка хрупкого разрушения / Г.П. Черепанов. – М.: Изд-во "Наука", 1974. – 640 с.

### Стадник М.М. Упругое тонкое теплопроводящее включение в пространстве при действии теплового потока на бесконечности

Получено точное решение системы сингулярных интегро-дифференциальных уравнений, к которой сведена трехмерная термоупругая задача для тела с теплопроводящим упругим тонким включением. Считается, что на бесконечности тела действует однородный тепловой поток, перпендикулярный к срединной плоскости включения. В результате выписаны формулы для вычисления концентрации напряжений возле включения и напряжений в нем, а также соответствующих коэффициентов интенсивности напряжений  $K_{II}$  и  $K_{III}$ . Проанализировано влияние конфигурации включения на концентрацию и интенсивность напряжений для некоторых частных случаев задачи.

### Stadnyk M.M. Elastic thin heat-conducting inclusion in a space under the action of a heat flux applied at infinity

The exact solution of system singular integro-differential equations, to which three-dimensional thermoelastic problem for body with thermal conductive elastic thin inclusion is reduced, has been obtained. It is considered, that homogenous heat flow, which is perpendicular to middle plane of the inclusion, acts on the infinity of body. As results, formulae for evaluation of concentrations of stresses near inclusion and stresses in it and corresponding stress intensity factors  $K_{II}$  and  $K_{III}$  have been written. The influence of configuration of inclusion on concentration and intensity of stresses has been analyzed for some partial cases of problem.

УДК 629.113.001

Проф. Є.В. Харченко, д-р техн. наук;  
здобувач Т.Ю. Підгайний – НУ "Львівська політехніка"

### ВИЗНАЧЕННЯ НИЖЧИХ ВЛАСНИХ ЧАСТОТ КОЛИВАНЬ КУЗОВА АВТОБУСА ЛАЗ-А152 ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИМ ШЛЯХОМ

Експериментально визначено нижчі власні частоти коливань кузова автобуса ЛАЗ-А152. Описано методику експерименту та вимірнувальну апаратуру. Результати експерименту порівняно з результатами, отриманими теоретичним шляхом. Підтверджено адекватність запропонованих теоретичних методів. Запропоновано рекомендації щодо практичного застосування теоретичних методів.

**Ключові слова:** власні частоти, коливання, кузов, автобус.

**Вступ.** Кузови автобусів є складними механічними системами, динамічний аналіз яких пов'язаний із значними труднощами. Однак під час проектування і розрахунку кузовів важливим завданням є проведення їх модального аналізу, тобто визначення нижчих власних частот. Їх необхідно визначати для уникнення явища резонансу, що може виникнути внаслідок збіжності власної частоти коливань кузова з частотою коливань силового агрегату та інших підресорених і невідресорених елементів як твердих тіл; з частотою вимушених коливань системи, збуджених роботою двигуна чи іншого обладнання, встановленого на кузові; з частотою крутильних коливань в трансмісії; з частотою обертання коліс; з частотою вимушених коливань транспортного засобу, спричинених нерівностями дорожнього покриття.

Забезпечення таких частотних характеристик кузова автобуса, які унеможливають виникнення явища резонансу під час експлуатації, істотно підвищить надійність, довговічність та комфортабельність автобуса, зменшить імовірність виникнення аварійних ситуацій, та дасть змогу збільшити гарантійний термін на безремонтний пробіг кузова, що є особливо важливим в сучасних умовах жорсткої конкуренції на ринку продаж автобусів.

Визначення власних частот коливань кузова автобуса ускладнене через велику кількість елементів та вузлів і потребує значних затрат часу. Використання методу скінчених елементів із застосуванням спеціальних програмних комплексів, таких як Ansys, APM-WinMachine, Catia, Cosmosworks, Femap, Nastran, Pro/Mechanica та багато інших для розв'язання цієї задачі також потребує значних часових і фінансових ресурсів.

На цей час розроблено методики спрощеного розрахунку нижчих власних частот кузова автобуса. Це методики із застосуванням стрижневих розрахункових моделей [8, 9] та складених стрижневих розрахункових моделей [5, 10]. Також запропоновано методику модального аналізу кузова автобуса за допомогою методу скінчених елементів [6]. Для перевірки адекватності цих методик порівняння їх між собою, а також для підтвердження достовірності результатів, отриманих за допомогою цих методик, було проведено експеримент з визначення нижчих власних частот коливань кузова автобуса ЛАЗ-А152.

**Аналіз відомих досліджень і публікацій.** У процесі підготовки до експерименту, описаного в цій роботі, проаналізовано експериментальні дослідження коливних процесів різних типів несівних конструкцій транспортних засобів. У працях [2, 7] запропоновано методику експериментальних досліджень динамічних процесів у макеті корпусу бронетранспортера БТР-80 і тягача МТ-ЛБ. Як наслідок – визначено нижчі власні частоти. Результати експерименту порівняно з результатами визначеними числовими методами. У роботі [1] запропоновано методику експериментальної оцінки вібронавантаженості конструкцій рам за динамічною складовою вібронавантаження на прикладі рами автомобіля УАЗ-451. У праці [3] запропоновано методику проведення вібровимірювань рам візків вагонів метрополітену в умовах експлуатації. Визначено спектр власних коливань рам візків та їх резонансні режими роботи. У роботі [4] проведено експериментальні дослідження резонан-

сних механоакустичних коливань кузова легкового автомобіля. У праці [11] запропоновано методику отримання експериментальних спектральних характеристик власних коливань рами візка електропоїзда ЕПЛ-9Т. У роботі [12] експериментальним шляхом проведено модальний аналіз несівної конструкції перспективного автомобіля фірми Pininfarina для перевірки результатів, отриманих числовим методом. У праці [13] проведено модальний аналіз кузова перспективного автомобіля експериментальним шляхом.

Експериментальних досліджень деформаційних коливань саме кузовів автобусів не знайдено.

#### **Методика проведення експерименту і вимірювальна апаратура.**

Об'єктом дослідження вибрано кузов автобуса ЛАЗ-А152 (рис. 1). Визначали власні частоти крутильних та згинних коливань кузова автобуса. Експеримент проводили за спорядженої маси автобуса 9150 кг (рис. 2) та за повної конструктивної маси 14960 кг (рис. 3). Для завантаження автобуса з 9150 кг до 14960 кг використовували 283 баластні вантажі масою 20,5 кг (рис. 4).



*Рис. 1. Автобус ЛАЗ-А152*



*Рис. 2. Салон порожнього автобуса (маса 9150 кг)*



*Рис. 3. Салон завантаженого автобуса (маса 14960 кг)*



*Рис. 4. Баластний вантаж масою 20,5 кг*

Під час планування експерименту виникло питання щодо способу збудження коливань кузова автобуса. Розглядали різні варіанти збудження і аналізували їхні переваги та недоліки.

Збудження вільних коливань ударом може здійснюватись ударом молотком по кузові або скиданням вантажу певної маси з певної висоти на підлогу автобуса. Перевагою такого способу є простота виконання, а недоліками є невідома величина необхідної сили удару і невідомі координати місця удару, та їх вплив на результати експерименту.

Збудження вимушених коливань генератором коливань може здійснюватись за допомогою жорстко закріпленого на кузові автобуса електродвигуна з ексцентриком на валу. Реєстрацію власних частот проводять осцилографом, на який подається одночасно сигнал з частотою збуджуючої сили та сиг-

нал з вимірюваною частотою вимушених коливань. Власні частоти фіксують за фігурами Лісажу на екрані осцилографа. Числові значення частот визначають електронним частотоміром. Перевагою такого способу є відносно висока точність визначення власних частот, а недоліками є те, що невідомо, якими є необхідні параметри електродвигунів та ексцентриків, а також невідомі координати монтажу генераторів коливань на кузові автобуса, та їх вплив на результати експерименту.

Збурення вільних коливань шляхом різкого вивільнення з стану пружної деформації може здійснюватись шляхом попереднього пружного деформування кузова автобуса натяжним пристроєм (наприклад, передача гвинт-гайка), закріпленим через троси до каркасу автобуса і до нерухомої основи, з подальшим різким вивільненням кузова шляхом роз'єднання троса за допомогою спеціального механізму. Перевагою такого способу є можливість збурення окремо крутильних і згинних коливань кузова автобуса, змінюючи відповідно схему кріплення тросів до кузова, а недоліками є практична складність здійснення та небезпека пошкодження кузова автобуса.

Отож, вибрано спосіб збурення вільних коливань шляхом наїзду автобуса на перешкоду або шляхом з'їзду з підвищення. Перевагами такого способу є відповідність створених коливань реальним, що виникають під час експлуатації, на відміну від інших варіантів збурення коливань, відповідність реальним яких є сумнівною. Збурення власних крутильних коливань кузова здійснювалось шляхом наїзду на перешкоду одним переднім колесом (рис. 5), а збурення власних згинних коливань кузова здійснювалось шляхом наїзду на перешкоду двома передніми колесами на експлуатаційній швидкості (рис. 6). Висоту перешкоди прийнято більшою за хід підвіски передніх коліс (100мм) для того, щоб удар передався на кузов.



Рис. 5. Збурення власних крутильних коливань



Рис. 6. Збурення власних згинних коливань



Рис. 7. Портативний комп'ютер зі спеціальним програмним забезпеченням та електронний АЦП

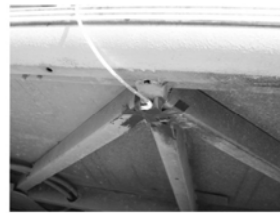


Рис. 8. Закріплення давача на кузові автобуса

Для вимірювання власних частот використовували такий комплект вібровимірювальної апаратури: давач – XYZ-координатний акселерометр Freescale MMA7260Q, електронний АЦП та портативний комп'ютер із спеціальним програмним забезпеченням (рис. 7). Під час проведення експерименту давач кріпився до профільної труби основи кузова у вузлі сходження поздовжніх, поперечних та діагональних несівних профільних труб (рис. 8).

Сигнал від давача після підсилення і перетворення на АЦП оброблявся програмним забезпеченням, внаслідок чого отримували осцилограми (рис. 9) та спектрограми (рис. 10) власних коливань кузова автобуса. Нижчі власні частоти визначали за піковими значеннями спектрограм. Вплив коливань кузова як твердого тіла на підвісці, що відбуваються з частотою приблизно 1-2 Гц, нівелювався застосуванням частотних фільтрів у програмному забезпеченні.

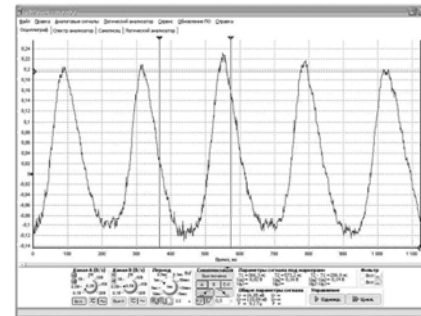


Рис. 9. Типова осцилограма власних коливань кузова автобуса зафіксована в інтерфейсі спеціального програмного забезпечення

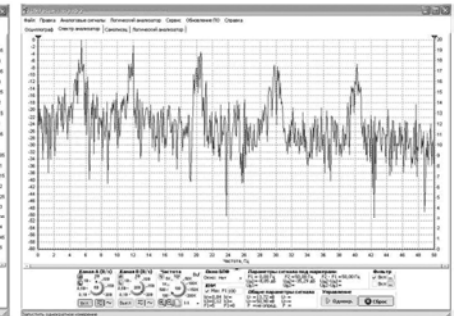


Рис. 10. Типова спектрограма власних коливань кузова автобуса зафіксована в інтерфейсі спеціального програмного забезпечення

**Результати розрахунків і висновки.** Для порівняння, аналізу та оцінки методів модального аналізу кузовів автобуса, що наведені в працях [5, 6, 8, 9, 10] та в цій роботі, а також для визначення меж придатності цих методів та адекватності їх результатів, числові значення (в Гц), визначених за допомогою цих методів власних частот вільних крутильних та згинних коливань кузова автобуса ЛАЗ А152, подано у табл. 1, 2, 3 та 4, де *i* – номер власної частоти.

Табл. 1. Нижчі власні частоти крутильних коливань порожнього кузова автобуса ЛАЗ-А152

<i>i</i>	1	2	3	4	5
Метод з використанням стрижневих розрахункових моделей	9,37	18,86	29,50	37,40	46,72
Метод з використанням складених стрижневих розрахункових моделей	9,80	20,19	31,89	41,37	51,52
Метод з використанням методу скінчених елементів	7,28	14,58	22,34	28,08	33,57
Метод експериментального модального аналізу	8,22	16,48	25,41	31,94	38,45

**Табл. 2. Нижчі власні частоти крутильних коливань завантаженого кузова автобуса ЛАЗ-А152**

<i>i</i>	1	2	3	4	5
Метод з використанням стрижневих розрахункових моделей	7,68	15,32	23,58	30,65	38,29
Метод з використанням складених стрижневих розрахункових моделей	8,03	16,35	25,43	33,79	42,37
Метод з використанням методу скінчених елементів	6,00	11,86	17,92	23,03	27,37
Метод експериментального модального аналізу	6,74	13,40	20,35	26,20	31,39

**Табл. 3. Нижчі власні частоти згинних коливань порожнього кузова автобуса ЛАЗ-А152**

<i>i</i>	1	2	3	4	5
Метод з використанням стрижневих розрахункових моделей	8,98	20,45	34,06	48,61	63,74
Метод з використанням складених стрижневих розрахункових моделей	–	–	–	–	–
Метод з використанням методу скінчених елементів	6,87	15,57	25,47	35,13	44,47
Метод експериментального модального аналізу	7,75	17,60	28,99	40,01	50,99

**Табл. 4. Нижчі власні частоти згинних коливань завантаженого кузова автобуса ЛАЗ-А152**

<i>i</i>	1	2	3	4	5
Метод з використанням стрижневих розрахункових моделей	7,33	16,71	27,80	39,68	52,03
Метод з використанням складених стрижневих розрахункових моделей	–	–	–	–	–
Метод з використанням методу скінчених елементів	5,70	12,93	21,11	29,78	37,18
Метод експериментального модального аналізу	6,44	14,62	23,99	33,91	42,65

Аналізуючи результати отримані експериментальним шляхом та порівнюючи їх з результатами, отриманими аналітичними та числовими методами, можна зробити такі висновки. Застосування запропонованих теоретичних методів модального аналізу дає змогу визначати нижчі власні частоти з похибкою, що не перевищує 20 %.

Найбільш близькі до експериментальних є результати, отримані за допомогою методу скінчених елементів, що пояснюється мінімальними апроксимаціями тривимірної розрахункової моделі та ефективністю сучасного програмного та апаратного забезпечення, що дає змогу проводити розрахунок на основі сітки із значною кількістю скінчених елементів. Досягнута точність становить приблизно 10-12 %. Числові значення, отримані за допомогою цього методу, є нижчими за експериментальні, що пояснюється зниженою жорсткістю розрахункової моделі, спричиненою неврахуванням дрібних підсилюючих елементів кузова автобуса, поручнів, зварних швів тощо.

Децю меншу точність забезпечує метод модального аналізу на основі стержневих розрахункових моделей. Зменшення точності пояснюється значними спрощеннями розрахункової схеми. Однак цей метод є точніший ніж метод із застосуванням складених стрижневих моделей, що пояснюється ви-

користанням як вхідних даних жорсткісних характеристик кузова, отриманих експериментальним шляхом. Це є його перевагою через підвищення точності результатів та одночасно і вадою через необхідність попереднього експериментального визначення жорсткісних властивостей кузова автобуса. Точність досягнута за допомогою цього методу, перебуває в межах 14-17 %, до того ж числові значення, отримані за допомогою цього методу, є вищими за експериментальні.

Найменш точні результати отримано за допомогою методу із застосуванням складених стрижневих розрахункових моделей, що пояснюється прийнятими під час розрахунку спрощеннями. Проте досягнута точність в межах 20 % є достатньою для оцінки нижчих власних частот кузова на етапі проектування та вибору раціонального варіанта конструкції кузова автобуса.

На загал для всіх методів можна зазначити таке. Зі збільшенням порядкового номера власної частоти точність її визначення зменшується. Ступінь точності зберігається приблизно однаковою під час модального аналізу як крутильних так і згинних вільних коливань кузова автобуса. Також точність не залежить від того, завантажений автобус чи порожній.

Виходячи з аналізу отриманих результатів, можна сформулювати такі рекомендації для модального аналізу кузовів автобусів. На перших етапах проектування для визначення нижчих власних частот кузова автобуса необхідно використовувати метод із застосуванням складених стрижневих розрахункових схем. Пізніше, коли вже створено тримірну модель автобуса і є відповідне програмне забезпечення, можна здійснити перевіркового розрахунок за допомогою методу скінчених елементів. Якщо нема такої можливості, то перевіркового і уточнюючий розрахунок можна зробити після виготовлення першого зразка автобуса, експериментально визначивши його жорсткісні параметри і застосувавши метод із використанням стрижневих розрахункових моделей. У випадку розроблення модельного ряду однотипних автобусів, що відрізняються здебільшого лише довжиною кузова, експериментальне визначення жорсткісних параметрів можна робити лише на одному з них, а для автобусів з іншою довжиною в такому випадку необхідно виконати перерахунок, припустивши, що погонний метр автобуса має постійні жорсткісні характеристики.

Запропоновані методи модального аналізу рекомендовано використовувати під час проектування кузовів автобусів з метою вдосконалення їх конструкції.

### Література

1. Грабар І.Г. Оцінка динамічної складової навантаження рам транспортних засобів / І.Г. Грабар, В.С. Титаренко // Вісник Вінницького політехнічного інституту : наук. журнал. – Вінниця : Вид-во ВНТУ. – 2009. – № 6. – С. 62-64.
2. Гриценко Г.Д. Экспериментальные исследования динамических процессов в макетах бронекорпусов транспортных средств специального назначения / Г.Д. Гриценко, Н.А. Ткачук, Е.В. Пелешко, А.В. Литвиненко // Вестник Национального технического университета "ХПИ" : сб. научн. трудов. – Сер.: Машиноведение и САПР. – Харьков : Изд-во НТУ "ХПИ". – 2009. – № 28. – С. 16-20.

3. Жовдак В.А. Виброизмерения рам тележек вагонов метрополитена в эксплуатационных условиях / В.А. Жовдак, А.Б. Белоцерковский, М.М. Смирнов, и др. // Вестник Национального технического университета "ХПИ" : сб. науч. трудов. – Сер.: Динамика и прочность машин. – Харьков : Изд-во НТУ "ХПИ". – 2007. – № 22. – С. 27-34.

4. Круглый А.Л. Резонансные механикоакустические колебания в салоне легкового автомобиля / А.Л. Круглый, М.Д. Перминов // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1992. – № 5. – С. 12-16.

5. Підгайний Т.Ю. Математичне моделювання крутильних коливань каркасної металоконструкції / Т.Ю. Підгайний // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". – Сер.: Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль в машинобудуванні та приладобудуванні. – Львів : Вид-во НУ "Львівська політехніка". – 2007. – № 583. – С. 52-57.

6. Підгайний Т.Ю. Вплив обшивки та заклепання кузова на характеристики його деформівних коливань / Т.Ю. Підгайний, С.В. Войтків, Р.Р. Харгелія, О.С. Войтків // Вібрації в техніці та технологіях : всеукр. наук.-техн. журнал. – Львів, 2009. – № 4(56). – С. 111-114.

7. Ткачук Н.А. Комплексное экспериментальное исследование элементов корпусов транспортных средств специального назначения / Н.А. Ткачук, Г.Д. Грищенко, Е.В. Пелешко // Вестник Национального технического университета "ХПИ" : сб. науч. трудов. – Сер.: Машиноведение и САПР. – Харьков : Изд-во НТУ "ХПИ". – 2008. – № 2. – С. 42-53.

8. Харченко Є.В. Визначення нижчих власних частот крутильних коливань кузовів транспортних засобів із застосуванням континуалізованої розрахункової моделі / Є.В. Харченко, Т.Ю. Підгайний // Вібрації в техніці та технологіях : всеукр. наук.-техн. журнал. – Львів, 2008. – № 1(50). – С. 27-30.

9. Харченко Є.В. Визначення нижчих власних частот згинно-зсувних коливань кузовів транспортних засобів із застосуванням континуалізованої розрахункової моделі / Є.В. Харченко, Т.Ю. Підгайний // Машинознавство. – 2008. – № 8-9. – С. 16-20.

10. Харченко Є.В. Визначення власних частот крутильних коливань кузова автобуса ЛАЗ А152 / Є.В. Харченко, Т.Ю. Підгайний // Вібрації в техніці та технологіях : всеукр. наук.-техн. журнал. – Львів, 2009. – № 1(53). – С. 80-83.

11. Яцько С.И. Исследования вибронагруженности элементов электропоезда ЭПЛ-9Т / С.И. Яцько, В.В. Карпенко, А.Е. Ковалев // Вестник Национального технического университета "ХПИ" : сб. науч. трудов. – Сер.: Динамика и прочность машин. – Харьков : Изд-во НТУ "ХПИ". – 2007. – № 22. – С. 188-195.

12. Brughmans M. Modal test on the Pininfarina concept car body "Ethos 1" / M. Brughmans, F. Lembregts, F. Furini / MSC 1995 World Users' Conference Proceedings, 1995.

13. Van der Auweraer H. Comparative study of excitation and parameter estimation techniques on a fully equipped car / Van der H. Auweraer, C. Liefvooghe, K. Wyckaert, J. Deblille // Proceedings of ISMA 17. – Leuven, Belgium, 1992. – Pp. 1343-1358.

**Харченко Е.В., Підгайний Т.Ю. Определение низших собственных частот колебаний кузова автобуса ЛАЗ-А152 экспериментальным путем**

Экспериментально определены низшие собственные частоты колебаний кузова автобуса ЛАЗ-А152. Описаны методика эксперимента и измерительная аппаратура. Результаты эксперимента сравнены с результатами, полученными теоретическим путем. Подтверждена адекватность предложенных теоретических методов. Предложены рекомендации для практического применения теоретических методов.

**Ключевые слова:** собственные частоты, колебания, кузов, автобус.

**Kharchenko Ye.V., Pidhajnyy T.Yu. Determination of lower proper frequencies of vibrations of a body of the bus LAZ-A152 by experimental way**

Lower proper frequencies of vibrations of a body of the bus LAZ-A152 are experimentally determined. The methodology of experiment and measuring equipment are described. Results of the experiment are compared with theoretical. Adequacy of theoretical methods is evaluated. Advices for application of theoretical methods for modal analysis are given.

**Keywords:** proper frequencies, vibrations, body, bus.

УДК 539.001.5 Доц. А.Я. Куліченко, канд. техн. наук; магістр А.Р. Мілянч – Львівська філія Дніпропетровського НУ залізничного транспорту ім. акад. В. Лазаряна

**ДОСЛІДЖЕННЯ ПРУЖНОПЛАСТИЧНОГО РУЙНУВАННЯ МЕТОДОМ КІНЦЕВИХ ЕЛЕМЕНТІВ**

Описано методи дослідження задачі пружнопластичного руйнування, що ґрунтуються на застосовуванні спеціальних прийомів кінцево-елементного аналізу; розглянуто процедуру формування матриці жорсткості у випадках застосування восьми-вузлових чотирикутних ізопараметричних елементів.

Механіка руйнування в останні роки стала самостійною дисципліною, яка дає змогу виявляти умови, за яких починається неконтрольований процес руйнування машин, конструкцій, їх елементів та матеріалів внаслідок виникнення і поширення тріщин. Знання механіки руйнування зможе допомогти інженеру або конструктору у справі запобігання небезпеці катастрофічного руйнування елементів конструкцій. Крім того, володіння теоретичними основами механіки тріщиноутворення дає змогу розробляти механізми і методики руйнування монолітності поверхневих відкладів і корозійних нашарувань, які не сприяють ефективній експлуатації механізмів і окремих конструкцій.

Два основні критерії руйнування, які відіграють фундаментальну роль в механіці руйнування, пов'язані із використанням принципу збереження енергії та коефіцієнтів інтенсивності напружень. Існуюча на сьогодні теорія тріщиноутворення ґрунтується на використанні принципу збереження енергії, відповідно до якого джерелами енергії, яка необхідна для утворення нової поверхні руйнування у твердому тілі, повинна бути енергія пружного деформування і робота зовнішніх навантажень.

Інший підхід до теорії виникнення тріщин розглянутий вітчизняними науковцями [1, 2], які обмежилися дослідженням околиць вершини тріщини, розміри якої є малими порівняно із характерними розмірами всього тіла, але, з іншого боку, достатньо великими порівняно з розмірами атомів, щоб можна було застосовувати лінійну теорію пружності. Було запропоновано теорію, що руйнування починається тоді, коли інтенсивність напружень в околицях вершини досягає якоїсь певної критичної величини. Основний зміст цієї статті становить дослідження задачі пружнопластичного руйнування. Далі ми будемо розглядати лише тип I деформування тріщини (тріщини нормального розриву).

Основне завдання проєктанта полягає у тому, щоб під час розроблення тієї чи іншої конструкції не допускати умов для виникнення крихкого руйнування. Для вирішення цієї задачі необхідно точно знати про напружено-деформований стан навколо вершини тріщини, у місці її можливого утворення. Загальноприйнятий підхід, відомий під назвою лінійно-пружної механіки руйнування, полягає у тому, що поведінка матеріалу в зоні вершини тріщини вважається лінійно-пружною. Відомо, що при вершині тріщини завжди виникають пластичні деформації [3], підхід, який ґрунтується на цій механіці, може привести до позитивних результатів лише для відносно крихких матеріалів, і для таких умов навантаження, за яких розміри пластичної зони при вершині