

5. ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ГАЛУЗІ

УДК 634.0.812

Проф. Б.П. Поберейко¹, д-р техн. наук; асист. Л.О. Флуд¹;
ст. викл. Т.М. Гончар²; магістрант І.М. Лесюшин¹

ВИЗНАЧЕННЯ ДОПУСТИМИХ ПЕРЕПАДІВ ВОЛОГИ У ВИСУШУВАНИХ ПИЛОМАТЕРІАЛАХ ІЗ ВРАХУВАННЯМ МІЦНОСТІ ДЕРЕВИНИ

Викладено актуальність теми, зроблено постановку задачі та отримано її розв'язок. На основі відомих математичних моделей розрахунку плоского напруженого стану в тангентальних пиломатеріалах із параболічним розподілом вологи та умов міцності для деревини хвойних та листяних порід вперше запропоновано математичні моделі для визначення допустимих перепадів вологи у висушуваних пиломатеріалах залежно від їх геометричних розмірів та фізико-математичних характеристик матеріалу.

Ключові слова: допустимий перепад вологи, критерій міцності, напруження.

Актуальність теми. Важливою задачею технології гідротермічної оброблення деревини є визначення залежності допустимого перепаду вологи у висушуваному пиломатеріалі від часу сушіння. Адаже у пиломатеріалах із перепадами вологи, значення яких є більшими за допустимі, виникають залишкові напруження, які негативно впливають на їх якість. Проте проблема полягає не в наявності полів цих напружень, а у відсутності методів їх усунення, і саме тому вони є небажаними не лише у висушених, але і у висушуваних пиломатеріалах.

Зазначена залежність, яку надалі позначатимемо символами $\Delta W_g(\tau)$, є опосередкованою мірою верхньої межі інтенсифікації процесів гідротермічної оброблення деревини. Пиломатеріали потрібно сушити так, щоб поточний перепад вологи $\Delta W(\tau)$ за їх товщиною не перевищував допустимих значень $\Delta W_g(\tau)$. Параметри агента сушіння (швидкість, температура, відносна вологість) потрібно змінювати з часом таким чином, щоб $\Delta W(\tau)$ було меншим за $\Delta W_g(\tau)$. Отже, однією з основних оцінок раціональності наявних режимів сушіння гігроскопічних капілярно-пористих матеріалів є умова: $\Delta W(\tau) = \Delta W_g(\tau)$. Якщо, скажімо, у використанні деякого режиму на певному етапі видалення вологи $\Delta W(\tau) < \Delta W_g(\tau)$, то такий режим є нераціональним. Однак на сьогодні зазначеною умовою не користуються. Це зумовлено тим, що сьогодні залежність $\Delta W_g(\tau)$ є маловивченою. На сучасному етапі розвитку технології гідротермічної оброблення деревини визначено переважно допустимі перепади вологи у висушених, а не у висушуваних пиломатеріалах. Тому тема роботи є актуальною. Її розроблення має важливе значення для вдосконалення відомих та побудови нових раціональних режимів сушіння деревини.

Постановка задачі. Відомо, що залежно від значень величини впливу механічних, вологісних чи температурних навантажень гігроскопічні матеріали

можуть перебувати в різних станах: пружному, в'язко-пружному, пластичному, пластично-пружному та руйнівному. Сукупність всіх можливих станів пружності називають областю пружного деформування, станів в'язкопружності – областю в'язкопружного деформування тощо. Ці області є обмеженими і визначаються відповідними умовами міцності. Обмеженнями для пружної області деформування є, наприклад, критерії короткочасної міцності [1]:

$$F(\sigma_{ij}^*) = 1, \quad i = 1+3, \quad j = 1+3, \quad (1)$$

де σ_{ij}^* – допустимі значення компонентів тензора напружень σ_{ij} .

Деформованість матеріалу в різних областях деформування описують різними математичними моделями зв'язку напружень σ_{ij} з деформаціями ε_{nm} . Пружна область – узагальненим законом Гука, в'язкопружна – рівняннями Вольтера-Больцмана й ін. Ці моделі є обмеженими. Области їх визначення визначаються відповідними обмеженнями областей деформування матеріалу.

$$\text{Залежності} \quad \varepsilon_{nm} = \varepsilon_{nm}(\sigma_{ij}) \quad (2)$$

описують закономірності зміни компонентів ε_{nm} залежно від зміни компонентів σ_{ij} лише в декартовому просторі напружень, обмеженому відповідною умовою міцності. Отже, шукана математична модель для визначення допустимих перепадів вологи в пиломатеріалах із нерівномірним розподілом вологи – це математична модель розрахунку напруженого стану досліджуваного матеріалу, доповнена умовою міцності.

Математична модель розрахунку полів напружень. На етапі сталої швидкості сушіння у тангентальних пиломатеріалах напружений стан є плоским, значення аксіальної складової тензора напружень є практично незначними. Тому для визначення допустимих перепадів вологи у висушуваних пиломатеріалах обмежимося математичною моделлю розрахунку напружень у тангентальній дошці з плоским напруженим станом у радіально-тангентальній площині структурної симетрії [2]. Складовими цієї моделі є:

- рівняння рівноваги

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0; \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0, \end{cases} \quad (3)$$

- рівняння суміжності

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}, \quad (4)$$

- закон Гука для нестисливих та малостисливих матеріалів

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E_x} - \frac{\mu_{yx}\sigma_y}{E_y} + \beta_x \Delta W; \\ \varepsilon_y = -\frac{\mu_{xy}\sigma_x}{E_x} + \frac{\sigma_y}{E_y} + \beta_y \Delta W; \\ \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G_{xy}}. \end{cases} \quad (5)$$

¹ НЛТУ України, м. Львів;

² Львівський ДУ безпеки життєдіяльності

- граничні умови

$$\begin{aligned} \sigma_x = 0 \text{ для } x = \pm R; \quad \sigma_y = 0 \text{ для } y = \pm a; \\ \tau_{xy} = 0 \text{ для } x = \pm R; \text{ та } y = \pm a. \end{aligned} \quad (6)$$

Тут: E_x, E_y – модулі пружності; G_{xy} – модуль зсуву; μ_{xy}, μ_{yx} – коефіцієнти Пуасона; β_x, β_y – коефіцієнти усадки; ΔW – функція зміни вологості за товщиною матеріалу; $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ – головні компоненти тензора деформацій; τ_{xy}, γ_{xy} – відповідно напруження та деформація зсуву; a – півширина дошки; R – півтовщина дошки; x, y – координати точок поперечного перерізу дошки, наведеного на рис.

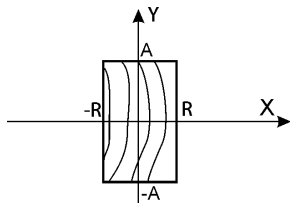


Рис. Поперечний переріз тангентальної дошки

Умови міцності для деревини. Згідно з [3], міцність деревини різних порід описують різними математичними моделями. Область пружності деревини хвойних порід визначають критерієм Гольденבלата-Копнова:

$$\Pi_{11}\sigma_x + \Pi_{22}\sigma_y + \sqrt{\Pi_{1111}\sigma_x^2 + \Pi_{2222}\sigma_y^2} + \Pi_{1122}\sigma_x\sigma_y + 4\Pi_{1212}\tau_{xy}^2 = 1. \quad (7)$$

Тут Π_{ij}, Π_{ijkm} – компоненти тензора міцності, які визначаються за формулами:

$$\begin{aligned} \Pi_{11} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma_{xp}} - \frac{1}{\sigma_{xc}} \right); \quad \Pi_{22} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma_{yp}} - \frac{1}{\sigma_{yc}} \right); \quad \Pi_{1212} = \frac{1}{4(\tau_{xy}^*)^2}; \\ \Pi_{1111} &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\sigma_{xp}} + \frac{1}{\sigma_{xc}} \right)^2; \quad \Pi_{2222} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\sigma_{yp}} + \frac{1}{\sigma_{yc}} \right)^2; \\ \Pi_{1122} &= \frac{1}{8} \left[\left(\frac{1}{\sigma_{xp}} + \frac{1}{\sigma_{xc}} \right)^2 + \left(\frac{1}{\sigma_{yp}} + \frac{1}{\sigma_{yc}} \right)^2 - \left(\frac{1}{\tau_{xy,45}^*} + \frac{1}{\tau_{xy,45}^*} \right)^2 \right], \end{aligned} \quad (8)$$

де: $\sigma_{xp}, \sigma_{yp}, \sigma_{xc}, \sigma_{yc}$ – межі міцності розтягу та стиску деревини в напрямках ОХ та ОУ, τ_{xy}^* – межа міцності деревини, випробовуваної на чистий зсув.

Область пружності деревини листяних порід визначається критерієм Е.К. Ашкеназі:

$$A_1\sigma_x^2 + A_2\sigma_y^2 + 2A_{1122}\sigma_x\sigma_y + 4A_{1212}\tau_{xy}^2 = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_x\sigma_y + \tau_{xy}^2}, \quad (9)$$

де:

$$A_{11} = \frac{1}{\sigma_{xp}}; \quad A_{22} = \frac{1}{\sigma_{yp}}; \quad A_{1212} = \frac{1}{4\tau_{xy}^*};$$

$$A_{1122} = \frac{1}{\sigma_{xp}} + \frac{1}{\sigma_{yp}} - \frac{1}{\tau_{xy,45}^*}. \quad (10)$$

Отже, маємо дві математичні моделі. Одна з них задана рівняннями (3)-(8), а інша – рівняннями (3)-(6) і (9)-(10). Обидві призначені для моделювання допустимих перепадів вологи ΔW_g у пиломатеріалах із нерівномірним розподілом вологи в його об'ємі. Перша для визначення ΔW_g у дошках із деревини хвойних порід, а друга – у дошках із деревини листяних порід.

Практична реалізація математичних моделей (3)-(8) та (3)-(6), (9)-(10). Рівняння (3)-(4) задовольняють функції [2]:

$$\sigma_x(x, y) = \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial y^2}; \quad \sigma_y(x, y) = \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x^2}; \quad \tau_{xy}(x, y) = -\frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x \partial y}. \quad (11)$$

Тут $F(x, y)$ – будь-яка двічі диференційована, яка є розв'язком рівняння:

$$\frac{1}{E_x} \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} + \left(\frac{1}{G_{xy}} - \frac{\mu_{yx}}{E_y} - \frac{\mu_{xy}}{E_x} \right) \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{1}{E_y} \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} = -\frac{\partial^2 \beta_x \Delta W}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \beta_y \Delta W}{\partial x^2}, \quad (12)$$

отриманого підстановкою співвідношень (5) у (4) та подальшою заміною $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ на $\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}$ відповідно.

Отже, задача розрахунку полів напружень у поперечному перерізі пиломатеріалу з нерівномірним розподілом вологи еквівалентна задачі знаходження розв'язку рівняння (12), який задовольняє граничним умовам (6).

За даними досліджень [2], таким розв'язком є функція

$$F = d_1\phi_1 + d_2\phi_2 + d_3\phi_3, \quad (13)$$

де ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 – координатні функції, які визначаються за формулами:

$$\phi_1 = (x^2 - a^2)^2 (y^2 - b^2)^2; \quad \phi_2 = \phi_1 x^2; \quad \phi_3 = \phi_1 y^2 \quad (14)$$

Невідомі коефіцієнти d_1, d_2, d_3 , так звані коефіцієнти Рітца, визначаються із системи алгебраїчних рівнянь [2]:

$$\sum_{k=1}^3 (\Delta' \phi_k, \phi_n) d_k = \left(\left(-\frac{\partial^2 \beta_y \Delta W}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \beta_x \Delta W}{\partial y^2} \right), \phi_n \right), \quad (15)$$

де: $\Delta' = \frac{1}{E_x} \frac{\partial^4}{\partial y^4} + \left(\frac{1}{G_{xy}} - \frac{\mu_{yx}}{E_y} - \frac{\mu_{xy}}{E_x} \right) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{1}{E_y} \frac{\partial^4}{\partial x^4}$; $(\Delta' \phi_k, \phi_n)$; $\left(\left(-\frac{\partial^2 \beta_y \Delta W}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \beta_x \Delta W}{\partial y^2} \right), \phi_n \right)$

– відповідні скалярні добутки:

$$(\Delta' \phi_k, \phi_n) = \int_{-a}^a \int_{-R}^R (\Delta' \phi_k) \cdot \phi_n dx dy, \quad n = 1, 2, 3. \quad (16)$$

Для пиломатеріалів із параболическим розподілом вологи

$$\Delta W = \frac{W_{\max}}{R^2} x^2 \quad (17)$$

система рівнянь (15) має вигляд:

$$\begin{cases} A_{11}d_1 + A_{12}S_{np}d_2 + A_{13}S_{np}d_3 = \frac{7\xi}{64}\beta_y\Delta W; \\ A_{21}d_1 + A_{22}S_{np}d_2 + A_{23}S_{np}d_3 = \frac{13\xi}{12}\beta_y\Delta W; \\ A_{31}d_1 + A_{32}S_{np}d_2 + A_{33}S_{np}d_3 = \frac{13\xi}{12}\beta_y\Delta W, \end{cases} \quad (18)$$

де: $A_{11} = \left(\frac{\xi^2}{E_y} + \frac{2}{7}\left(\frac{1}{G_{xy}} - \frac{2\mu_{xy}}{E_y}\right) + \frac{1}{7\xi^2 E_x}\right) S_{np}^3$; $A_{12} = \left(\frac{\xi}{7E_y} + \frac{1}{11\xi^3 E_x}\right) S_{np}^4$;
 $A_{13} = \left(\frac{\xi^3}{11E_y} + \frac{1}{7\xi E_x}\right) S_{np}^4$; $A_{21} = \frac{16}{3}\left(\frac{13\xi}{7E_y} + \frac{1}{33\xi^3 E_x}\right) S_{np}^4$;
 $A_{22} = \left(\frac{64}{21E_y} - \frac{1376}{2079\xi^2}\left(\frac{1}{G_{xy}} - \frac{2\mu_{xy}}{E_y}\right) - \frac{1647}{143\xi^4 E_x}\right) S_{np}^4$; $A_{23} = \frac{16}{231}\left(\frac{13\xi}{7E_y} + \frac{1}{3\xi^2 E_x}\right) S_{np}^4$; $A_{31} = \frac{16}{3}\left(\frac{4\xi^3}{33E_y} + \frac{13}{7\xi E_x}\right) S_{np}^3$; $A_{32} = \frac{16}{231}\left(\frac{7\xi^2}{3E_y} + \frac{13}{\xi^2 E_x}\right) S_{np}^4$;
 $A_{33} = \left(-\frac{1674\xi^4}{143E_y} - \frac{1376}{2079}\left(\frac{1}{G_{xy}} - \frac{2\mu_{xy}}{E_y}\right)\xi^2 + \frac{64}{21E_x}\right) S_{np}^4$;

де: $\xi = a/R$ – відношення ширини до товщини дошки; $S_{np} = aR$ – четверта частина площі поперечного перерізу дошки; W_{max} – різниця вологовмістів у центральному шарі та на поверхні дошки.

Коефіцієнти d_1, d_2, d_3 є залежними від геометричних характеристик матеріалу та перепаду вологи за його товщиною. Справді, згідно з (18):

$$d_1 = D_1\beta_y\Delta W; \quad d_2 = D_2\beta_y\Delta W; \quad d_3 = D_3\beta_y\Delta W; \quad (20)$$

де: $D_1 = \Delta_1/\Delta$; $D_2 = \Delta_2/\Delta$; $D_3 = \Delta_3/\Delta$; (21)

$$\Delta = \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{vmatrix}; \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} 7\xi/64 & A_{12} & A_{13} \\ 13/12 & A_{22} & A_{23} \\ 13\xi^2/12 & A_{32} & A_{33} \end{vmatrix};$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} A_{11} & 7\xi/64 & A_{13} \\ A_{21} & 13/12 & A_{23} \\ A_{31} & 13\xi^2/12 & A_{33} \end{vmatrix}; \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & 7\xi/64 \\ A_{21} & A_{22} & 13/12 \\ A_{31} & A_{32} & 13\xi^2/12 \end{vmatrix}.$$

Підставимо (20) і (14) у (13) та за формулами (11) визначимо компонентен тензора напружень:

$$\sigma_x = \varphi_x\beta_y\Delta W; \quad \sigma_y = \varphi_y\beta_y\Delta W; \quad \tau_{xy} = \varphi_{xy}\beta_y\Delta W, \quad (22)$$

де: $\varphi_x = 2\{2D_1(3y^2 - a^2) + 2D_2(3y^2 - a^2)x^2 + D_3(15y^4 - 12a^2y^2 + a^4)\}(x^2 - R^2)^2$;

$$\varphi_y = 2\{2D_1(3x^2 - R^2) + D_2(15x^4 - 6R^2x^2 + R^4) + 2D_3(3x^2 - R^2)y^2\}(y^2 - a^2)^2; \quad (23)$$

$$\varphi_{xy} = 16D_1(x^3 - R^2x)(y^3 - a^2y) + 8(y^3 - a^2y)(3x^5 - 4R^2x^3 + R^4x)D_2 + 8D_3(x^3 - R^2x)(3y^5 - 4a^2y^3 + a^4y).$$

Підставимо формули (22) у критерії міцності (7) та (9). Внаслідок отримаємо математичні моделі для визначення допустимих перепадів вологи у пиломатеріалах із деревини хвойних та листяних порід відповідно:

$$\Delta W = \frac{1}{\beta_y \left(\Pi_{11}\varphi_x + \Pi_{22}\varphi_y + \sqrt{\Pi_{1111}\varphi_x^2 + \Pi_{2222}\varphi_y^2 + \Pi_{1122}\varphi_x\varphi_y + \Pi_{1212}\varphi_{xy}^2} \right)}; \quad (24)$$

$$\Delta W = \frac{\sqrt{\varphi_x^2 + \varphi_y^2 + \varphi_x\varphi_y + \varphi_{xy}^2}}{\beta_y \left(A_{11}\varphi_x^2 + A_{22}\varphi_y^2 + 2A_{1122}\varphi_x\varphi_y + 4A_{1212}\varphi_{xy}^2 \right)} \quad (25)$$

Висновок. Побудовано математичні моделі для визначення допустимих перепадів вологи в пиломатеріалах із деревини хвойних та листяних порід.

Література

1. Поберейко Б.П. Аналіз критеріїв міцності деревини та анізотропних капілярно-пористих матеріалів / Б.П. Поберейко // Науковий вісник НЛТУ України : зб. наук.-техн. праць. – Львів : РВВ НЛТУ України. – 2005. – Вип. 15.3. – С. 138-148.
2. Соколовський Я.І. Дослідження плоского напружено-деформованого стану деревини у процесі сушіння / Я.І. Соколовський // Науковий вісник УкрДЛТУ : зб. наук.-техн. праць. – Львів : Вид-во УкрДЛТУ. – 1998. – Вип. 8. – С. 161-168.
3. Поберейко Б.П. Обоснование выбора критерия кратковременной прочности для древесины / Б.П. Поберейко, Л.О. Флуд, О.М. Петрив, С.Б. Поберейко // Актуальные проблемы лесного комплекса : сб. научн. тр. – Брянск (РФ) : Изд-во БГИТА. – 2013. – Вып. 36. – С. 86-92.

Поберейко Б.П., Флуд Л.О., Гончар Т.М., Лесишин И.М. Определение допустимых перепадов влаги в высушиваемых пиломатериалах с учетом прочности древесины

Изложены актуальность темы, сформулирована постановка задачи и получено ее решения. На основе известных математических моделей расчета плоского напряженно-го состояния в тангентальных пиломатериалах с параболическим распределением влаги и условий прочности для древесины хвойных и лиственных пород впервые предложены математические модели для определения допустимых перепадов влаги в высушиваемых пиломатериалах зависимости от их геометрических размеров и физико-математических характеристик материала.

Ключевые слова: допустимый перепад влаги, критерий прочности, напряжения.

Pobereyko B.P., Flud L.O., Honchar T.M., Lesyshyn I.M. Definition possible drop of moisture in the drying timber account strength of wood

The paper presents the importance of the subject, made the formulation of the problem and its solutions obtained. Based on known mathematical model for calculating the plane stress state in plain sawn parabolic distribution of moisture and condition factor for coniferous and deciduous first proposed mathematical models to determine the allowable differences in moisture drying saw depending on their geometrical dimensions and physical and mathematical characteristics of the material.

Keywords: allowed drop of moisture test of strength, tension.