

$$\varepsilon_{11}(\tau) \Big|_{\tau \rightarrow \infty} - \varepsilon_{11}(0) = \frac{\sigma_{ij}}{E_{jj}} \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_0^{\tau} K_{ij}(\tau - x) dx, \quad (16)$$

то

$$\eta_{1122} = \frac{\eta_{1111} \frac{E_{22}}{E_{11}} \int_0^{\infty} \left( \frac{d}{d\tau} \int_0^{\tau} K_{11}(\tau - x) dx \right)^2 d\tau}{\int_0^{\infty} \left( \frac{d}{d\tau} \int_0^{\tau} K_{11}(\tau - x) dx \right) \left( \frac{d}{d\tau} \int_0^{\tau} K_{22}(\tau - x) dx \right) d\tau} + \frac{\eta_{2222} \frac{E_{11}}{E_{22}} \int_0^{\infty} \left( \frac{d}{d\tau} \int_0^{\tau} K_{22}(\tau - x) dx \right)^2 d\tau}{\int_0^{\infty} \left( \frac{d}{d\tau} \int_0^{\tau} K_{11}(\tau - x) dx \right) \left( \frac{d}{d\tau} \int_0^{\tau} K_{22}(\tau - x) dx \right) d\tau} - \frac{E_{22} \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_0^{\tau} K_{11}(\tau - x) dx + E_{11} \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_0^{\tau} K_{22}(\tau - x) dx}{2 \int_0^{\infty} \left( \frac{d}{d\tau} \int_0^{\tau} K_{11}(\tau - x) dx \right) \left( \frac{d}{d\tau} \int_0^{\tau} K_{22}(\tau - x) dx \right) d\tau}.$$

Замінимо у (17) компоненти  $\eta_{ijij}$  тензора дисипації механічної енергії на (12). Внаслідок отримаємо

$$\eta_{1122} = \frac{E_{22} \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_0^{\tau} K_{11}(\tau - x) dx + E_{11} \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_0^{\tau} K_{22}(\tau - x) dx}{2 \int_0^{\infty} \left( \frac{d}{d\tau} \int_0^{\tau} K_{11}(\tau - x) dx \right) \left( \frac{d}{d\tau} \int_0^{\tau} K_{22}(\tau - x) dx \right) d\tau} - \frac{E_{22} \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_0^{\tau} K_{11}(\tau - x) dx + E_{11} \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_0^{\tau} K_{22}(\tau - x) dx}{2 \int_0^{\infty} \left( \frac{d}{d\tau} \int_0^{\tau} K_{11}(\tau - x) dx \right) \left( \frac{d}{d\tau} \int_0^{\tau} K_{22}(\tau - x) dx \right) d\tau} = 0. \quad (18)$$

Отже, щоб визначити значення компонентів  $\eta_{ijkl}$ , необхідно: 1) задатися ядром повзучості; 2) провести реологічні випробовування матеріалу на повзучість вздовж основних напрямків анізотропії і на їх основі визначити параметри ядра повзучості (миттєвий і тривалий модулі пружності та час релаксації деформацій повзучості вздовж основних напрямків анізотропії); 3) підставити знайдені ядра повзучості у формули (12), (15), (18) та обчислити значення величин  $\eta_{ijkl}$ .

### Література

1. Писаренко Г.С. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии / Г.С. Писаренко, А.А. Лебедев. – К. : Вид-во "Наук. думка", 1986. – 416 с.  
 2. Победра Б.Е. Модели линейной теории вязкоупругости / Б.Е. Победра // Известия РАН. МТТ. – 2003. – № 3. – С. 120-134.  
 3. Ярцев В.П. Прогнозирование прочности, долговечности и термостойкости нагруженных в постоянном режиме древесных плит / В.П. Ярцев, О.В. Киселева // Известия ВУЗов. – Сер.: Строительство. – 2002. – № 1-2. – С. 141-144.

4. Поберейко Б.П. Ідентифікація напружено-деформівного стану деревини із змінним вологовмістом : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.05.07 – Машини та процеси лісівничого комплексу / Б.П. Поберейко / УкрДЛТУ. – Львів, 2000. – 17 с.

### Поберейко Б.П. Определение компонентов тензора диссипации древесины

В работе с использованием закона сохранения механической энергии деформирования сплошных сред построена математическая модель связи мощности сил диссипации с напряженно-деформированным состоянием в деформированных вязкоупругих анизотропных материалах. Выведены аналитические формулы для расчета главных компонентов тензора диссипации древесины. Проведен анализ полученных формул и на его основе показано, что для их практической реализации достаточно определить ядро ползучести древесины.

**Ключевые слова:** тензор диссипации, ядро ползучести, напряжение деформации.

### Pobereyko B.P. Determination of components of tensor of dissipation of wood

With the use of law of conservation of mechanical energy of deformation of continuous environments the mathematical model of connection of power of forces of dissipation is built with the tensely-deformed consisting of the deformed viscidly-resilient anisotropic materials. Analytical formulas are shown out for the calculation of main components of tensor of dissipation of wood. The analysis of the got formulas is conducted it is rotined on his basis, that for their practical realization it is enough to define the kernel of creep of wood.

**Keywords:** tensor of dissipation, kernel of creep, tension, deformation.

УДК 330.44:519.2

Доц. Р.Б. Матковський, канд. екон. наук;

доц. Ю.С. Хомош, канд. екон. наук – Дрогобицький ДПУ ім. Івана Франка

### ВИКОРИСТАННЯ BVAR МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ ОСНОВНИХ МАКРОЕКОНОМІЧНИХ ПОКАЗНИКІВ РОЗВИТКУ ЕКОНОМІКИ УКРАЇНИ

Здійснено моделювання на основі використання Баєсівського підходу до оцінки параметрів векторної авторегресії із використанням різних prior. Часові ряди охоплювали період 2001Q1-2010Q4 і охоплювали такі змінні: ВВП, індекс споживчих цін країни, обмінний курс грн/дол США, рівень безробіття населення, номінальна довготермінова відсоткова ставка, ціни на газ і нафту. Здійснений порівняльний аналіз засвідчив, що кращі результати отримано моделі BVAR(2) із Мінесота prior.

**Ключові слова:** Баєсівські векторні авторегресійні моделі (BVAR), ланцюг Маркова Монте-Карло, натуральні спряжені prior, інформативні prior, неінформативні prior.

**Постановка проблеми.** Проблеми прогнозування економіки України не втрачають своєї актуальності і є логічною основою коригування економічної політики та розроблення стратегій розвитку на різних часових горизонтах. Проблема загострюється у випадку дослідження та моделювання мультизмінних часових рядів. Це спричинило, що на противагу "традиційній" економетрії, останніми роками дедалі популярнішою стає Баєсівська економетрія, яка трактує параметри моделі як імовірні змінні.

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** Ґрунтовний теоретичний і прикладний огляд Баєсівських методів можна знайти у багатьох науковців, зокрема у Банбури та ін. [3], Гарратта та ін. [5], Джорджа та ін. [6], Кенні та ін.

[12], Купп та Коробіліс [13], Коробіліс [16]; Літтерман [20-21], Уест і Харрісон [24], Зелнер [26] та ін. До прикладу, у [3] реалізовується прогноз макроекономічних показників на великих основі BVAR моделях, у [4] Баєсівські VAR-моделі використовують у дослідженнях проблеми прогнозування рівня зайнятості у виробництві для ресурснозалежних економіки, у [12] досліджують та прогнозують рівень інфляції в Ірландії, доводячи, що якість прогнозу істотно зростає внаслідок використання Баєсівського підходу; у [13] комплексно розкрито Баєсівський підхід у макроекономічних мультизмісних часових рядах та проблеми параметризації, у [16] системно розкрито Баєсівський підхід, зокрема семплування за Гіббсом, до вибору змінних VAR-моделі на реалізацію прогнозу чотирьох часових рядів для Британії із належною якістю.

Емпірично, Баєсівські оцінки дають змогу забезпечити високу точність [3, 13, 18-20]. Детальний аналіз цієї методології, а також її генезис можна знайти у [22]. Байєсівський підхід активно застосовують до оцінки параметрів моделей вітчизняними вченими. Так, до прикладу, в [1] розкрито основні аспекти байєсівського оцінювання математичних і статистичних моделей процесів довільної природи із використанням чисельних методів Монте-Карло, в аналізі стохастичної волативності [2].

Однак існує брак вітчизняних робіт щодо використання Байєсівських оцінок у векторних авторегресійних моделях України, зокрема для VAR-моделей із значною кількістю змінних, для вирішення проблеми параметризації та підвищення точності прогнозу.

**Метою дослідження** є побудова Баєсівських векторних авторегресій із різною *prior*-інформацією та реалізації на основі отриманих моделей прогнозу макроекономічних показників розвитку України.

**Методологія дослідження.** Оцінка параметрів моделі для прогнозування основних показників розвитку України шляхом використання Баєсівських методів охоплює:

- оцінку параметрів та тестування моделі;
- прогноз (із врахуванням непевності);
- прийняття рішення (із функціями правдоподібності та втрат).

Статистичною основою дослідження є такі вихідні дані: ВВП ( $y$ ), інфляція ( $Dp$ ), індекс цін на акції ( $spi$ ), обмінний курс гривні (по відношенню до долара,  $ep$ ), рівень безробіття ( $unempl$ ), номінальна довготермінова процентна ставка ( $lr$ ), ціна на природній газ ( $pgas$ ) та ціна на нафту ( $poil$ ), що використовувалися при побудові глобальної векторної авторегресійної моделі "Україна-сусіди". Часові ряди охоплюють період 2001Q1-2010Q4. До вихідних даних було здійснено перетворення, для представлення їх у формі дійсних чисел:

$$y_{it} = \ln \left( \frac{GDP_{it}}{CPI_{it}} \right), \quad (1)$$

$$Dp_{it} = \ln(CPI_{it}), \quad (2)$$

$$ep_{it} = \ln \left( \frac{E_{it}}{CPI_{it}} \right), \quad (3)$$

$$spi_{it} = \ln \left( \frac{EQ_{it}}{CPI_{it}} \right), \quad (4)$$

$$unempl_{it} = \ln(unemployment_{it}), \quad (5)$$

$$lr_{it} = 0.25 \ln \left( 1 + \frac{R_{it}^t}{100} \right), \quad (6)$$

$$pgas_{it} = \ln(PGAS_{it}), \quad (7)$$

$$poil_{it} = \ln(POIL_{it}), \quad (8)$$

джерело: [8], IFS 99BVRZF series (GDP VOL), 2005=100, середнє значення);  $CPI_{it}$  – індекс споживчих цін країни і в період t (джерело: [8], IFS CPI 64zf (level) series; 2005=100; середнє значення);  $E_{it}$  – обмінний курс в країні і в період t (в доларах США);  $EQ_{it}$  – індекс цін на акції в країні і в період t (джерело: [8], IFS SHARE PRICES (INDEX NUMBER, AQM, DEC, AVERAGE));  $unempl_{it}$  – рівень безробіття населення (джерело: [24], IFS);  $R_{it}^t$  – номінальна довготермінова відсоткова ставка (джерело: [24], IFS Government Bond Yield (61zf series), PGAS<sub>it</sub> – Bloomberg (Series: Current pipeline export quality Brent blend. Ticker: CO1 Comdty та Індекс Мунді [27]; квартальні значення отримано на основі усереднення за три місяці);  $POIL_{it}$  – ціна на нафту, джерело: [28].

В основу покладено таку VAR(p) модель:

$$y_t = \delta + \Phi_1 y_{t-1} + \dots + \Phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t. \quad (9)$$

У своїй простій формі отримуємо:

$$Y_t = X_t B + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \Sigma), \quad (10)$$

або 
$$y_t = Z_t \beta + \varepsilon_t, \quad (11)$$

де 
$$Z_t = I_M \otimes X_t. \quad (12)$$

$Y \in T \times n$  матриця з рядками, сформованих  $y_t$  ком, де  $y_t$  є вектор  $n$  залежних змінних;  $X \in T \times K$  матриця;  $K=(I+pn)$  оскільки кожний ряд включає в себе  $p$  лагів кожної залежної змінної та константи:  $(1, y_{t-1}, \dots, y_{t-p})$ ;  $B$  – матриця коефіцієнтів;  $\varepsilon_t \in T \times n$  матрицею незалежних помилок із  $t$  рядком даним  $\varepsilon_t$ ;  $\beta = \text{vec}(B)$  вектор  $I$  елементів. Таким чином, кількість коефіцієнтів перевищує кількість спостережень.

Кількість лагів визначатиметься стандартними критеріями [15; 21]:

$$AIC(p) = \ln |\hat{\Sigma}_u(p)| + \frac{2}{T} kn^2; \quad (13)$$

$$SC(p) = \ln |\hat{\Sigma}_u(p)| + \frac{\ln(T)}{T} kn^2; \quad (14)$$

$$HQ(p) = \ln |\hat{\Sigma}_u(p)| + 2 \frac{\ln(\ln(T))}{T} kn^2, \quad (15)$$

де  $\hat{\Sigma}_u(p) \in MLE$  матриці  $\Sigma_u$ .

Наступні МНК оцінки необхідні для прогнозу на базі BVAR моделі:

$$\hat{B} = (X'X)^{-1}(X'Y), \quad (16)$$

$$\hat{S} = (Y - X\hat{B})'(Y - X\hat{B}), \quad (17)$$

$$\hat{\Sigma} = \hat{S} / (T - K). \quad (18)$$

Баєсівський підхід у нашому випадку поєднуватиме функцію правдоподібності із *prior*. Це спричинено тим фактом, що кількість параметрів значно перевищує кількість спостережень, по яких здійснюється моделювання.

Інтерактивний прогноз *h*-кроків вперед визначають так:

$$Y_{(t)} = A_0 + Y_{(t-1)}A_1 + \dots + Y_{(t-p)}A_p + e_{(t)}. \quad (19)$$

Прямий прогноз, своєю чергою, матиме таку форму:

$$Y_{(t+h)} = A_0 + Y_{(t)}A_1 + \dots + Y_{(t-p+1)}A_p + e_{(t+h)}. \quad (20)$$

Усі моделі порівнюються шляхом використання середньоквадратичної помилки прогнозу (Mean Square Forecast Error, MSFE) [13; 16]:

$$MSFE_{i,t}^h = \sqrt{(\hat{y}_{i,t+h|t} - y_{i,t+h}^0)^2}, \quad (21)$$

де  $\hat{y}_{i,t+h|t}$  є прогнозом в час  $t+h$  змінних, що досліджуються і є доступними у час  $t$ ,  $y_{i,t+h}^0$  спостережені значення змінних, що моделюються, у час  $t+h$ .

Цей підхід використовує тільки точковий прогноз та ігнорує усі решта отримані розподіли. Тому, в перспективі можна рекомендувати використання прогнозованої правдоподібності (предикативної правдоподібності), щоб оцінити отриманий прогноз щодо цілої отриманої щільності [7]:

$$\sum_{\tau=\tau_0}^{T-h} \log[p(y_{\tau+h} = y_{\tau+h}^0 | Data_{\tau})], \quad (22)$$

Предиктивна правдоподібність є предистивною щільністю для  $y_{\tau+h}$ , яку отримано у  $y_{\tau+h}^0$ ;  $p(y_{\tau+h}^0 | Data_{\tau})$  на основі інформації, що є у час  $\tau$ .

У процесі створення моделі для реалізації прогнозу будуть використані наступні *prior* [13; 16]<sup>1</sup>: Монте Карло інтеграція: неінформативні *prior*, натурально-спряжені *prior*, Мінесота *prior*;

Неінформативні *prior*, запропоновані Лапласом [17] у 1812 р., є універсальними, хоча можуть мати неточні розподіли у просторі параметрів. Вони презентують *posterior* розподіл для всіх можливих *prior*. Їхньою безумовною перевагою є те, що хоча вони можуть бути неточними, однак завжди ведуть до правильних *posterior*. Ці *prior* є функцією, яка використовується у місці розподілу суб'єктивних *prior*, якщо є дуже мало, або взагалі немає жодної *prior* інформації [11].

Джефрейс [9] запропонував метод генерування неінформативних *prior*, які є інваріантними до трансформації вектора параметрів. У нашому випадку, *prior* щодо  $\alpha$  будуть такими:

$$p(\alpha, \Sigma) \propto |\Sigma|^{-(M+1)/2}, \quad (23)$$

і умовні *posterior* отримують таку форму:

<sup>1</sup>Тестування порядків лагів показало доцільність перевірки якості прогнозу з лагами  $\leq 6$  (у деяких *prior*  $\leq 4$ )

$$\alpha | \Sigma, y \sim N(\hat{\alpha}, \Sigma), \quad (24)$$

$$\alpha | \Sigma \sim IW(\hat{S}, T - K). \quad (25)$$

Результати симулювання BVAR моделі з неінформативними *prior* у формі MSFE є такими (відповідно до залежних змінних):

Табл. 1. Значення MSFE для кожного із часових рядів (модель BVAR Україна, неінформативні *prior*)

Змінні	Лар		
	1	2	3
ВВП	0,809046	6,041961	3,365024
Інфляція	0,491954	0,597836	0,907493
Індекс цін на акції	0,022366	0,125006	0,109353
Обмінний курс	0,000317	0,004916	0,000615
Процентна ставка	0,008193	0,025229	0,000206
Безробіття	0,00713	0,0021	0,023265
Ціни на газ	0,001163	0,000182	9,23E-05
Ціни на нафту	0,004289	0,004194	0,000866

\_\_\_\_\_ – найкраще (найменше) значення MSFE

Джерело: обчислено авторами

Так, згідно з табл. 1, спостерігаються варіації лагів для різних часових рядів, у яких є найменші значення MSFE. Така ситуація є незадовільною в емпіричному аналізі, тим більше, що помилка для ВВП, до прикладу, вимірюється в десятках. Натурально-спряжені *prior* це ті *prior*, в яких *prior*-інформація, правдоподібність та *posterior* оцінюються із одного і того самого типу розподілу. Вони мають таку форму:

$$\alpha | \Sigma \sim N(\alpha, \Sigma \otimes V), \quad (26)$$

і

$$\Sigma^{-1} \sim W(v, S^{-1}). \quad (27)$$

Відповідно, *posterior* належать до одного і того самого типу розподілу, що і *prior*. *Posterior* для  $\alpha \in$  наступним:

$$\alpha | \Sigma, y \sim N(\bar{\alpha}, \Sigma \otimes \bar{V}), \quad (28)$$

де

$$\bar{V} = (V^{-1} + X'X)^{-1}, \quad (29)$$

$$\bar{\alpha} = \text{vec}(\bar{A}), \quad (30)$$

$$\bar{A} = \bar{V}(V^{-1}A + X'X\hat{A}). \quad (31)$$

*posterior* для  $\Sigma \in$  наступними:

$$\Sigma^{-1} | y \sim W(\bar{v}, \bar{S}^{-1}), \quad (32)$$

де

$$\bar{v} = T + v, \quad (33)$$

$$\bar{S} = S + \underline{S} + \hat{A}'X'X\hat{A} + \underline{A}'V^{-1}\underline{A} - \bar{A}'(V^{-1} + X'X)\bar{A}. \quad (34)$$

$\underline{V}$ ,  $v$ ,  $\underline{S}$ ,  $\underline{A}$ , і  $\underline{\alpha}$  є обраними *prior* гіпер-параметрами.

Як видно із табл. 2, результати оцінок параметрів аналогічні до результатів, отриманих на основі неінформативних *prior*, а саме відбувається варіація

лагів, у яких оцінка тої чи іншої змінної має найменше значення MSFE. Таким чином, використання натурально-спряжених *prior* не є обґрунтованим у нашому випадку.

Табл. 2. Значення MSFE для кожного із часових рядів (модель BVAR Україна, натурально-спряжені *prior*)

Змінна	Лар		
	1	2	3
ВВП	0,368584264	0,23184333	1,1964812
Інфляція	0,508432305	0,016690702	0,071827173
Індекс цін на акції	0,010322808	0,085352052	0,063625023
Обмінний курс	0,000605347	0,000129009	3,27E-05
Процентна ставка	0,004942869	0,011532015	0,001428356
Безробіття	0,015264568	0,004688678	0,00132262
Ціни на газ	8,11E-04	2,76E-05	1,49E-03
Ціни на нафту	0,003224836	0,010524393	0,008456033

— — найкраще (найменше) значення MSFE

Джерело: обчислено авторами

Міннесотаріор (див. [10; 12; 16; 18; 19] та ін.) в основному виражає обмеження гіпер-параметрів  $\beta$  (*prior* для  $\beta$  є нормальними, *posterior* є подібними до отриманих, внаслідок використання нормально-спряжених *prior*, а  $\Sigma$ , припускається, є відомою). Цей тип *prior* має велику перевагу – він веде до простих *posterior*, використовуючи тільки нормальний розподіл. Разом із цим, недоліком можна вважати, що Міннесота *prior* не забезпечує повне Баєсівське трактування матриці  $\Sigma$ , як невідомих параметрів та ігнорує всяку непевність у цих параметрах. Результати оцінок параметрів BVAR для України на основі Міннесота *prior* наведено у табл. 3.

Табл. 3. Значення MSFE для кожного із часових рядів (модель BVAR Україна, Міннесота *prior*)

Змінна	Лар					
	1	2	3	4	5	6
ВВП	0,66599393	0,15110744	0,64351648	4,9289	18,44989	13,87881
Інфляція	0,57574685	0,21623079	0,3946702	0,750896	0,647346	0,886417
Індекс цін на акції	0,0146085	0,057033	0,0393457	0,011301	0,0111428	0,015865
Обмінний курс	3,13E-04	9,20E-05	2,16E-05	1,52E-04	1,23E-03	2,78E-03
Процентна ставка	0,0074583	0,014861	0,00603748	0,013644	0,009979	0,0118299
Безробіття	0,0158199	0,00070192	0,0007629	0,000878	0,0009195	0,001065
Ціни на газ	9,58E-04	4,62E-04	2,28E-03	1,75E-03	2,71E-03	1,91E-03
Ціни на нафту	0,003647	0,002278	0,0003404	0,000111	0,003083	0,011889

— — найкраще (найменше) значення MSFE

Джерело: обчислено авторами

Як можна бачити із наведеної вище таблиці, також існує певна варіація у лагах моделі, за яких забезпечується найкраща якість прогнозу, однак модель з лагом 2 результується з найбільшою кількістю мінімальних значень MSFE, а інші значення, є меншими порівняно із BVAR(2) на базі інших *prior*.

Отже, прогноз матиме такий вигляд (рис. 1-7):

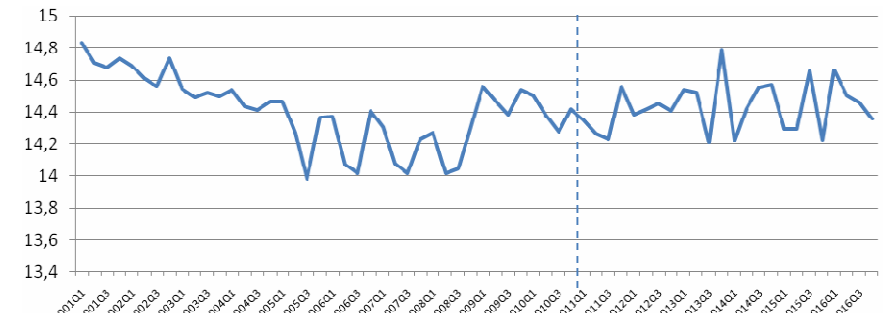


Рис. 1. Динаміка змінної безробіття в Україні (фактичні дані і прогноз), модель BVAR(2) Міннесота *prior*

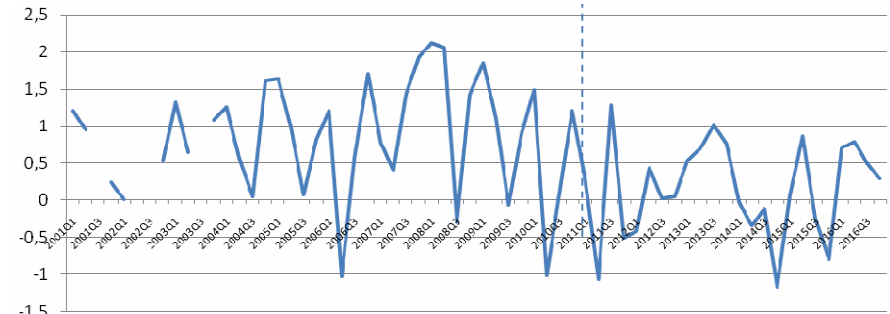


Рис. 2. Динаміка змінної в Україні (фактичні дані і прогноз), модель BVAR(2) Міннесота *prior*

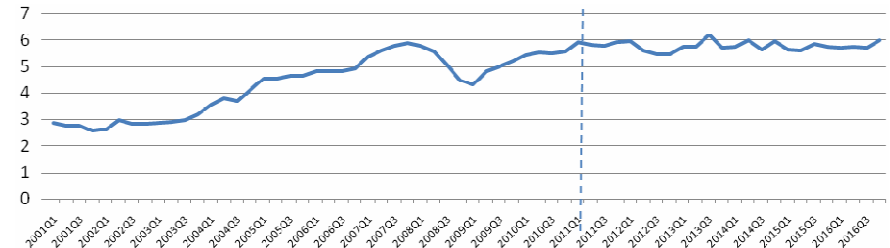


Рис. 3. Динаміка змінної індексу цін на акції в Україні (фактичні дані і прогноз), модель BVAR(2) Міннесота *prior*

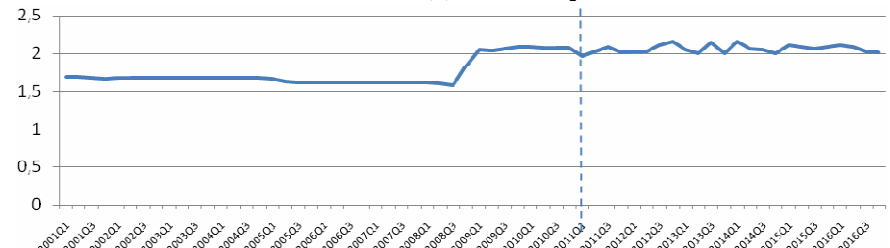


Рис. 4. Динаміка змінної обмінного курсу грн/дол. США (фактичні дані і прогноз), модель BVAR(2) Міннесота *prior*

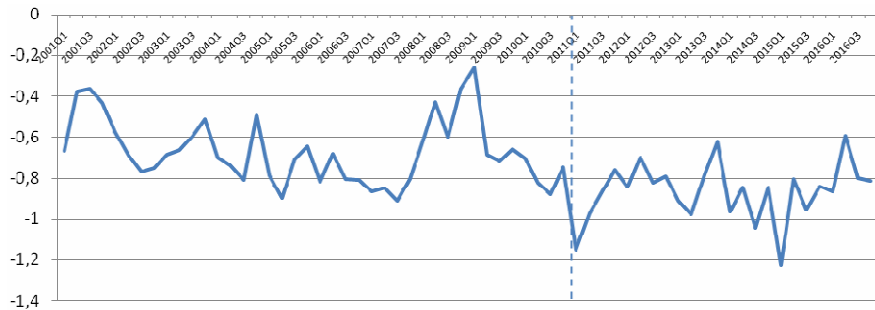


Рис. 5. Динаміка змінної довгострокової номінальної процентної ставки (фактичні дані і прогноз), модель BVAR(2) Мінесота prior

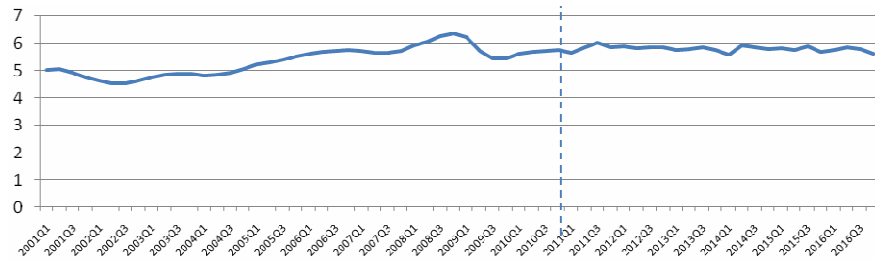


Рис. 6. Динаміка змінної ціни на газ (фактичні дані і прогноз), модель BVAR(2) Мінесота prior

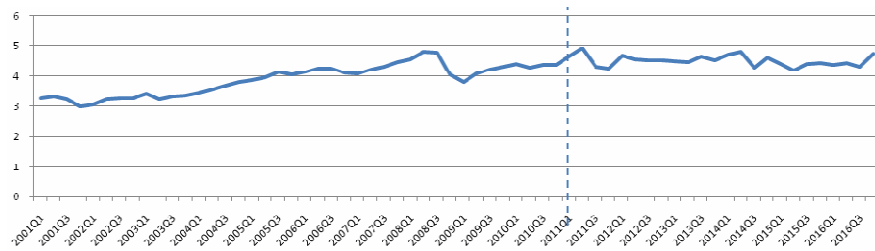


Рис. 7. Динаміка змінної ціни на нафту (фактичні дані і прогноз), модель BVAR(2) Мінесота prior

**Висновки.** На основі методів Баєсівської економетрії здійснено прогноз основних макроекономічних показників стану розвитку економіки України до 2016Q4. Аналіз показав, що кращі результати отримано внаслідок використання Мінесоти prior інформації.

### Література

1. Бідюк П.І. Оцінювання параметрів моделей із застосуванням методу Монте-Карло для Марковських ланцюгів / П.І. Бідюк, А.С. Борисевич // Наукові праці. – Сер.: Комп'ютерні технології: Видання ЧДУ ім. Петра Могили. – 2008. – Вип. 77, т. 90. – С. 21-37.
2. Коновалок М.М. Байєсівський аналіз моделі стохастичної волатильності в середовищі OPENBUGS / М.М. Коновалок // Наукові вісті НТУУ "КПІ": наук.-техн. журнал. – 2011. – № 2. – С. 77-84.
3. Banbura T. Large Bayesian vector auto regressions / T. Banbura, R. Giannone, C. Reichlin // Journal of Applied Econometrics. – 2010. – Vol. 25(1). – Pp. 71-92.

4. Chang K. Seung. Forecasting Industry Employment for a Resource-based Economy Using Bayesian Vector Autoregressive Models / Chang K. Seung and Sung K. Ahn // The Review of Regional Studies. – 2010. – Vol. 40. – № 2. – Pp. 181-196.
5. Garratt A. A Long-run Structural Macro-econometric Model of the UK / A. Garratt, K. Lee, M.H. Pesaran, Y. Shin // Cambridge Working Papers in Economics. – 1998. – 9812.
6. George E. Bayesian stochastic search for VAR model restrictions / E. George, D. Sun, S. Ni // Journal of Econometrics. – 2008. – Vol. 142. – Pp. 553-580.
7. Geweke J. Hierarchical Markov normal mixture models with applications to financial asset returns / J. Geweke, J. Amisano // Journal of Applied Econometrics. – 2009. – Vol. 26. – Pp. 1-29.
8. International Financial Statistics. [Electronic resource]. – Mode of access <http://www.quantec.co.za>
9. Jeffreys H. An Invariant Form for the Prior Probability in Estimation Problems / H. Jeffreys // Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences. – 1946. – Vol. 186 (1007). – С. 453-461.
10. Kadiyala K. Numerical Methods for Estimation and Inference in Bayesian VAR-Models / K. Rao Kadiyala, S. Karlsson // Journal of Applied Econometrics. – 1997. – Vol. 12(2). – Pp. 99-132.
11. Kass R.E. The selection of prior distributions by formal rules / R.E. Kass and L. Wasserman // Journal of the American Statistical Association. – 1996. – Вип. 91. – С. 1343-1370.
12. Kenny G. Bayesian VAR Models for Forecasting Irish Inflation / G. Kenny i A. Meyler & T. Quinn // Research Technical Papers, Central Bank of Ireland. – 1998. – 4/RT/98.
13. Koop G. Bayesian multivariate time-series methods in empirical macroeconomics / G. Koop, D. Korobilis. [Electronic resource]. – Mode of access <http://www.mpra.ub.uni-muenchen.de/20125/>. – 2010.
14. Koop G. Impulse response analysis in nonlinear multivariate models / G. Koop, H. Pesaran, and S. Potter // Journal of Econometrics. – 1996. – Vol. 74. – Pp. 119-147.
15. Koreisha S.G. Determining the Order of a Vector Autoregression when the Number of Component Series is Large / Koreisha S.G. and Pukkila T. // Journal of Time Series Analysis. – 1993. – Vol. 14(1). – Pp. 47-69.
16. Korobilis D. VAR forecasting using Bayesian variable selection / D. Korobilis // MPRA Paper No. 21124, posted 04. March 2010, Available at. [Electronic resource]. – Mode of access <http://www.mpra.ub.uni-muenchen.de/21124/> [Accessed 20 November 2011].
17. Laplace P. Theorie Analytique des Probabilities / Laplace P. / Courcier, Paris. – 1812.
18. Litterman D.T. Forecasting and conditional projections using a realistic prior distribution / Litterman D.T., Sims R.C. // Econometric Reviews. – 1984. – Vol. 3. – Pp. 1-100.
19. Litterman R. Specifying VAR's for macroeconomic forecasting / R. Litterman // Federal Reserve Bank of Minneapolis Staff report. – 1984. – No. 92. – Pp. 123-128.
20. Litterman R. Techniques of forecasting using vector autoregressions / R. Litterman // Federal Reserve Bank of Minneapolis Working Paper. – 1979. – No. 115. – Pp. 89-92.
21. Lutkepohl H. Introduction to Multiple Time Series Analysis / H. Lutkepohl. – New York : Springer-Verlag, 1991. – Pp. 96-102.
22. Robert C. A Short History of Markov Chain Monte Carlo: Subjective Recollections from Incomplete Data / C. Robert and G. Casella // Statistical Science. – 2011. – Vol. 26, No. 1. – Pp. 102-115.
23. Sims C. A nine variable probabilistic macroeconomic forecasting model / Sims C. / Federal Reserve Bank of Minneapolis Discussion paper. – 1989. – No. 14. – Pp. 82-85.
24. West M. Bayesian Forecasting and Dynamic Models / M. West, J. Harrison / Second Edition, Series: Springer Series in Statistics. – New York : Springer-Verlag, 1997. – Pp. 12-15.
25. Zellner A. Bayesian Analysis in Econometrics and Statistics: Essays in Honor of Harold Jeffreys / Zellner A. (ed.). / Amsterdam: North-Holland, 1980. – Pp. 32-35.
26. Zellner A. An Introduction to Bayesian Inference in Econometrics / A. Zellner / Series: Wiley Classics Library. – New York : Wiley, 1971. – Pp. 32-38.
27. [Electronic resource]. – Mode of access <http://www.indexmundi.com/commodities/?commodity=russian-natural-gas&months=240>
28. [Electronic resource]. – Mode of access <http://www.worldoils.com/oilprice.php>.

**Матковський Р.Б., Хомош Ю.С. Использование BVAR моделей для прогнозирования основных макроэкономических показателей развития экономики Украины**

Проведено моделювання на основі реалізації Байєсового підходу к оцінці параметрів векторної авторегресії з використанням різних *priors*. Временні ряди охоплюють період 2001Q1-2010Q4 і включають наступні змінні: ВВП, індекс цін на товари побутового попиту, обмінний курс грн/дол. США, рівень безробіття населення, номінальна процентна ставка, ціни на газ і нафту.

Осуществлений сравнительный анализ показал, что лучшие результаты получены в рамках BVAR(2) модели с Миннесота *prior*.

**Ключевые слова:** Байєсовские векторные авторегрессионные модели, (BVAR), цепь Маркова Монте-Карло, натуральные сопряженные *priors*, информативные *priors*, неинформативные *priors*.

**Matkovskyy R.B., Khomosh Yu.S. The usage of BVAR models to forecast the main macroeconomic indexes of economic development of Ukraine**

In this article the model with Bayesian approach for vector autoregressive model parameters estimation with different priors have been applied. The time series was from 2001Q1 to 2010Q4 and included the following variables: GDP, CPI, exchange rate, unemployment level, nominal long-term interest rate, and gas and oil prices.

Comparative analysis showed, that the better results were received in the frames of BVAR(2) model with Minnesota *priors*.

**Keywords:** Bayesian Vector Autoregressive model (BVAR), MCMC, Natural Conjunction priors, informative priors, non-informative priors.

УДК 629.113.001.1(075)

*Проф. Ю.В. Шабатура, д-р техн. наук;  
ад'юнкта В.Д. Залитка – Академія сухопутних військ  
ім. гетьмана Петра Сагайдачного, м. Львів*

**МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ОЦІНЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ  
ВЛАСТИВОСТЕЙ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ НАПРЯМКОМ РУХУ  
МОДИФІКОВАНИХ ВІЙСЬКОВИХ КОЛІСНИХ ЗАСОБІВ**

Отримано математичні моделі, що дають змогу оцінити динамічні властивості системи управління напрямком руху модифікованих військових колісних засобів та виконано їх комп'ютерне моделювання, зокрема побудовано графіки: залежності часу здійснення повороту від радіуса повороту та швидкості руху військового колісного засобу, залежності кута повороту від швидкості та радіуса повороту, залежності кута повороту від коефіцієнта пропорційності, що пов'язує поворот керма із зміною радіуса коліс та колії ВКЗ.

**Ключові слова:** військові колісні засоби, поворот, радіус повороту, зміна радіуса коліс.

**Актуальність та огляд основних результатів.** Серед існуючого озброєння і військової техніки Сухопутних військ Збройних сил України чільне місце займають військові колісні засоби (ВКЗ), їх особливістю є те, що вони є автономними засобами, які можуть рухатися як по дорогах, так і по бездоріжжю, відповідно до свого призначення. Військові частини та підрозділи забезпечені великою кількістю ВКЗ різних типів та призначення, але сучасні особливості ведення бойових дій потребують створення нових взірців, які відповідали б вимогам сьогодення та забезпечували б перевагу над противником. З огляду на це, автори розробили принципово новий метод зміни напрямку руху (повороту) ВКЗ, який не потребує зміни напрямку площин обертання коліс та вико-

ристання диференціала. В основі роботи запропонованого методу лежить зміна ефективного діаметра коліс, причому для здійснення повороту всі внутрішні колеса по відношенню до кривизни траєкторії шляху зменшують в діаметрі, а всі зовнішні – відповідно збільшують [1]. Раніше виконані теоретичні дослідження показали, що ВКЗ, які використовуватимуть запропонований метод (модифіковані ВКЗ), матимуть кращі експлуатаційні властивості (стійкість, керованість, прохідність), порівняно з традиційними ВКЗ.

У попередніх роботах [2, 3] розроблено теоретичні положення і практичні засади нового методу зміни напрямку руху ВКЗ, отримано аналітичні співвідношення, які дають змогу моделювати кінематику та динаміку руху модифікованих ВКЗ, виведено математичні моделі для визначення граничних параметрів руху модифікованих ВКЗ. Разом із тим, значний науковий і практичний інтерес становлять питання оцінки динамічних властивостей самої системи управління напрямком руху модифікованих ВКЗ, які ще не були досліджені.

**Мета роботи.** Метою цієї роботи є дослідження динамічних властивостей системи керування напрямком руху модифікованих ВКЗ. Зокрема будуть розроблені моделі, які дадуть змогу оцінювати тривалість часових інтервалів, які необхідні для здійснення повороту при певних значеннях швидкості руху та радіуса повороту.

**Основна частина.** Військовим колісним засобам досить часто доводиться рухатися по криволінійній траєкторії, це зумовлено тим, що їм необхідно повернути з однієї дороги на іншу, об'їхати перешкоду, здійснювати різні маневрування. З огляду на це, на них діють бокові сили, які змінюють або намагаються змінити траєкторію їх руху. Розрізняють три етапи повороту:

- перехід від прямолінійного руху до криволінійного, коли кривизна траєкторії збільшується – вхід у поворот;
- рух по кривизні – рівномірний поворот;
- повернення до прямолінійного руху – вихід із повороту [4, 5].

Для дослідження динамічних властивостей системи керування напрямком руху модифікованих ВКЗ визначимо такі основні параметри і характеристики:  $W$  – база ВКЗ,  $D$  – колія ВКЗ,  $r$  – радіус колеса ВКЗ у початковому стані,  $\Delta r$  – зміна радіуса колеса ВКЗ (відповідно колеса однієї осі матимуть радіуси  $r \pm \Delta r$ , відносна зміна радіуса колеса становитиме  $\pm \Delta r / r$ ).

Радіус повороту визначається як:

$$R = \frac{Dr}{2\Delta r}. \tag{1}$$

Поворот здійснює водій повертаючи кермо на деякий кут відносно початкового положення. Приймаємо, що зміна радіуса колеса відбувається синхронно з поворотом керма (рис. 1), кут повороту керма позначатимемо  $\tau$ , тоді:

$$\frac{\Delta r(t)}{r} = \gamma \tau(t), \tag{2}$$

де  $\gamma$  – коефіцієнт пропорційності, що пов'язує поворот керма із зміною радіуса коліс.