довании процессов теплопереноса за пределами соответствующих зон локализации может быть упрощена математическая модель процесса, нахождение решения и анализ получаемых результатов. В частности, существенное упрощение математической модели возможно на стадии квазистационарного режима.

Литература

1. Прокопов В.Г. Эффекты локализации влияния физических свойств слоисто-неоднородной системы в условиях импульсного периодического нагрева / В.Г. Прокопов // Науковий вісник НЛТУ України : зб. наук.-техн. праць. – Львів : РВВ НЛТУ України. – 2014. – Вип. 24.7. – С. 360-365.

Прокопов В.Г. **Заміщення внутрішніх джерел енергії під час моделювання процесів теплопровідності в шарувато-неоднорідній системі**

Представлено результати математичного моделювання процесів теплопровідності у шарувато-неоднорідній системі при використанні різних спрощуючих заміщень внутрішніх джерел енергії. Розглянуто можливості заміщення, пов'язані зі зміною залежності внутрішніх джерел енергії від просторової координати. Проаналізовано також заміщення умов теплопідводу, при якому змінюються залежності джерел енергії як від просторової, так і часової координати. Показано, що таке заміщення базується на проявленні ефектів локалізації тих чи інших особливостей, що стосуються характеристик теплопідводу.

Ключові слова: внутрішні джерела енергії, шарувато-неоднорідна система, явище локалізації, процеси теплопровідності.

Prokopov V.G. **Substitution of Internal Energy Sources in Modelling Heat Conductivity Processes in the Layered System**

The results of mathematical modelling of the heat conductivity processes in layered system using various simplifying substitution of internal energy sources are submitted. The possibilities of substitution, associated with changes in internal energy sources depending on the spatial coordinates, are considered. The substitution of the heat supply conditions in which change energy sources dependences on both the spatial and temporary coordinates is also analysed. This substitution is shown to be based on the localization manifestations of certain features relating to the characteristics of the heat supply.

Key words: internal energy sources, layered system, the phenomenon of localization, heat conduction processes.

УДК 643.33:547.128

Deputy director E.V. Biletskiy, doctor of technical science –
Kharkiv institute of trade and economics of
Kyiv national university of trade and economics, Ukraine

DETERMINATION OF THE DISSIPATION DURING THE FLOW OF NON-NEWTONIAN MATERIALS IN CHANNELS WITH BASIC GEOMETRY

Some regularities for rheodynamical and heat transfer processes are developed by creating theoretically grounded mathematical models describing flows of non-Newtonian fluids in channels with basic geometry with moving boundaries and pressure gradient on channel ends.The method for calculating specific dissipation energy during the flow of viscoplastic fluid in flat and rectangular channel is suggested. In order to determine dissipation value the formulas for determining cross-sectional and longitudinal velocities in the areas which are situated between the solid bounds and the core should be developed. This algorithm allows calculating the energy of dissipative heat evolution when calculating optimal parameters of technological equipment. It leads to new level of quality when designing appropriate equipment in chemical and food industry allowing reducing energy and material consumption.

Key words: flow, non-Newtonian fluids, channel, dissipation, rheology, heat transfer.

Introduction. Thermal processes are considered to be the most common processes in food technologies [1, 2]. Today lots of scientific papers describe heat transfer in Newtonian fluids [3-6]. But there are quite a lot of food products (chocolate, pastry, confectionery) that relate to multicomponent systems having a similar structure and the nonlinear nature of the flow [7].

In order to assess the structural and mechanical properties, it is necessary to know the type of the structure, the dependence of the viscosity of the shear rate, as well as the magnitude of dissipation [4, 7].

Non-Newtonian fluid are known to lose some of the energy that goes into dissipative heat during its movement. Knowledge of the dissipation value allows picking technological equipment with the best power reserve, thereby reducing production costs [4, 7, 8].

Materials and methods. The superposition method for building fields with higher dimension from fields with lower dimension with various boundary conditions and with changing rheological parameters depending on pressure is used. This method allows to determine the dissipation energy during the flow of non-Newtonian materials in channels with basic geometry of technological equipment **[**9**]**.

Results of research. This paper suggests a method for determining of the dissipation energy during the flow of Bingham fluids in channels of different shape. Consider a straight and a flat channel. Splitting these channels on the cross sections with different expressions for the flow velocity are shown on Fig a and b. The splitting elements are denoted as $S_y^{\pm}$, $S_x^{\pm}$ (see Fig.) **[**9**]**.

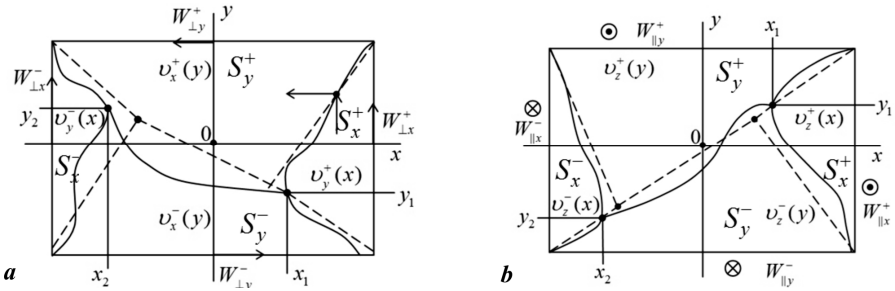

Fig. 1. Split of the rectangular channel and linearization of the split:
a) for cross-sectional flow; b) for longitudinal flow

In order to reduce records, various types of flows, correlated with corresponding subdomains of partitions should be written as.

For flat longitudinal flow in the $S^{\pm}$:

$$\upsilon_z^{\pm} = a_z^{\pm}\xi_y^2 + b_z^{\pm}\xi_y + c_z^{\pm};\ \xi_y = \frac{y}{h};\ \xi_x = \frac{x}{a} \qquad (1)$$

where: $\upsilon_z^{\pm}$ – velocity component for *z*-axis; $a_z^{\pm}$, $c_z^{\pm}$, $b_z^{\pm}$ – bounds of subareas of the channel split; *h*, *a* – channel sides;

For flat longitudinal-transverse flow in $S^{\pm}$

$$\upsilon_{zy}^{\pm} = a_{zy}^{\pm}\xi_y^2 + b_{zy}^{\pm}\xi_y + c_{zy}^{\pm};\ \upsilon_z^{\pm} = a_z^{\pm}\xi_y^2 + b_z^{\pm}\xi_y + c_z^{\pm}. \qquad (2)$$

For rectangular longitudinal flow in $S_y^{\pm}$ and $S_x^{\pm}$

$$\upsilon_z^{\pm} = a_{zx}^{\pm}\xi_x^2 + b_{zx}^{\pm}\xi_x + c_{zx}^{\pm};\ \ \upsilon_z^{\pm} = a_{zy}^{\pm}\xi_y^2 + b_{zy}^{\pm}\xi_y + c_{zy}^{\pm}. \tag{3}$$

For longitudinal component of rectangular flow in $S_y^{\pm}$ and $S_x^{\pm}$

$$\upsilon_z^{\pm} = a_{zx}^{\pm}\xi_x^2 + b_{zx}^{\pm}\xi_x + c_{zx}^{\pm};\ \ \upsilon_x^{\pm} = a_{xx}^{\pm}\xi_x^2 + b_{xx}^{\pm}\xi_x + c_{xx}^{\pm}. \tag{4}$$

For transverse component of rectangular flow in $S_y^{\pm}$ and $S_x^{\pm}$

$$\upsilon_y^{\pm} = a_{yy}^{\pm}\xi_y^2 + b_{yy}^{\pm}\xi_y + c_y^{\pm};\ \ \upsilon_x^{\pm} = a_{xx}^{\pm}\xi_x^2 + b_{xx}^{\pm}\xi_x + c_{xx}^{\pm}. \tag{5}$$

Based on these formulas the dissipation energy for flat longitudinal flow may be determined.

In the flat longitudinal flow the dissipation is generated only by a single summand $\left(\partial \upsilon_y/\partial_y\right)^2$. The magnitude of dissipation which affects the cross-section of flat channel equals to:

$$\dot{E} \equiv \iint\left(\frac{\partial \upsilon_z}{\partial y}\right)^2 ds = \iint\left(\frac{\partial \upsilon_z^+}{\partial y}\right)^2 ds_y^+ + \iint\left(\frac{\partial \upsilon_z^-}{\partial y}\right)^2 ds_y^-, \tag{6}$$

where $\dot{E}$ – dissipation on the intersection of flat channel, J/m^3.

Substituting the expressions for $\upsilon_z^{\pm}(y)$ from the formulas for $\upsilon_z^{\pm}$ we can come to the following integrals:

$$\frac{\dot{E}}{\mu} = \frac{1}{h}\int_{-1}^{\gamma^-} d\xi_y\left(2a_z^-\xi_y + b_z^-\right)^2 + \frac{1}{h}\int_{\gamma^+}^{1} d\xi_y\left(2a_z^+\xi_y + b_z^+\right)^2. \tag{7}$$

Final result for $\dot{E}/\mu$ value is as follows:

$$\frac{\dot{E}}{\mu} = \frac{1}{h}\left\{\begin{array}{l}\frac{4}{3}\left[\left(a_z^+\right)^2\left(1-\gamma^+\right)^3 - \left(a_z^-\right)^2\left(1+\gamma^-\right)^3\right] + 2\left[a_z^+b_z^+\left(1-\gamma^+\right)^2 + a_z^-b_z^-\left(1+\gamma^-\right)^2\right] + \\ \left[\left(b_z^+\right)^2\left(1-\gamma^+\right) - \left(b_z^-\right)^2\left(1+\gamma^-\right)\right]\end{array}\right\} \tag{8}$$

Dissipation energy for flat longitudinal-transverse flow may be determined as well. In this case there are two summands: $\left(\partial \upsilon_z^{\pm}/\partial y\right)^2$ and $\left(\partial \upsilon_y^{\pm}/\partial y\right)^2$. They are calculated the same way as for the flat longitudinal flow. Final result looks as follows:

$$\frac{\dot{E}}{\mu} = \frac{\dot{E}_z}{\mu} + \frac{\dot{E}_y}{\mu}. \tag{9}$$

$$\frac{\dot{E}_z}{\mu} = \frac{1}{h}\left\{\begin{array}{l}\frac{4}{3}\left[\left(a_{zy}^+\right)^2\left(1-\gamma_{zy}^+\right)^3 - \left(a_{zy}^-\right)^2\left(1+\gamma_{zy}^-\right)^3\right] + 2\left[a_{zy}^+b_{zy}^+\left(1-\gamma_{zy}^+\right)^2 + a_{zy}^-b_{zy}^-\left(1+\gamma_{zy}^-\right)^2\right] + \\ \left[\left(b_{zy}^+\right)^2\left(1-\gamma_{zy}^+\right) - \left(b_{zy}^-\right)^2\left(1+\gamma_{zy}^-\right)\right]\end{array}\right\}. \tag{10}$$

$$\frac{\dot{E}_y}{\mu} = \frac{1}{h}\left\{\begin{array}{l}\frac{4}{3}\left[\left(a_{zy}^+\right)^2\left(1-\gamma_{zy}^+\right)^3 - \left(a_{zy}^-\right)^2\left(1+\gamma_{zy}^-\right)^3\right] + 2\left[a_{zy}^+b_{zy}^+\left(1-\gamma_{zy}^+\right)^2 + a_{zy}^-b_{zy}^-\left(1+\gamma_{zy}^-\right)^2\right] + \\ \left[\left(b_{zy}^+\right)^2\left(1-\gamma_{zy}^+\right) - \left(b_{zy}^-\right)^2\left(1+\gamma_{zy}^-\right)\right]\end{array}\right\}. \tag{11}$$

Dissipation energy for rectangular longitudinal flow may be determined as well. The magnitude of dissipation in this flow is the sum of four summands:

$$\frac{\dot{E}}{\mu} = \iint ds_y^+\left(\frac{\partial \upsilon_z^+}{\partial y}\right)^2 + \iint ds_x^+\left(\frac{\partial \upsilon_z^+}{\partial x}\right)^2 + \iint ds_x^-\left(\frac{\partial \upsilon_z^-}{\partial x}\right)^2. \tag{12}$$

Integrals of the derivatives values are recorded in the following way: for rectangular sections of each subdomain

$$\iint\left(\frac{\partial \upsilon_z^+}{\partial y}\right)^2 d\xi_y = \left[\frac{4}{3}\left(a_{zy}^+\right)^2\left(1-\gamma_{zy}^+\right)^3 + 2a_{zy}^+b_{zy}^+\left(1-\gamma_{zy}^+\right) + \left(b_{zy}^+\right)^2\left(1-\gamma_{zy}^+\right)\right]\frac{1}{h^2};\ \text{in plane } S_y^+; \tag{13}$$

$$\iint\left(\frac{\partial \upsilon_z^-}{\partial y}\right)^2 d\xi_y = \left[-\frac{4}{3}\left(a_{zy}^-\right)^2\left(1+\gamma_{zy}^-\right)^3 + 2a_{zy}^-b_{zy}^-\left(1+\gamma_{zy}^-\right) - \left(b_{zy}^-\right)^2\left(1+\gamma_{zy}^-\right)\right]\frac{1}{h^2};\ \text{in plane } S_y^- \tag{14}$$

$$\iint\left(\frac{\partial \upsilon_z^+}{\partial x}\right)^2 d\xi_x = \left[\frac{4}{3}\left(a_{zx}^+\right)^2\left(1-\gamma_{zx}^+\right)^3 + 2a_{zx}^+b_{zx}^+\left(1-\gamma_{zx}^+\right) + \left(b_{zx}^+\right)^2\left(1-\gamma_{zx}^+\right)\right]\frac{1}{a^2};\ \text{in plane } S_x^+ \tag{15}$$

$$\iint\left(\frac{\partial \upsilon_z^-}{\partial x}\right)^2 d\xi_x = \left[-\frac{4}{3}\left(a_{zx}^-\right)^2\left(1+\gamma_{zx}^-\right)^3 + 2a_{zx}^-b_{zx}^-\left(1+\gamma_{zx}^-\right) - \left(b_{zx}^-\right)^2\left(1+\gamma_{zx}^-\right)\right]\frac{1}{a^2};\ \text{in plane } S_x^-. \tag{16}$$

Each of these expressions should be integrated in the corresponding subdomain $S_y^{\pm}$, $S_x^{\pm}$. Each of the subdomains consists of two curvilinear triangles and one rectangle. Curvilinear triangles have the line that splits neighboring subdomains as their "curvilinear". Thus each integral can be expressed as the sum of three integrals of the following form:

$$\begin{aligned}\iint ds_y^+\left(\frac{\partial \upsilon_z^+}{\partial y}\right)^2 &= h^2\int_{\gamma_y^+}^{1} d\xi_y\left(\frac{\partial \upsilon_z^+}{\partial \xi_y}\right)^2 \times\left(\gamma_x^+ - \gamma_x^-\right) + ah\int_{-1^+}^{\theta^+(\xi_x)} d\xi_y\int_{\gamma_x^+}^{\gamma_x^+} d\xi_x\left(\frac{\partial \upsilon_z^+}{\partial \xi_y}\right)^2 + \\ &+ ah\int_{\varepsilon^+(\xi_x)}^{1} d\xi_y\int_{\gamma_x^+}^{1} d\xi_x\left(\frac{\partial \upsilon_z^+}{\partial \xi_y}\right)^2\end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned}\iint ds_y^-\left(\frac{\partial \upsilon_z^-}{\partial y}\right)^2 &= h^2\int_{-1}^{\gamma_y^-} d\xi_y\left(\frac{\partial \upsilon_z^-}{\partial \xi_y}\right)^2 \times\left(\gamma_x^+ - \gamma_x^-\right) + ah\int_{-1}^{\varepsilon^-(\xi_x)} d\xi_y\int_{\gamma_x^+}^{1} d\xi_x\left(\frac{\partial \upsilon_z^-}{\partial \xi_y}\right)^2 + \\ &+ ah\int_{-1}^{\theta(\xi_x)} d\xi_y\int_{-1}^{\gamma_x^-} d\xi_x\left(\frac{\partial \upsilon_z^-}{\partial \xi_y}\right)^2\end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}\iint ds_x^+\left(\frac{\partial \upsilon_z^+}{\partial x}\right)^2 &= a^2\int_{-1}^{\gamma_x^-} d\xi_x\left(\frac{\partial \upsilon_z^+}{\partial \xi_x}\right)^2 \times\left(\gamma_y^+ - \gamma_y^-\right) + ah\int_{-1}^{\left[o^+\right]^{-1}(\xi_x)} d\xi_x\int_{\gamma_y^+}^{-1} d\xi_y\left(\frac{\partial \upsilon_z^+}{\partial \xi_x}\right)^2 + \\ &+ ah\int_{\left[\theta^+\right]^{-1}}^{-1} d\xi_x\int_{(\xi_y)^{\gamma_y^+}}^{1} d\xi_y\left(\frac{\partial \upsilon_z^+}{\partial \xi_x}\right)^2\end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}\iint ds_x^-\left(\frac{\partial \upsilon_z^-}{\partial x}\right)^2 &= a^2\int_{-1}^{\gamma_x^-} d\xi_x\left(\frac{\partial \upsilon_z^-}{\partial \xi_x}\right)^2 \times\left(\gamma_y^+ - \gamma_y^-\right) + ah\int_{\left[\varepsilon^-\right]_{-1}}^{1} d\xi_x\int_{(\xi_y)^{-1}}^{\gamma_y^-} d\xi_y\left(\frac{\partial \upsilon_z^-}{\partial \xi_x}\right)^2 + \\ &+ ah\int_{-1}^{\left[\theta^-\right]^{-1}} d\xi_x\int_{-1}^{(\xi_y)_{\gamma_y^-}} d\xi_y\left(\frac{\partial \upsilon_z^-}{\partial \xi_x}\right)^2\end{aligned} \tag{20}$$

$$\left(\frac{\partial v_z^{\pm}}{\partial \xi_y}\right) = \left(2a_{zy}^{\pm}\xi_y + b_{zy}^{\pm}\right)^2; \left(\frac{\partial v_z^{\pm}}{\partial \xi_x}\right)^2 = \left(2a_{zx}^{\pm}\xi_x + b^{\pm}\right)^2. \quad (21)$$

In these formulas $\theta^{\pm}(\xi_y)$, $\varepsilon^{\pm}(\xi_y)$ – expressions for splitting lines between subdomains of the partition of the rectangular cross-section of the channel; $\left[\theta^{\pm}\right]^{-1}$, $\left[\varepsilon^{\pm}\right]^{-1}$ – inverse functions to $\theta^{\pm}$ and $\varepsilon^{\pm}$.

Conclusion. The same algorithm can be used to calculate dissipation energy of generalized shear fluid. The mandatory phases of these calculations are the partitioning of rectangular cross-section of the straight channel and calculation of the integrals from velocity derivatives. But, while for Bingham fluid the only the part of cross-section of the channel contributes to the dissipation energy, for the generalized shear fluid has fluidity in the entire cross-section of the channel. While cubical polynomials originate during integration of velocity derivatives and the integration itself is performed quite easily, certain transformations should be performed during integration of derivatives of generalized-shear fluid velocity. This algorithm allows to calculate the energy of dissipative heat evolution when calculating optimal parameters of technological equipment. It leads to new level of quality when designing appropriate equipment in chemical and food industry allowing to reduce energy and material consumption.

References

1. Zeki Berk. Food Process Engineering and Technology / Berk. Zeki // Elsevier Department of Biotechnology and Food Engineering Israel Institute of Technology, 2009. – Pp. 605.
2. Valentas Kenneth J. Paul Singh. Food engineering. Lane. from English. under Society. scientific. Ed. AL Ishevskogo / Valentas Kenneth, J., Rothstein Enric, R. – St. Petersburg, 2004. – Pp. 848.
3. Nikolaev B.L. Features thermal and hydrodynamic processes in the processing of viscous food products with non-Newtonian properties. Proceedings of the III International STC – low-temperature technology in the XXI century / B.L. Nikolaev. – St. Petersburg : SPGUNiPT. – 2007. – Vol. 1. – With. 607-612.
4. Burdo O.G. Applied modeling of transport processes in technological systems / O.G. Burdo, L.G. Kalinin. – Odessa, 2008. – Pp. 347.
5. Hives L.M. Laminar flow in a coaxial conical channels / L.M. Hives. – Kharkov, 2006. – Pp. 660.
6. Potapov V.A. Improving the efficiency of ovens equipment using organosilicon compounds / V.A.Potapov, O. Petrenko. – Kharkov, 2012. – Pp. 139.
7. Arete V.A. Physical and mechanical properties of raw materials and finished products / Arete V.A., B.L. Nikolaev, L.K. Nikolaev. – St. Petersburg, 2009. – Pp. 448.
8. Ferziger J.H. Computational Methods for Fluid Dynamics / J.H. Ferziger, M. Peric. – Berlin, Germany, 2002. – Pp. 250.
9. Tovazhnyansky L.L. Modeling flow of non-Newtonian fluids in channels of basic geometry / L.L. Tovazhnyansky, E.V. Beletsky, Y.A. Tolchynskyy. – Kharkov, 2013. – Pp. 319.

Білецький Е.В. **Визначення величини дисипації при течії неньютонівської матеріалів в каналах базової геометрії**

Досліджено закономірності реодинамічних і теплообмінних процесів шляхом створення теоретично обґрунтованих математичних моделей опису течії неньютоновських матеріалів у каналах базової геометрії з рухомими границями і градієнтом тиску на кінцях каналу. Запропоновано методику обчислення питомої енергії дисипації при течії в'язкопластичної рідини у плоскому і прямокутному каналах. Для визначення величини питомої дисипації необхідно отримати формули для обчислення поперечних і поздовжніх швидкостей течії на ділянках, які знаходяться між границями твердого ядра і каналу. Наведений алгоритм дає змогу обчислювати енергію дисипативного тепловиділення при розрахунку оптимальних параметрів технологічного обладнання та приводить до нової якості проектування відповідного технологічного обладнання хімічної та харчової промисловості у напрямку зниження питомих енерговитрат та матеріалоємності.

Ключові слова: течія, неньютоновські рідини, канал, дисипація, реологія, теплообмін.

Белецкий Э.В. **Определение величины диссипации при течении неньютоновских материалов в каналах базовой геометрии**

Исследованы закономерности реодинамических и теплообменных процессов путем создания теоретически обоснованных математических моделей описания течения неньютоновских материалов в каналах базовой геометрии с подвижными границами и градиентом давления на концах канала. Предложена методика вычисления удельной энергии диссипации при течении вязкопластической жидкости в плоском и прямоугольном каналах. Для определения величины удельной диссипации необходимо получить формулы для вычисления поперечных и продольных скоростей течения на участках, которые находятся между границами твердого ядра и канала. Данный алгоритм позволяет вычислять энергию диссипативного тепловыделения при расчете оптимальных параметров технологического оборудования и приводит к новому качеству проектирования соответствующего технологического оборудования химической и пищевой промышленности в направлении снижения удельных энергозатрат и материалоемкости.

Ключевые слова: течение, неньютоновские жидкости, канал, диссипация, реология, теплообмен.

УДК 004:681.5 Проф. Ю.І. Грицюк, д-р техн. наук – НУ "Львівська політехніка"; викл. М.Ю. Грицюк, магістр – Львівський ДУ БЖД

ОСОБЛИВОСТІ МУЛЬТИПЛІКАТИВНОГО ЗГОРТАННЯ ЧАСТКОВИХ КРИТЕРІЇВ В УЗАГАЛЬНЕНИЙ ПОКАЗНИК

Розглянуто методику мультиплікативного згортання часткових критеріїв у один узагальнений показник, яка передбачає в якості нормованого дільника використовувати максимальні (мінімальні) значення часткових критеріїв, отримання яких не викликає значних труднощів, тобто здійснюється на множині наявних варіантів проектних рішень. Встановлено, що перевага методу мультиплікативного згортання критеріїв над методом лінійного адитивного згортання полягає в тому, що при його використанні не потрібно виконувати нормування значень часткових критеріїв. Удосконалено методику мультиплікативного згортання критеріїв, яка при виборі оптимальної альтернативи дає змогу максимально наблизитись до найкращого варіанта проектного рішення та максимально віддалитись від його найгіршого варіанта. На конкретному прикладі реалізовано методику мультиплікативного згортання часткових критеріїв у один узагальнений показник, внаслідок чого вибрано найкращу альтернативу з множини наявних проектних рішень, виявити її переваги та недоліки.

Ключові слова: варіанти проектних рішень, часткові критерії оптимізації, узагальнений показник ефективності, методи згортання критеріїв (лінійний адитивний, мультиплікативний), стимулювальні та дестимулювальні показники ефективності.

Вступ. При визначенні оптимального варіанта впровадження, наприклад, офісної інформаційної системи[1] (ІС), широко використовуються методи порівняльного аналізу [5], які ґрунтуються на співставленні допустимих альтернатив.

[1] Інформаційна система (англ. Information system) – сукупність організаційних і технічних засобів для збереження та оброблення інформації з метою забезпечення інформаційних потреб користувачів. Офісні інформаційні системи призначені для перетворення паперових документів у електронні файли, автоматизації діловодства та управління документообігом.