

are performed within the temperature interval  $T_1 < T < T_2$ , where  $T_1$  and  $T_2$  are the temperature of thermal dissonation VK and VKD colour centres. The radiation sensitivity of the BaCl<sub>2</sub>-Pb crystals depends on lead concentration in the crystal.

**Key words:** crystal, radiation, colour centre, lead, linear model, kinetics.

УДК 539.372 Проф. Б.П. Поберейко, д-р техн. наук – НЛТУ України, м. Львів

### ДЕФОРМАТИВНІСТЬ ГІГРОСКОПІЧНИХ МАТЕРІАЛІВ ЗІ ЗМІННИМИ ПОТЕНЦІАЛАМИ ТЕПЛОМАСОПЕРЕНОСЕННЯ

На основі законів механіки суцільних середовищ та термодинаміки нерівноважних процесів синтезовано фізико-математичну модель для визначення температурно-вологісних та релаксаційно-деформівних полів у висушуваних пиломатеріалах, яка, на відміну від відомих моделей, дає змогу кількісно оцінити вплив полів напружень на характер протікання процесів тепломасоперенесення у досліджуваному матеріалі. Окрім цього, з використанням складових запропонованої моделі вперше побудовано новий ентропійний критерій міцності для деревини зі змінними потенціалами тепломасоперенесення.

**Ключові слова:** гігроскопічність, тепломасоперенесення, напруження, деформативність, якобіан градієнтів руху.

Загальний підхід до дослідження деформаційно-релаксаційних і тепломасообмінних полів у твердих матеріалах запропоновано у [1, 2]. У працях [3, 4] методами механіки суцільного середовища і нерівноважної термодинаміки наведено зв'язані рівняння тепломасоперенесення для суцільних середовищ у рамках теорії малих пружно-пластичних деформацій. У [4, 5] наведено математичні моделі процесів тепломасоперенесення, фазових перетворень та деформування у процесі сушіння колоїдних капілярно-пористих матеріалів. Взаємозв'язок деформаційно-релаксаційних і тепломасообмінних полів у процесі сушіння таких матеріалів наведено у працях [3, 6, 7].

У роботі на основі термодинаміки незрівноважених процесів і механіки спадкових середовищ розглядаємо підхід щодо дослідження граничного напружено-деформівного стану капілярно-пористих матеріалів зі змінними потенціалами тепломасоперенесення у зв'язкопружній області деформування.

Нехай у деякий початковий момент часу  $\tau = \tau_0$  рух матеріальних точок капілярно-пористих матеріалів у процесі інтенсивного тепловологоперенесення однозначно визначається координатами  $x_{0k}$  ( $k=1, 2, 3$ ) у декартовій системі координат з одиничними векторами  $\vec{I}_1, \vec{I}_2, \vec{I}_3$ .

У процесі зневоднення матеріалу точки  $x_{0k}$  характеризуватимуться іншими координатами  $x_k$ , значення яких для точок  $x_{0k}$  є різними, що зумовлене нерівномірним розподілом полів тепломасоперенесення в об'ємі матеріалу. Отже,  $x_k$  є функціями координат  $x_{0k}$  та часу  $\tau$ , тобто  $x_i = x_i(x_{0i}, \tau)$ ,  $i=1, 2, 3$ . Тому елементарні об'єм  $dV(\tau_0) = dV_0$  та площа поверхні  $dS(\tau_0) = dS_0$  відповідно перетворюватимуться у  $dV(\tau) = V$  та  $dS(\tau) = dS$ .

Для встановлення зв'язку між величинами  $dV_0$  і  $dV(\tau)$ , а також між  $dS_0$  і  $dS(\tau)$ , розглянемо нескінченно малу векторну величину  $d\vec{x}$  радіус вектора точки  $x_i$

$$d\vec{x} = \sum_{i=1}^3 x_i(x_{01}, x_{02}, x_{03}) \vec{I}_i \quad (1)$$

Тоді зміна об'єму  $dV(\tau)$  гігроскопічного капілярно-пористого матеріалу зі змінними потенціалами тепломасоперенесення описуємо залежністю

$$dV(\tau) = J(\tau) dV_0, \quad (2)$$

$$\text{де: } dV_0 = dx_{01} dx_{02} dx_{03}, \text{ а } J(x_{k,0k}) = \det \begin{pmatrix} x_{1,01} & x_{2,01} & x_{3,01} \\ x_{1,02} & x_{2,02} & x_{3,02} \\ x_{1,03} & x_{2,03} & x_{3,03} \end{pmatrix} - \text{якобіан градієнтів руху,}$$

$$x_{k,0k} = \frac{\partial x_k}{\partial x_{0k}}.$$

У випадку відсутності тріщиноутворення або короблення матеріалу якобіан перетворень задовольняє умову  $J = \det\{x_{k,0k}\} \neq 0$ , оскільки у протилежному випадку  $dV=0$ , що суперечить аксіомі нероззвирності механіки суцільного середовища. На основі такого підходу встановлено, що

$$dS_k = J \frac{\partial x_{0k}}{\partial x_k} dS_{0k}. \quad (3)$$

Для визначення розподілу маси вологості  $m$  у деформованих капілярно-пористих матеріалах приймемо, що  $m = m_{c.m.} + m_{вол.}$ , де:  $m_{c.m.}$  – маса абсолютно сухого матеріалу,  $m_{вол.}$  – маса вологи, що міститься у матеріалі. Враховуючи, що розподіл кожної із зазначених величин в об'ємі  $dV$  вологого матеріалу є нерівномірним та, у загальному випадку, визначається густинами  $\rho, \rho_{c.t.}, \rho_{вол.}$ , тоді, скориставшись законом усадки [5] для гігроскопічних матеріалів  $V_0 = V_{c.m.}(1 + \beta_V U_0)$ , отримаємо закон зв'язку густин зволоженого та абсолютно сухого капілярно-пористих гігроскопічних матеріалів

$$\rho = \frac{1+U}{(1+\beta_V U_0)J} \rho_{c.m.}, \quad (4)$$

де:  $U(x_k, \tau) = \frac{m_{вол.}}{m_{c.m.}}$  – вологовміст матеріалу,  $U_0 = U(x_k, \tau_0)$ ,  $\beta_V$  – коефіцієнт усадки.

Отже, густина вологи гігроскопічних матеріалів є обернено пропорційна якобіану градієнтів руху. Для отримання рівняння вологоперенесення у процесі деформування гігроскопічних капілярно-пористих матеріалів, зумовлених зміною потенціалів тепломасоперенесення, скористаємось законом збереження маси в інтегральній формі

$$\frac{d}{d\tau} \int_V \rho(x_k, \tau) dV = \oint_S \vec{j}_{вол.}(x_k, \tau) d\vec{S}, \quad (5)$$

де  $\vec{j}_{вол.}$  – густина потоку вологи.

Рівняння (5) визначає швидкість зміни маси в матеріалі. Для встановлення закономірностей перенесення вологи скористаємось теоремою Гауса-Остроградського та запишемо закон збереження маси в диференціальній формі

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \rho \operatorname{div} \bar{v} = \operatorname{div} \bar{j}_{\text{вол}}, \quad (6)$$

де  $\bar{v}$  – швидкість руху матеріальних точок. Враховуючи встановлений зв'язок швидкості руху матеріальних точок з якобіаном перетворення  $J(\tau)$

$$\operatorname{div} \bar{v} = \frac{1}{J} \frac{dJ}{d\tau}, \quad (7)$$

а також співвідношення (4), отримаємо рівняння перенесення вологи в капілярно-пористих матеріалах з урахуванням впливу процесів деформування

$$\rho_{cm} \frac{\partial U}{\partial \tau} = (1 + \beta_V U_0) J \operatorname{div} \bar{j}_{\text{вол}}. \quad (8)$$

Потік вологи  $\bar{j}_{\text{вол}}$  у загальному випадку визначаємо за формулою [5]

$$\bar{j}_{\text{вол}} = \frac{a_m \rho_{cm}}{1 - \delta} \operatorname{grad} U + \frac{a_m^T \rho_{cm}}{1 - \delta} \operatorname{grad} T + \frac{a_m^P \rho_{cm}}{1 - \delta} \operatorname{grad} P, \quad (9)$$

де:  $a_m, a_m^T, a_m^P$  – коефіцієнти волого-, термоволого- та молярного перенесення;  $\delta$  – коефіцієнт фазового переходу вологи з рідкого стану в газоподібний;  $T$  та  $P$  – функції розподілу температури та тиску в матеріалі.

Для встановлення зв'язку між процесами тепломасоперенесення і деформування у капілярно-пористих матеріалах скористаємося підходами, що базуються на використанні закону збереження енергії. Окрім цього, важливим є встановлення швидкості зміни кількості руху для капілярно-пористих матеріалів з урахуванням зміни маси матеріалу.

У процесі обезводнення на капілярно-пористі матеріали діють об'ємні сили  $\bar{F}_V$ , пропорційні масі матеріалу, поверхневі сили  $\bar{F}_S$ , зумовлені нерівномірним розподілом температурно-вологісних полів, а також реактивні сили, зумовлені масообмінними процесами. Для визначення реактивних сил зміни маси гігроскопічних матеріалів у часі як сукупності матеріальних точок описано залежністю

$$\Delta m_{\text{вол}} = q \Delta V, \quad q(\tau) = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta V} \frac{d\rho \Delta V}{d\tau}. \quad (10)$$

Тоді, згідно із законом збереження кількості руху, імпульс матеріальних точок  $\rho \Delta V \bar{v}_{\text{до}}$  капілярно-пористих матеріалів до виділення вологи дорівнює сумі імпульсів матеріальної точки  $(\rho \Delta V - q \Delta V) \bar{v}$  та виділеної вологи  $q \bar{v}_{\text{вол}} \Delta V$ , тобто

$$\rho \Delta V \bar{v}_{\text{до}} - \rho \Delta V \bar{v} = q(\bar{v}_{\text{вол}} - \bar{v}) \Delta V, \quad (11)$$

де  $\bar{v}_{\text{до}}$  та  $\bar{v}$  – швидкості руху матеріальних точок матеріалу до та після виділення вологи.

Тоді закон збереження кількості руху для капілярно-пористих матеріалів у процесі обезводнення запишемо у вигляді

$$\int_{V(\tau)} \rho \frac{d\bar{v}}{d\tau} dV(\tau) = \int_{V(\tau)} q(\bar{v}_{\text{вол}} - \bar{v}) dV(\tau) + \bar{F}_V + \bar{F}_S. \quad (12)$$

Аналіз рівняння (12) свідчить про те, що реактивна складова сил виникає у випадку, коли швидкість переміщення вологи  $\bar{v}_{\text{вол}} \neq \bar{v}$  – швидкості деформування матеріалу. Якщо  $\bar{v}_{\text{вол}} - \bar{v} = 0$ , то (10) нічим не відрізняється від рівняння руху для суцільних середовищ зі сталою масою [2, 5].

Для подальшого використання (12), скориставшись теоремою Гауса-Остроградського [8], запишемо його в локальній формі

$$\rho \frac{d\bar{v}}{d\tau} = q(\bar{v}_{\text{вол}} - \bar{v}) + \rho \bar{f} + \sum_{k=1}^3 \frac{\partial \bar{\sigma}_k}{\partial x_k}, \quad (13)$$

де:  $\bar{\sigma}_k$  – компоненти напружень,  $\bar{f}$  – питома об'ємна сила. Величина  $q$ , згідно з (10), характеризує швидкість зміни маси речовини в одиниці об'єму матеріалу. Для її визначення з урахуванням (2) отримано залежність

$$q = \frac{d\rho}{d\tau} + \rho \operatorname{div} \bar{v}. \quad (14)$$

Співвідношення (13) описує закони збереження кількості руху для деформованих гігроскопічних капілярно-пористих матеріалів зі змінними потенціалами вологоперенесення. З нього витікає, що основними чинниками руху матеріальних точок таких матеріалів є питомі об'єми  $\bar{f}$ , реактивні  $\frac{q}{\rho}(\bar{v} - \bar{v}_{\text{вол}})$  та

поверхневі  $\frac{1}{\rho} \sum_{k=1}^3 \frac{\partial \bar{\sigma}_k}{\partial x_k}$  сили, а абсолютне значення прискорення, з яким рухаються ці точки, дорівнює відношенню абсолютного значення рівнодійної цих сил до густини матеріалу.

На основі закону збереження енергії, першого принципу термодинаміки та наведеного вище підходу для встановлення закону збереження кількості руху, отримаємо закон збереження енергії для деформованих капілярно-пористих матеріалів зі змінними потенціалами вологоперенесення

$$\rho \frac{\partial e}{\partial \tau} + qe = \sum_{k=1}^3 \bar{\sigma}_k \frac{\partial \bar{v}}{\partial x_k} + \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T + h \bar{j}_{\text{вол}}) + \delta \rho \gamma \frac{dU}{d\tau}, \quad (15)$$

де:  $e$  – питома внутрішня енергія,  $h$  – питома ентальпія гігроскопічних матеріалів,  $\gamma$  – питома теплота випаровування.

Для отримання рівняння тепломасоперенесення деформованих гігроскопічних капілярно-пористих матеріалів питому внутрішню енергію виразимо через ентальпію  $h$  за співвідношенням [2]. Тоді, з врахуванням рівняння нерозривності (6), (13) та закону збереження енергії (15), отримаємо в загальній формі рівняння визначення полів теплоперенесення матеріалів з урахуванням процесу деформування

$$\rho C_P \frac{\partial T}{\partial \tau} = \sum_{k=1}^3 \bar{\sigma}_k \frac{\partial \bar{v}}{\partial x_k} + \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) + C_P(\bar{j}_{\text{вол}} \operatorname{grad} T) + \mu \rho \gamma \frac{dU}{d\tau} + \frac{P}{J} \frac{\partial J}{\partial \tau}, \quad (16)$$

де  $C_P$  – питома теплоємність матеріалу.

Для визначення граничного напружено-деформівного стану гігроскопічних капілярно-пористих матеріалів зі змінними потенціалами тепломасоперене-

сення необхідно записати рівняння балансу ентропії  $S$ . Враховуючи, що внутрішня енергія  $E$  є функцією об'єму  $V$ , ентропії  $S$  і маси  $m$ , тобто  $E = E(S, V, m)$ , а також співвідношення Гіббса, отримаємо рівняння балансу ентропії

$$\frac{ds}{d\tau} = \frac{1}{T\rho} \left( \sum_{k=1}^3 \bar{\sigma}_k \frac{\partial \bar{v}}{\partial x_k} + \text{div}(\lambda \text{grad}T) + \delta\rho\gamma \frac{dU}{d\tau} + \frac{P}{J} \frac{dJ}{d\tau} \right). \quad (17)$$

Отримане рівняння балансу ентропії (17) для деформованих капілярно-пористих матеріалів у процесі обезводнення має важливе теоретичне і практичне значення для вивчення розвитку граничного напружено-деформованого стану матеріалів. Зокрема, на основі (17) узагальнено ентропійний критерій міцності конструкційних матеріалів [9] на технологічну область його застосування. Початком руйнування елементарного об'єму матеріалу вважаємо момент часу  $\tau^*$ , для якого величина питомої ентропії  $s$  досягне деякого граничного значення  $s^*$ . З (17) отримаємо

$$s^* = \frac{1}{J(\tau^*)\rho(\tau^*)} \int_0^{\tau^*} J \left( \sum_{k=1}^3 \bar{\sigma}_k \frac{\partial \bar{v}}{\partial x_k} + \text{div}(\lambda \text{grad}T) + \delta\rho\gamma \frac{dU}{d\tau} + \frac{P}{J} \frac{dJ}{d\tau} \right) d\tau + \frac{J_0\rho_0s_0}{J(\tau^*)\rho(\tau^*)}; \quad (18)$$

$$s^* - s_0 = \int_0^{\tau^*} \frac{1}{T\rho} \left( \sum_{k=1}^3 \bar{\sigma}_k \frac{\partial \bar{v}}{\partial x_k} + \text{div}(\lambda \text{grad}T) + \delta\rho\gamma \frac{dU}{d\tau} + \frac{P}{J} \frac{dJ}{d\tau} \right) d\tau, \quad (19)$$

де  $J_0$ ,  $\rho_0$  та  $s_0$  – значення відповідних величин на початку технологічного процесу обезводнення матеріалів.

### Література

1. Подстригач Я.С. Диффузионные процессы в упруговязком деформируемом теле / Я.С. Подстригач, В.С. Павлина // Прикладная механика. – 1974. – № 5. – С. 47-53.
2. Дей У.А. Термодинамика простых сред с памятью / У.А. Дей. – М.: Изд-во "Мир", 1974. – 191 с.
3. Никитенко Н.И. Сопряжение и обратные задачи тепломассопереноса / Н.И. Никитенко. – К.: Вид-во "Наук. думка", 1988. – 240 с.
4. Акулич П.В. Моделирование неізотермического влагопереноса и напряжений в древесине при сушке / П.В. Акулич, К.Е. Милитцер // Инженерно-физический журнал. – 1998. – Т. 71, № 3. – С. 404-412.
5. Лыков А.В. Теория сушки / А.В. Лыков. – М.: Изд-во "Энергия", 1968. – 470 с.
6. Поберейко Б.П. Дослідження процесів вологоперенесення всередині та на межі неруйнівної області деформування деревини / Б.П. Поберейко, Я.І. Соколовський // Наукові праці Лісівничої академії наук України : зб. наук. праць. – Львів : РВВ НЛТУ України. – 2007. – Вип. 5. – С. – 139-145.
7. Поберейко Б.П. Дослідження процесів теплоперенесення всередині та на межі неруйнівної області деформування деревини / Б.П. Поберейко // Науковий вісник НЛТУ України : зб. наук.-техн. праць. – Львів : РВВ НЛТУ України. – 2006. – Вип. 16.6. – С. 82-90.
8. Корн Г.К. Справочник по математике для научных работников / Г.Т. Корн, Т. К. Корн. – М.: Изд-во "Наука", 1977. – 831 с.
9. Победра Б.Е. Термодинамический критерий прочности композитов / Б.Е. Победра // Механика композитных материалов. – 1993. – Т. 29, № 3. – С. 302-310.

### Поберейко Б.П. Деформативность гигроскопических материалов с переменными потенциалами тепломассопереноса

На основании законов механики сплошных сред и термодинамики неравновесных процессов синтезирована физико-математическая модель для определения температурно-влажностных и релаксационно-деформированных полей в высушиваемых пиломатериалах, которая, в отличие от известных моделей, дает возможность количественно оценить влияние полей напряжений на закономерности протекания процессов тепло-массопереноса в исследуемом материале. Кроме того, с использованием составляющих предложенной модели впервые построен новый энтропийный критерий прочности для древесины с переменными потенциалами тепломассопереноса.

риалах, которая, в отличие от известных моделей, дает возможность количественно оценить влияние полей напряжений на закономерности протекания процессов тепло-массопереноса в исследуемом материале. Кроме того, с использованием составляющих предложенной модели впервые построен новый энтропийный критерий прочности для древесины с переменными потенциалами тепломассопереноса.

**Ключовые слова:** гигроскопичность, напряжения, деформативность, якобиан градиентов движения.

### Pobereyko B.P. Hygroscopic Material Deformation with Variable Potentials of Heat and Mass Transfer

The physical-mathematical model for determining the temperature and humidity, and also relaxation-deformed fields of dried lumber is synthesized concerning the laws of continuum mechanics and thermodynamics of nonequilibrium processes. Unlike the known models it makes it possible to quantify the impact of stress fields on the regularities of heat and mass transfer processes in the material being tested. In addition, a new entropy criterion of strength for wood with variable heat and mass transfer potentials is designed using the components of the proposed model.

**Key words:** hygroscopic, heat and mass transfer, stress, deformation, Jacobians motion gradients.

УДК 681.3

Доц. О.А. Пастух, д-р техн. наук –  
Тернопільський НТУ ім. Івана Пулюя

### МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ КВАНТОВИХ РАДІОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ ПЕРЕТВОРЕННЯ НЕЧІТКОЇ ІНФОРМАЦІЇ

Формально виконано математичне моделювання ефективності квантових радіотехнічних систем перетворення нечіткої інформації на основі теорії квантових нечітких множин. Зокрема, порівняно між собою ефективність додавання та множення нечітких числових даних у квантових радіотехнічних системах та моделі суперкомп'ютера "Jaguar". Встановлено, що квантові радіотехнічні системи за обчислювальними критеріями є більш ефективними, порівняно зі сучасними класичними суперкомп'ютерними системами. Показано, що перетворення нечіткої інформації у квантових радіотехнічних системах є більш адекватним, порівняно з чіткою інформацією.

**Ключові слова:** квантова радіотехнічна система, перетворення нечіткої інформації.

**Вступ.** Серед сучасних квантових радіотехнічних систем перетворення інформації інтерес представляють квантові нечіткі радіотехнічні системи, призначені для перетворення нечіткої інформації. Наприклад ті, котрі висвітлені в [1]. Квантові радіотехнічні системи, що призначені для оброблення нечіткої інформації, називатимемо далі *qfr*-системами. Доцільність проектування, розробки таких систем може бути обумовлена економією обчислювальних, або енергетичних затрат. У роботі розглядаємо аналіз затрат часових ресурсів *qfr*-системами порівняно з моделями найсучасніших суперкомп'ютерних систем під час перетворення нечіткої інформації, зокрема додавання та множення нечітких числових даних [2, 3].

**Постановка завдання.** Оцінити затрати часових ресурсів *qfr*-систем на додавання та множення нечітких числових даних.

**Основна частина.** Аналіз продуктивності *qfr*-систем виконуємо на основі теорії складності обчислень. Для аналізу розглядаємо додавання та множення нечітких числових даних на "ідеалізованій" моделі суперкомп'ютера