

5. ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ГАЛУЗІ

УДК 634.0.812

*Проф. Б.П. Поберейко, д-р техн. наук –
НЛТУ України, м. Львів*

ОБҐРУНТУВАННЯ ОБМЕЖЕНЬ ПРАКТИЧНОГО ВИКОРИСТАННЯ РІВНЯНЬ ВОЛЬТЕРИ-БОЛЬЦМАНА

Проведено узагальнення феноменологічних пружно-демпферних моделей Фойгта, Максвелла, Кельвіна тощо, і на його основі показано, що практичне застосування відомих на сьогодні рівнянь Вольтера-Больцмана для опису деформативності деревини є обмеженим. Зокрема встановлено, що ці рівняння задовільно описують реологічну поведінку матеріалу переважно в лінійній інваріантній відносно часового зсуву області деформування. Окрім цього, підтверджено, що на відміну від пружно-демпферних моделей рівняння Вольтера-Больцмана дають змогу визначити характеристики деформативності деревини як з одновісним напруженим станом, так і з двовісним, плоским і складним напруженими станами.

Ключові слова: ядро повзучості, ядро релаксації, напруження, деформації, рівняння Вольтера-Больцмана.

Актуальність. Для побудови математичної моделі деформативності деревини у в'язкопружній області деформування можна використати феноменологічний підхід, прикладом якого є пружно-демпферні моделі Фойгта, Максвелла, Кельвіна, Ржаніцина тощо. Клас таких моделей можна розширити до безмежності, збільшуючи кількість структурних елементів (пружин та демпферів) та число всіх можливих комбінацій їх з'єднань в модельних схемах. Очевидно, що з нескінченної кількості моделей вибрати моделі, які адекватно описують реологічну поведінку деревини, задача не проста. Тому для визначення деформативності деревини у в'язкопружній області деформування актуальною є задача узагальнення наявних феноменологічних пружно-демпферних моделей зв'язку деформацій з напруженнями.

Постановка та вирішення задачі. В усіх зазначених вище моделях кінцевим результатом є встановлення взаємозв'язку між деформаціями $\varepsilon(\tau)$ і напруженнями $\sigma(\tau)$, які можна записати у більш загальному вигляді:

$$\varepsilon(\tau) = \frac{1}{E} \hat{K} \sigma(\tau), \quad (1)$$

або
$$\sigma(\tau) = E \hat{R} \varepsilon(\tau), \quad (2)$$

де: τ – поточний час деформування матеріалу, E – модуль пружності, а \hat{K} і \hat{R} – системні оператори, які визначаються фізико-механічними характеристиками матеріалу. У моделях Гука, Фойгта тощо вигляд операторів \hat{K} і \hat{R} задається параметрами структурних елементів. Наприклад, для моделі Гука у випадку одновісної задачі оператор \hat{K} еквівалентний одиниці, тобто $\hat{K} = 1$, а для моделі Фойгта – $\hat{R} = 1 + \frac{\eta}{E} \frac{d}{d\tau}$ і т.д.

Фундаментальність операторних формул (1) і (2), отриманих з аналізу відомих на сьогодні пружно-демпферних моделей деформування деревини полягає у тому, що процес деформування можна подати у вигляді схеми "чорного ящика" (рис.), на вході якого діє сигнал деформування $v(\tau)$, а на виході отримуємо сигнал $s(\tau)$. Якщо $v(\tau) = \sigma(\tau)$, то напрям деформування співпадатиме з напрямком дії механічного навантаження $\sigma(\tau)$. У протилежних випадках для $v(\tau) = \varepsilon(\tau)$ вихідний сигнал характеризуватиметься протилежним знаком, бо напруження завжди діють у напрямку, протилежному до напрямку деформування.

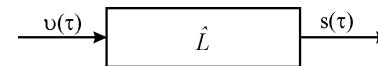


Рис. Модель "чорного ящика" для опису процесу деформування деревини

Для зручності викладу матеріалу введемо оператор \hat{L} , який є еквівалентним оператору $\frac{1}{E} \hat{K}$, якщо $v(\tau) = \sigma(\tau)$, а для випадку коли $v(\tau) = \varepsilon(\tau)$ оператор \hat{L} є тотожним оператору $E \hat{R}$. Тоді у нових позначеннях співвідношення (1) та (2) запишуться у вигляді

$$s(\tau) = \hat{L}v(\tau). \quad (3)$$

Постановка задачі у формі (3) неповна, оскільки необхідно визначити область значень вхідних сигналів v_{ex} , а також вказати область s_{ex} – допустимих вихідних сигналів $s(\tau)$. Область v_{ex} визначається оператором \hat{L} . Наприклад, якщо \hat{L} задовольняє умовам:

$$\hat{L}(v_1(\tau) + v_2(\tau)) = \hat{L}v_1(\tau) + \hat{L}v_2(\tau); \quad (4)$$

$$\hat{L}(\alpha v(\tau)) = \alpha \hat{L}v(\tau), \quad (5)$$

де $v_1(\tau)$, $v_2(\tau)$, $v(\tau)$ – будь-які вхідні сигнали, взяті з області v_{ex} .

Якщо α – число, для якого $\alpha v(\tau)$ не перевищує граничних значень з області даних v_{ex} у будь-який момент часу τ , то у заданій області деформування v_{ex} матеріал є лінійним. У випадках, для яких не виконуються рівності (4) та (5), реологічна поведінка деревини вважається нелінійною.

Якщо із співвідношення (3) для заданої області деформування v_{ex} витікає умова

$$s(\tau \pm \tau_0) = \hat{L}v(\tau \pm \tau_0), \quad (6)$$

то властивості матеріалу в області v_{ex} є інваріантними відносно часового зсуву.

Принцип суперпозиції (4) – (5) та умова інваріантності (6) конкретизують обмеження синтезу моделей деформування деревини та аналізу результатів практичного застосування цих моделей.

Пошук математичної моделі опису реологічної поведінки деревини у вигляді співвідношень (1)-(6) є доцільним і необхідним, оскільки пружно-дем-

пферні моделі Гука, Фойгта і їм подібні з позицій лінійності й інваріантності є її частковими випадками.

Згідно з (3), якщо до матеріалу підвести одиничне механічне зусилля (вхідний сигнал), ідеалізацією якого є дельта-функція $\delta(\tau)$, то реакцією (відгук) буде деяка функція $L(\tau)$:

$$L(\tau) = \hat{L}\delta(\tau). \quad (7)$$

Для процесу деформування матеріалу в лінійній, інваріантній відносно часового зсуву у в'язкопружній області, яку надалі називатимемо лінійною інваріантною областю (ЛІВ – областю), рівняння (7) для будь-якого часового зсуву τ_0 матиме вигляд

$$L(\tau \pm \tau_0) = \hat{L}\delta(\tau \pm \tau_0). \quad (8)$$

За відомою імпульсною характеристикою $L(\tau)$ визначаємо реакцію матеріалу у ЛІВ – області деформування для будь-якого вхідного сигналу деформування $v(\tau)$. Оскільки будь-яку неперервну функцію $f(\tau)$ можна подати у вигляді [1]:

$$f(\tau) = f(0)h(\tau) + \int_0^{+\infty} \frac{df(\tau_0)}{d\tau_0} h(\tau - \tau_0) d\tau_0, \quad (9)$$

де $h(\tau - \tau_0) = \begin{cases} 0 & \text{для } \tau < \tau_0; \\ 1 & \text{для } \tau > \tau_0. \end{cases}$ – функція Хевісайда.

Замінивши у (9) $f(\tau)$ на $v(\tau)$ і врахувавши, що $\delta(\tau \pm \tau_0) = -\frac{dh(\tau - \tau_0)}{d\tau}$ отримаємо

$$v(\tau) = \lim_{\tau_0 \rightarrow +\infty} v(\tau)h(\tau - \tau_0) + \int_0^{+\infty} v(\tau_0)\delta(\tau - \tau_0)d\tau_0. \quad (10)$$

Підставивши (10) у (3), матимемо

$$s(\tau) = \hat{L}v(\tau) = \hat{L} \int_0^{+\infty} v(\tau_0)\delta(\tau - \tau_0)d\tau_0 + \lim_{\tau_0 \rightarrow +\infty} v(\tau)\hat{L}h(\tau - \tau_0). \quad (11)$$

Прийmemo до уваги, що інтеграл є границею суми, тоді на основі принципу суперпозиції лінійний оператор \hat{L} можна внести під знак інтегралу. Тоді, оскільки оператор \hat{L} "діє" лише на величини, залежні від поточного часу τ , а не від змінної інтегрування τ_0 , то

$$s(\tau) = \hat{L}v(\tau) = \int_0^{+\infty} v(\tau_0)\hat{L}\delta(\tau - \tau_0)d\tau_0 + \lim_{\tau_0 \rightarrow +\infty} v(\tau)\hat{L}h(\tau - \tau_0), \quad (12)$$

або згідно з (8)

$$s(\tau) = \hat{L}v(\tau) = \int_0^{+\infty} v(\tau_0)L(\tau - \tau_0)d\tau_0 + \lim_{\tau_0 \rightarrow +\infty} v(\tau)\hat{L}h(\tau - \tau_0). \quad (13)$$

Реакція матеріалу не може виникнути раніше моменту підведення механічного зусилля $v(\tau)$. Це означає, що при $\tau < 0$ імпульсна характеристика матеріалу $L(\tau)$ тотожно дорівнює нулеві і верхню межу інтегралу у (13) можна замінити на поточне значення часу.

$$s(\tau) = \hat{L}v(\tau) = \int_0^{\tau} v(\tau_0)L(\tau - \tau_0)d\tau_0 + \lim_{\tau_0 \rightarrow +\infty} v(\tau)\hat{L}h(\tau - \tau_0). \quad (14)$$

Оскільки $\frac{d}{d\tau} \lim_{\tau_0 \rightarrow +\infty} \hat{L}h(\tau - \tau_0) = \lim_{\tau_0 \rightarrow +\infty} \hat{L} \frac{d}{d\tau} h(\tau - \tau_0) \lim_{\tau_0 \rightarrow +\infty} L(\tau - \tau_0)$,

і $L(\tau - \tau_0) = 0$ для $\tau < \tau_0$, а $\lim_{\tau_0 \rightarrow +\infty} \hat{L}h(\tau - \tau_0) = C = const$, то

$$s(\tau) = \hat{L}v(\tau) = \int_0^{\tau} v(\tau_0)L(\tau - \tau_0)d\tau_0 + Cv(\tau). \quad (15)$$

Оскільки вхідним сигналом деформування матеріалу може бути величина напружень $\sigma(\tau)$, або деформацій $\varepsilon(\tau)$, а вихідним – відповідно $\varepsilon(\tau)$, або $-\sigma(\tau)$, то, згідно з (15), реологічна поведінка деревини у ЛІВ – області деформування описується рівняннями:

$$\varepsilon(\tau) = C_1\sigma(\tau) + \int_0^{\tau} \frac{1}{E}\sigma(\tau)K(\tau - \tau_0)d\tau_0; \quad (16)$$

$$-\sigma(\tau) = C_2\varepsilon(\tau) + \int_0^{\tau} E\varepsilon(\tau)R(\tau - \tau_0)d\tau_0, \quad (17)$$

де $K(\tau - \tau_0)$ та $R(\tau - \tau_0)$ – імпульсні характеристики матеріалу, які відповідають операторам \hat{K} та \hat{R} .

Сталі інтегрування C_1 та C_2 знайдемо з початкових умов. Справді оскільки у початковий момент часу $\tau = 0$ – $\varepsilon(\tau) = \frac{\sigma(\tau)}{E}$, то $C_1 = \frac{1}{E}$, а $C_2 = -E$. Тоді формули (16) та (17) набудуть вигляду:

$$\varepsilon(\tau) = \frac{1}{E}\sigma(\tau) + \int_0^{\tau} \frac{1}{E}\sigma(\tau)K(\tau - \tau_0)d\tau_0; \quad (18)$$

$$\sigma(\tau) = E\varepsilon(\tau) - \int_0^{\tau} E\varepsilon(\tau)R(\tau - \tau_0)d\tau_0. \quad (19)$$

Встановлені формули називають інтегралами Дюамеля, або інтегралами Вольтера-Больцмана, або інтегралами типу згортки [2], а функції $K(\tau - \tau_0)$ та $R(\tau - \tau_0)$ – функціями, або ядрами повзучості та релаксації відповідно.

Рівняння (18) та (19) легко узагальнити на випадок розгляду процесу деформування матеріалів з довільною анізотропією. Дійсно, оскільки у декартовій системі координат (x_1, x_2, x_3) напруження σ_{ij} та деформацій ε_{ij} є тензорами другого рангу, то у тензорній формі подання ці рівняння матимуть вигляд:

$$\varepsilon_{ij}(\tau) = \frac{1}{E_{ijkl}} \sigma_{ij}(\tau) + \int_0^{\tau} \frac{1}{E_{ijkl}} \sigma_{kl}(\tau) K_{ijkl}(\tau - \tau_0) d\tau_0; \quad (18)$$

$$\sigma_{ij}(\tau) = E_{ijkl} \varepsilon_{kl}(\tau) - \int_0^{\tau} E_{kl} \varepsilon(\tau) R_{ijkl}(\tau - \tau_0) d\tau_0, \quad (19)$$

де індексами i, j, k, l позначено головні напрямки анізотропії матеріалу.

Висновок. Рівняння Вольтери-Больцмана описують реологічну поведінку деревини в лінійній інваріантній відносно часового зсуву області деформування.

Література

1. Понтрягин Л.С. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин. – М.: Изд-во "Наука", 1986. – 320 с.
2. Можарский В.В. Прикладная механика слоистых тел из композитов / В.В. Можарский, В.Е. Старжинский. – Минск: Изд-во "Наука и техника", 1988. – 170 с.

Поберейко Б.П. Обоснование ограниченной практической использования уравнений Вольтера-Больцмана

Проведено обобщення упруго-демпферних моделей Фойгта, Максвелла, Кельвина і т. д., і на його основанні показано, що практичне використання відомих рівнянь Вольтера-Больцмана для описання деформативності деревини обмежено. В частині встановлено, що ці рівняння задовільно описують реологічне поведіння матеріалу в лінійній інваріантній відносно часового зсуву області деформування. Крім цього, підтверджено, що в відміння від упруго-демпферних моделей рівняння Вольтера-Больцмана дозволяють визначити характеристики деформативності деревини як з одноосним, так і з двохосним, плоским та складним напруженими станами.

Ключові слова: ядро ползучести, ядро релаксації, напруження, деформації, рівняння Вольтера-Больцмана.

Pobereyko B.P. Justifying Limitations for Practical Use of Voltaire-Boltzmann's Equations

Some elastic-damping models of Voigt, Maxwell, Kelvin, etc. are generalised. The practical use of the known Voltaire-Boltzmann's equations to describe the deformation of wood is indicated to be limited. In particular, these equations are found to reasonably describe the rheological behaviour of a material in a linear invariant under time offset area of deformation. Moreover it is confirmed that unlike elastic-damping models, Voltaire-Boltzmann's equations allow determining the deformation characteristics of wood as with uniaxial and biaxial, the flat complex stressed state.

Key words: kernel creep, relaxation kernel, stress, strain, equations Voltaire-Boltzmann.

УДК 681.3

Доц. О.А. Пастух, *д-р техн. наук – Тернопільський НТУ ім. Івана Пулюя*

ДОСЛІДЖЕННЯ ТА МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ІНФОРМАЦІЇ КВАНТОВИМИ РАДІОТЕХНІЧНИМИ СИСТЕМАМИ

Виконано аналіз дослідження та математичне моделювання ефективності роботи квантових радіотехнічних систем при перетворенні нечіткої інформації. Встановлено, що ефективність перетворення нечіткої інформації квантовими радіотехнічними систе-

мами є більшою, порівняно з ефективністю відповідних перетворень нечіткої інформації у суперкомп'ютерних системах. Важливість результатів полягає в тому, що фактично розглянуто реалізацію нечітких баз знань у квантових радіотехнічних системах. Важливість одержаних результатів обумовлена тим, що квантові радіотехнічні системи мають змогу здійснювати обробку інформації, що містить невизначеність.

Ключові слова: квантова радіотехнічна система, нечітка інформація, суперкомп'ютер.

Вступ. На сьогодні широкого використання набувають квантові радіотехнічні системи, що призначені для перетворення нечіткої інформації, зокрема нечіткого функціонального перетворення та нечіткого логічного виведення з \max -композиційним правилом виведення і Larsen-імплікацією. Інтерес до таких квантових радіотехнічних систем обумовлений тим, що вони затрачують менше обчислювальних та енергетичних ресурсів, порівняно з наявними прототипами.

У роботі розглянуто аналіз затрат ресурсів часу квантовими радіотехнічними системами на нечіткі функціональні перетворення та нечіткі логічні виведення з \max -композиційним правилом виведення і Larsen-імплікацією, порівняно з ідеалізованою моделлю суперкомп'ютера "Jaguar". Ці методи уперше розроблені в [1].

Постановка завдання. Дослідити ефективність часового ресурсу квантових радіотехнічних систем у разі виконання ними нечітких функціональних перетворень та нечітких логічних виведень з \max -композиційним правилом виведення і Larsen-імплікацією.

Основна частина. Порівняння ефективності квантових радіотехнічних систем (qr -систем) здійснюється з ефективністю нечітких функціональних перетворень та нечітких логічних виведень з \max -композиційним правилом виведення і Larsen-імплікацією в ідеалізованій моделі суперкомп'ютера "Jaguar".

В основі елементних баз 224162 процесорних ядер розглядають емітерно-зв'язану логіку (ЕЗЛ), емітерно-емітерно-зв'язану логіку (Е²ЗЛ), малосигнальну емітерно-зв'язану логіку (МЕЗЛ) та комплементарну метал-оксид напівпровідникову логіку (КМОН).

У qr -систем розглянуто 64-кубітний квантовий регістр.

На рис. 1 а, б зображено оцінки $\tilde{t}(n)$ у вигляді функцій затрат часу: $\tilde{t}_{ЕЗЛ}(n)$ – оцінка затрат часу, коли процесорні ядра суперкомп'ютера використовують ЕЗЛ тип логіки, $\tilde{t}_{Е^2ЗЛ}(n)$ – Е²ЗЛ тип логіки, $\tilde{t}_{МЕЗЛ}(n)$ – МЕЗЛ тип логіки, $\tilde{t}_{1qr}(n)$ – оцінка затрат часу qr -системи, квантові біти якої реалізовані на напівпровідниковій елементній базі, $\tilde{t}_{2qr}(n)$ – НВЧ-резонаторах.

На рис. 2 а, б показано оцінки: $\tilde{t}_{ЕЗЛ}(n)$ – оцінка затрат часу, коли процесорні ядра суперкомп'ютера використовують ЕЗЛ тип логіки, $\tilde{t}_{Е^2ЗЛ}(n)$ – Е²ЗЛ тип логіки, $\tilde{t}_{МЕЗЛ}(n)$ – МЕЗЛ тип логіки, $\tilde{t}_{3qr}(n)$ – оцінка витрат часу qr -системи, квантові біти якої реалізовані на квантових точках, $\tilde{t}_{4qr}(n)$ – іонних пастках, оптичних резонаторах або електронах-Ау.